贵阳市2023年高三适应性考试（一）

文科数学参考答案与评分建议

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
选项	C	C	D	B	A	D	C	A	B	B	A	D

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分。

13. $y=2x-3$　　14. $\frac{25}{4}$；　　15. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$；　　16. $\frac{\sqrt{35}}{2}$．

三、解答题：第17至21题每题12分，第22、23题为选考题，各10分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. （1）证明：$\because \{a_n\}$是等比数列，且$S_3=a_1+a_2+a_3=a_1+a_1q+a_1q^2=\frac{7}{4}$　①

又$a_1,2a_2,4a_3$成等差数列，$\therefore 4a_2=a_1+4a_3,\therefore 4a_1q=a_1+4a_1q^2$　②

联立①②得$a_1=1,q=\frac{1}{2}$，

$\therefore a_n=(\frac{1}{2})^{n-1}$ ……………………………………………………6分

（2）由（1）知$b_n=n(\frac{1}{2})^{n-1}$，

$\therefore T_n=1\cdot(\frac{1}{2})^0+2\cdot(\frac{1}{2})^1+3\cdot(\frac{1}{2})^2+\cdots+n\cdot(\frac{1}{2})^{n-1}$　①

$\frac{1}{2}T_n=1\cdot(\frac{1}{2})^1+2\cdot(\frac{1}{2})^2+\cdots+(n-1)\cdot(\frac{1}{2})^{n-1}+n\cdot(\frac{1}{2})^n$　②

①-②　得$\frac{1}{2}T_n=(\frac{1}{2})^0+(\frac{1}{2})^1+\cdots+(\frac{1}{2})^{n-1}-n\cdot(\frac{1}{2})^n$

$$=\frac{1-(\frac{1}{2})^n}{1-\frac{1}{2}}-n\cdot(\frac{1}{2})^n=2-2\cdot(\frac{1}{2})^n-n\cdot(\frac{1}{2})^n$$

$T_n=4-(n+2)\cdot(\frac{1}{2})^{n-1}$ ……………………………………………12分

18.解：（1）2×2列联表如下：

	长时间使用手机娱乐	非常时间使用手机娱乐	合计
学习成绩下降	54	42	96
学习成绩未下降	36	68	104
合计	90	110	200

$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\frac{200\times(54\times68-42\times36)^2}{90\times110\times96\times104}\approx9.44>7.879$$

$\therefore$ 有99.5%把握认为“学习成绩下降”与“长时间使用手机娱乐”有关………………6 分

(2)在抽取的6人中，女生有$6\times\frac{12}{36}=2$人，男生有$6\times\frac{24}{36}=4$人，

设女生为1，2，男生为a，b，c，d，从访谈的6人中抽取2人的基本事件共有15种：

$(1,2),(1,a),(1,b),(1,c),(1,d),(2,a),(2,b),(2,c),(2,d),(a,b),(a,c),(a,d),(b,c),(b,d),(c,d)$

设“被访谈的两人中一男一女生”为事件A，共有8种，则$P(A)=\frac{8}{15}$………………12 分

19.解：（1）由已知，在图①中，ΔABE 和 ΔBCE 都是等腰直角三角形，$ABCE$为正方形.

在图②中，由$CB=CE$，$AB=AE$且F是BE的中点，则

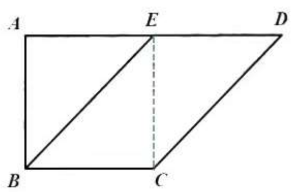
$AF\perp BE$，$CF\perp BE$，且$AF\cap CF=F$

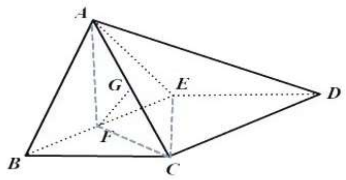
所以$BE\perp$平面ACF，从而$BE\perp FG$.

又因为$BE//CD$，所以$CD\perp FG$，

因为$AF=CF$，且G是AC的中点，所以$FG\perp AC$，

又因为$AC\cap CD=C$，所以$FG\perp$平面ACD…………6 分





（2）在图②中，因为$AB=\sqrt{2}$，所以$AF=BF=CF=EF=1,CE=\sqrt{2}$ 又因为$AC=\sqrt{2}$，

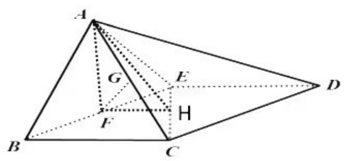
所以$AF^2+CF^2=AC^2$，所以$AF\perp CF$，又由（1）知 $AF\perp BE$，所以$AF\perp$面$BCDE$，

所以$AF\perp CE$.

设H是CE中点，因为$FC=FE$，

所以$FH\perp CE$，又$AF\cap FH=F$，

所以$CE\perp$平面AFH，所以$CE\perp AF$，



由题易得$CE=AB=BC=\sqrt{2}$，$FH=\frac{1}{2}BC=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$AH=\sqrt{AF^2+FH^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，

所以ΔBCE的面积为$S_{\Delta BCE}=\frac{1}{2}BC\cdot CE=1$，

ΔACE的面积为$S_{\Delta ACE}=\frac{1}{2}CE\cdot AF=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{6}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

设点B到平面ACE的距离为d，由$V_{B-ACE}=V_{A-BCE}$有$\frac{1}{3}S_{\Delta ACE}\cdot d=\frac{1}{3}S_{\Delta BCE}\cdot AF$，

即$\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot d=\frac{1}{3}\times 1\times 1$，所以$d=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ……………………………………………………12 分

20.解：（1）由已知$\begin{cases}a=\sqrt{2}\\ \dfrac{2b^2}{a}=\sqrt{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\sqrt{2}\\ b=1\end{cases}$，

$\therefore$椭圆C的方程为$\frac{x^2}{2}+y^2=1$………………………………………6 分

（2）证明：设过右焦点$(1,0)$的直线l的方程为$x=my+1$，且与曲线C的交点分别为

$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，

联立$\begin{cases}x=my+1\\ \dfrac{x^2}{2}+y^2=1\end{cases}\Rightarrow(m^2+2)y^2+2my-1=0$

则由韦达定理有：$y_1+y_2=-\frac{2m}{m^2+2}$，$y_1\cdot y_2=\frac{-1}{m^2+2}$，

设直线l_{AM}：$y=\frac{y_1}{x_1-\sqrt{2}}(x-\sqrt{2})$，当$x=0$时，$P(0,\frac{-\sqrt{2}y_1}{x_1-2})$，

同理，设直线l_{AN}：$y=\frac{y_2}{x_2-\sqrt{2}}(x-\sqrt{2})$，当$x=0$时，$Q(0,\frac{-\sqrt{2}y_2}{x_2-\sqrt{2}})$ ………9 分

若证$PS\perp QS$，即证$\overrightarrow{PS}\cdot\overrightarrow{QS}=0$

$\overrightarrow{PS}=(\sqrt{2}+1,\frac{\sqrt{2}y_1}{x_1-\sqrt{2}})$，$\overrightarrow{QS}=(\sqrt{2}+1,\frac{\sqrt{2}y_2}{x_2-\sqrt{2}})$

$\therefore\overrightarrow{PS}\cdot\overrightarrow{QS}=\left(\sqrt{2}+1\right)^2+\frac{2y_1y_2}{(x_1-\sqrt{2})(x_2-\sqrt{2})}=\left(3+2\sqrt{2}\right)+\frac{2y_1y_2}{(my_1+1-\sqrt{2})(my_2+1-\sqrt{2})}$

$$=(3+2\sqrt{2})+\frac{2\cdot(\frac{-1}{m^2+2})}{m^2\cdot(\frac{-1}{m^2+2})+(1-\sqrt{2})m\cdot(\frac{-2m}{m^2+2})+(1-\sqrt{2})^2}$$

$$=(3+2\sqrt{2})\ +\frac{-2}{6-4\sqrt{2}}=\left(3+2\sqrt{2}\right)-\left(3+2\sqrt{2}\right)=0$$

$\therefore \overrightarrow{PS}\cdot\overrightarrow{QS}=0$,

$\therefore PS\perp QS$ ……………………………………………………………………12 分

21.解：（1）当 $a=1$ 时，$f(x)=x^3-3x+1$，$x\in\mathbb{R}$.

由 $f'(x)=3x^2-3$，令 $f'(x)>0$，解得 $x<-1$ 或 $x>1$；令 $f'(x)<0$，解得 $-1<x<1$.

所以 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(-\infty,-1)$ 和 $(1,+\infty)$，单调递减区间为 $(-1,1)$.

…………………………………………………………………………………………6 分

（2）易知原点 O 不在函数 $f(x)$ 的图像上，设切点为 $(t,f(t))\quad(t\neq 0)$。

求导得 $f'(x)=3x^2+2(a-1)x-3$，则 $\frac{f(t)}{t}=f'(t)$

即 $\frac{t^3+(a-1)t^2-3t+1}{t}=3t^2+2(a-1)t-3$，整理得 $2t^3+(a-1)t^2-1=0$，从而

$1-a=2t-\frac{1}{t^2}$.

令 $g(t)=2t-\frac{1}{t^2}\quad(t\neq 0)$，则 $g'(t)=2+\frac{2}{t^3}$，令 $g'(t)>0$，解得 $t>0$ 或 $t\leq -1$；令 $g'(t)<0$，解得 $-1<t<0$.

所以函数 $g(t)$ 在区间 $(-\infty,-1)$ 上单调递增，在 $(-1,0)$ 上单调递减，在 $(0,+\infty)$ 上递增，

故当 $t<0$ 时，$g(t)_{\max}=g(-1)=-3$.且当 $t\to-\infty$ 时，$g(t)\to-\infty$；$t\to 0$ 时，$g(t)\to-\infty$

当 $t>0$ 时，$g(t)$ 的取值范围为 R.

而过原点 O 可作三条直线与 $f(x)$ 的图像相切，则 $\frac{f(t)}{t}=f'(t)$ 有三个不相等的实数根，也就是直线 $y=1-a$ 与函数 $y=g(t)$ 的图象有三个交点，则有 $1-a<-3$ 即 $a>4$.

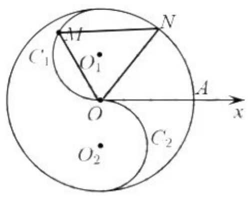
…………………………………………………………………………………………12 分

22.解：（1）由题知半圆弧C_1的极坐标方程为：$\rho=2\sin\theta,(\theta\in[\frac{\pi}{2},\pi])$，化为直角坐标方程为：$x^2+(y-1)^2=1$，其圆心为$O_1(0,1)$,半径为$r=1$，由题易得$A(2,0)$，所以

$|MA|_{\max}=|O_1A|+1=\sqrt{5}+1$……………………5 分

（2）由题知$|ON|=2$,$|OM|=2\sin\theta,(\theta\in[\frac{\pi}{2},\pi))$

$\angle MON=\theta-\frac{\pi}{4}$,所以$\Delta MON$的面积为



$S_{\Delta MON}=\frac{1}{2}\times|ON|\times|OM|\times\sin\angle MON$

$=\frac{1}{2}\times2\times2\sin\theta\times\sin(\theta-\frac{\pi}{4})$

$=2\sin\theta\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin\theta-\cos\theta)=\sqrt{2}(\sin^2\theta-\sin\theta\cos\theta)=\sqrt{2}(\frac{1-\cos2\theta}{2}-\frac{1}{2}\sin2\theta)$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}[1-\sqrt{2}\sin(2\theta+\frac{\pi}{4})]$，因为$\theta\in[\frac{\pi}{2}，\pi)$，所以$2\theta+\frac{\pi}{4}\in[\frac{5\pi}{4},\frac{9\pi}{4})$，

$\sin(2\theta+\frac{\pi}{4})\in[-1,\frac{\sqrt{2}}{2})$，所以$S_{\Delta MON}\in(0,1+\frac{\sqrt{2}}{2}]$……………………10 分

23.（1）解：由$a^2+4b^2=4$有$\frac{a^2}{4}+b^2=1$，

所以令$a=2\cos\theta$，$b=\sin\theta$，

所以$a+b=2\cos\theta+\sin\theta=\sqrt{5}\sin(\theta+\varphi)$，其中$\tan\varphi=2$，

因为$-1\leqslant\sin(\theta+\phi)\leqslant1$，所以$a+b\in[-\sqrt{5},\sqrt{5}]$……………………5 分

（2）证明：因为$a>0$，$b>0$，$a^2+4b^2=4$且$a^2+4b^2\geqslant4ab$，

所以$ab\leqslant1$，从而$\sqrt{ab}\leqslant1$.

所以$\frac{1}{a}+\frac{1}{2b}\geqslant\frac{2}{\sqrt{2ab}}\geqslant\sqrt{2}$，即$\frac{1}{a}+\frac{1}{2b}\geqslant\sqrt{2}$……………………10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。