

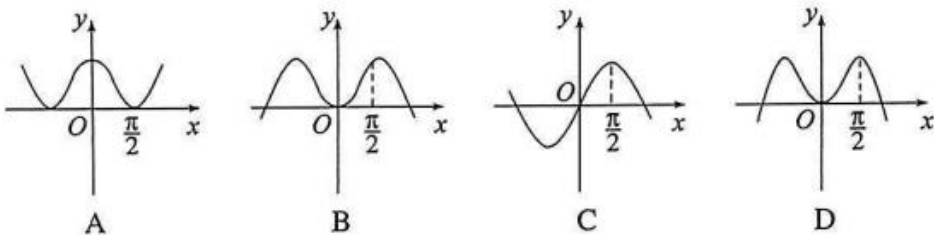
理科数学

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

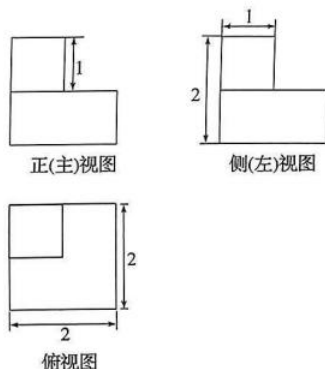
一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x \mid |\log_2 x| < 2\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$ B. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
 C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$
2. 设非纯虚数 z 满足 $z(1+i) = |z|^2$, 则 \bar{z} 的虚部为 ()
 A. 1 B. -1 C. i D. -i
3. 已知 $a = e^{0.2}$, $b = 0.2^e$, $c = \ln 2$, 则 ()
 A. $a < b < c$ B. $a < c < b$
 C. $c < b < a$ D. $b < c < a$
4. 函数 $f(x) = (x^2 + 1)\sin|x|$ 的图象大致为 ()



5. 已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_1 = 1$, $a_n \cdot a_{n+1} + \cos(n\pi) = \sin(n\pi - \frac{\pi}{2})$, 则 $S_{2022} =$ ()
 A. -2 B. 2 C. -3 D. 3

6. 若某空间几何体的三视图如图所示, 该几何体的表面积为 ()



自主选拔在线
信号: zizzsw

- A. 19 B. 20 C. 21 D. 22

7. 已知 $(x + \frac{1}{x} + a)^5$ ($a \in \mathbf{R}$) 展开式的各项系数之和为 -1, 则展开式中 x^2 的系数为 ()

- A. 270 B. -270 C. 330 D. -330

8. 已知四边形 $ABCD$, 下列说法正确的是 ()

- A. 若 $\overline{AB} = \overline{DC}$, 则四边形 $ABCD$ 为平行四边形
 B. 若 $|\overline{AC}| = |\overline{BD}|$, 则四边形 $ABCD$ 为矩形
 C. 若 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, 且 $|\overline{AC}| = |\overline{BD}|$, 则四边形 $ABCD$ 为矩形
 D. 若 $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$, 且 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, 则四边形 $ABCD$ 为梯形

9. 已知双曲线 $x^2 - y^2 = a^2$ ($a > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 圆 $F_2: (x-c)^2 + y^2 = 1$ 与该双曲线的一条渐近线切于点 M , 则 $\triangle F_1MF_2$ 的面积为 ()

- A. 4 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. 1

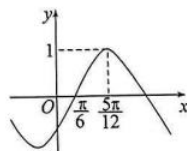
10. 已知 $2a + b = ab$ ($a > 0, b > 0$), 下列说法正确的是 ()

- A. ab 的最大值为 8 B. $\frac{1}{a-1} + \frac{2}{b-2}$ 的最小值为 2
 C. $a+b$ 有最小值 $3 + \sqrt{2}$ D. $a^2 - 2a + b^2 - 4b$ 有最大值 4

自主选拔在线
信号: zizzsw

11. 如图为函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象, 则函

数 $f(x)$ 的图象与直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 在区间 $[0, \frac{10\pi}{3}]$ 上交点的个数为



()

- A. 9 个 B. 8 个 C. 7 个 D. 5 个



12. 已知 $Rt\triangle ABC$ 中, $AB=BC=\sqrt{2}$, D 为 AC 的中点. 将 $\triangle ABC$ 沿 BD 翻折, 使点 C 移动至点 E , 在翻折过程中, 下列说法不正确的是 ()

A. 平面 $BED \perp$ 平面 ADE

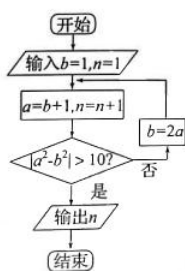
B. 三棱锥 $B-ADE$ 的体积为定值

C. 当二面角 $A-BD-E$ 的平面角为 $\frac{\pi}{4}$ 时, 三棱锥 $E-ABD$ 的体积为 $\frac{\sqrt{2}}{12}$

D. 当二面角 $A-BD-E$ 为直二面角时, 三棱锥 $E-ABD$ 的内切球表面积为 $\frac{4-2\sqrt{3}}{3}\pi$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 执行如图所示的程序框图, 输出的结果为 _____.



14. 已知 $\sin 2\alpha = \frac{1}{2}$, $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则 $\sin \alpha - \cos \alpha =$ _____.

15. 已知十二地支: 子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥, 十二生肖: 鼠、牛、虎、兔、龙、蛇、马、羊、猴、鸡、狗、猪, 它们是一一对应的关系, 配对如下: 子鼠、丑牛、寅虎、卯兔、辰龙、巳蛇、午马、未羊、申猴、酉鸡、戌狗、亥猪. 同学们将十二地支与十二生肖分别用红蓝两种颜色做成外观完全相同的卡片每种一张. 现从两种颜色的卡片中各取三张, 地支与生肖能够全部正确配对的概率为 _____.

16. 已知函数 $f(x) = x \ln x + ax^2$ 图象上某点处的斜率为 3, 则实数 a 的取值范围为 _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答, 第 22、23 题为选做题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足 $na_{n+1} + S_{n+1} = 0$, $a_1 = 1$.

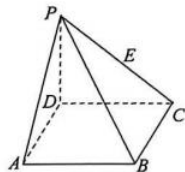
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = S_n \cdot S_{n+1}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 证明: $T_n < 1$.



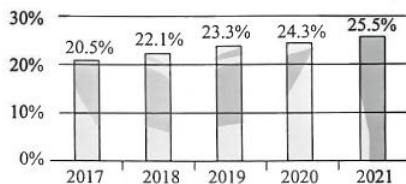
18. (本小题满分 12 分) 已知四棱锥 $P-ABCD$, 底面为菱形 $ABCD$, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $PD=AD=CD=2$, $\angle BAD=\frac{\pi}{3}$, E 为 PC 上一点.

- (1) 平面 $PAD \cap$ 平面 $PBC=l$, 证明: $BC \parallel l$;
 (2) 当二面角 $E-BD-C$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{21}}{7}$ 时, 试确定点 E 的位置.



19. (本小题满分 12 分) 近年来, 我国清洁能源产业不断发展壮大, 清洁能源消费量占能源消费总量的比重持续增长. 近 5 年(2017 年记为第 1 年) 我国清洁能源消费量占能源消费总量的比重 y 统计如下:

2017-2021 年中国清洁能源消费量占能源消费总量的比重



- (1) 根据所给数据, 求比重 y 关于第 x 年的回归方程, 并估计到 2030 年我国清洁能源消费量占能源消费总量的比重是否有可能超过 30%;
 (2) 某市积极响应政府号召, 鼓励企业积极使用清洁能源, 使用清洁能源的企业达 40%. 若从该市 10 家企业中随机抽取 3 家, 用 ξ 表示所选 3 家中使用清洁能源的数量, 求 ξ 的分布列和数学期望.

附: $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$, $\sum_{i=1}^n x_i y_i = 359.3$.



20. (本小题满分 12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$, 左右焦点分别为 F_1, F_2 , 直线 l 与椭圆交于 A, B 两点, 弦 AB 被点 $M(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 平分.

- (1) 求直线 l 的方程;
- (2) 求 $\triangle F_1AB$ 的面积.

21. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = x^2 - ae^x (a > 0)$.

- (1) 若函数 $f(x)$ 单调递减, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 若函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有两个实根 x_1, x_2 , 证明: $x_1 + x_2 > 4$.

(二)选做题:共 10 分.

请考生在 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分)[选修 4-4:坐标系与参数方程]

在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2\cos t, \\ y=\sin t \end{cases}$ (t 为参数),以平面直角坐标系的原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴,取与平面直角坐标系相同的长度单位建立极坐标系,设直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos(\theta+\frac{\pi}{3})=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

- (1)求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;
- (2)若直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点,求线段 AB 的长.

自主选拔在线
微信号: zizzsw

23. (本小题满分 10 分)[选修 4-5:不等式选讲]

已知 $f(x)=|mx-1|-|x+2a^2|$.

- (1)当 $a=1, m=2$ 时,求使得 $f(x)>2$ 的 x 的取值集合 M ;
- (2)当 $m=1$ 时,若对于任意实数 x ,不等式 $f(x)<-3a$ 恒成立,求实数 a 的取值范围.

自主选拔在线
微信号: zizzsw

数学理科试题 第 6 页(共 6 页)



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京,旗下拥有网站(网址: www.zizzs.com)和微信公众平台等媒体矩阵,用户群体涵盖

全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

线
zizzsw



 自主选拔在线
微信号：zizzsw

 自主选拔在线
微信号：zizzsw

 自主选拔在线
微信号：zizzsw