# 开封市2021届高三第三次模拟考试
# 理科数学

**注意事项:**

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

**一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知集合 $A=\left\{x \mid \left|x-\frac{1}{2}\right|<\frac{1}{2}\right\}$, $B=\{x \mid 0<x<a\}$, 若 $A\subseteq B$, 则实数 $a$ 的范围是

A. $(0,1)$　　B. $(0,1]$　　C. $(1,+\infty)$　　D. $[1,+\infty)$

2. 设复数 $z$ 满足 $|z|=|z-\mathrm{i}|=1$, 且 $z$ 的实部大于虚部, 则 $z=$

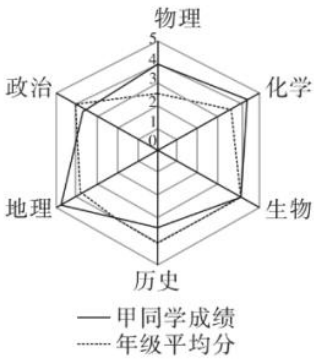
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　C. $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$　　D. $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$

3. "方程 $\frac{x^2}{m-1}-\frac{y^2}{m+2}=1$ 表示双曲线"的一个必要不充分条件为

A. $m\in(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$　　B. $m\in(-\infty,-2)\cup(1,+\infty)$

C. $m\in(-\infty,-2)$　　D. $m\in(1,+\infty)$

4. 2021年开始,某省将试行"3+1+2"的普通高考新模式,即除语文、数学、外语3门必选科目外,考生再从物理、历史中选1门,从化学、生物、地理、政治中选2门作为选考科目.为了帮助学生合理选科,某中学将高一每个学生的六门科目综合成绩按比例均缩放成5分制,绘制成雷达图.甲同学的成绩雷达图如图所示,下面叙述一定不正确的是




A. 甲的物理成绩领先年级平均分最多

B. 甲有2个科目的成绩低于年级平均分

C. 甲的成绩从高到低的前3个科目依次是地理、化学、历史

D. 对甲而言,物理、化学、地理是比较理想的一种选科结果

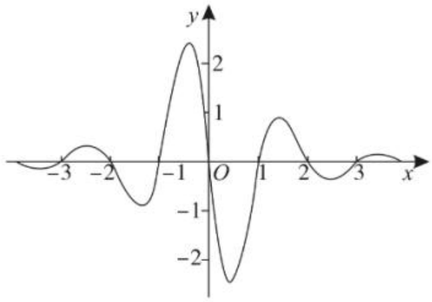
5. 已知 $\frac{\sin 2\alpha}{\sin\alpha}=\frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $\cos 2\alpha=$

A. $-\frac{7}{8}$　　B. $-\frac{3}{4}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. 0

6. $(a-x)(1+x)^6$ 的展开式中 $x$ 的奇数次幂项的系数之和为64, 则实数 $a=$

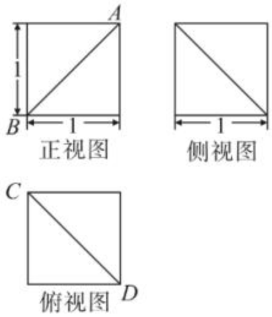
A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

7. 已知函数 $f(x)=\dfrac{4\cos(\omega x+\varphi)}{e^{|x|}}(\omega>0,0<\varphi<\pi)$ 的部分图象如图所示，则 $\dfrac{\omega}{\varphi}=$




A. $\dfrac{1}{2}$　　B. 1　　C. 2　　D. $\dfrac{2}{\pi}$

8. 某几何体的三视图如右图所示，关于该几何体有下述四个结论：




①体积可能是 $\dfrac{5}{6}$　　②体积可能是 $\dfrac{2}{3}$

③$AB$ 和 $CD$ 在直观图中所对应的棱所成的角为 $\dfrac{\pi}{3}$

④在该几何体的面中，互相平行的面可能有四对

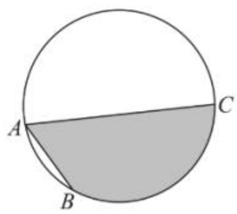
其中所有正确结论的编号是

A. ①③　　B. ②④　　C. ①②③　　D. ①②③④

9. 若 $2^a=5^b=z^c$，且 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{c}$，则 $z$ 的值可能为

A. $\sqrt{7}$　　B. $\sqrt{10}$　　C. 7　　D. 10

10. 如图，$A,B,C$ 是半径为 1 的圆周上的点，且 $\angle BAC=\dfrac{\pi}{3}$，$AB+AC=\sqrt{6}$，则图中阴影区域的面积为




A. $\dfrac{\pi}{3}$　　B. $\dfrac{\pi}{6}$　　C. $\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}$　　D. $\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

11. 某校组织甲、乙两个班的学生到“农耕村”参加社会实践活动，某天安排有酿酒、油坊、陶艺、打铁、纺织、竹编制作共六项活动可供选择，每个班上午、下午各安排一项活动(不重复)，且同一时间内每项活动都只允许一个班参加，则活动安排方案的种数为

A. 126　　B. 360　　C. 600　　D. 630

12. 已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1(-c,0),F_2(c,0)$，若椭圆 $C$ 上存在一点 $P$，使得 $\dfrac{\sin\angle PF_2F_1}{\sin\angle PF_1F_2}=\dfrac{c}{a}$，则椭圆 $C$ 的离心率的取值范围为

A. $\left(0,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$　　B. $(0,\sqrt{2}-1)$　　C. $(\sqrt{2}-1,1)$　　D. $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},1\right)$

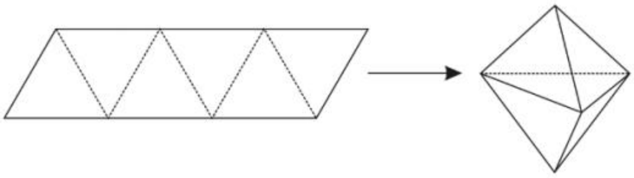
**二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.**

13. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列，且 $3a_5=2a_7$，则 $a_1=$______.

14. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，若 $|\boldsymbol{b}|=1$，则 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 方向上的投影为______.

15. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中，$P$ 是曲线 $y=x^2+\frac{1}{x}(x>0)$ 上的一个动点，则点 $P$ 到直线 $y=x$ 的距离的最小值是______.

16. 农历五月初五是端午节，民间有吃粽子的习惯，粽子又称粽粑，古称"角黍". 如图，是由六个边长为 3 的正三角形构成的平行四边形形状的纸片，某同学将其沿虚线折起来，制作了一个粽子形状的六面体模型，则该六面体的体积为______；若该六面体内有一球，则该球体积的最大值为______.（本题第一空 2 分，第二空 3 分）



**三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.**

**第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.**

**（一）必考题：共 60 分.**

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=-2, a_{n+1}=2a_n+4$.

（1）求 $a_2, a_3, a_4$；

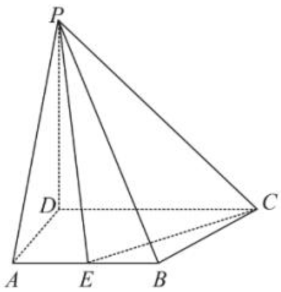
（2）猜想 $\{a_n\}$ 的通项公式并加以证明；

（3）求数列 $\{|a_n|\}$ 的前 $n$ 项和 $S_n$.

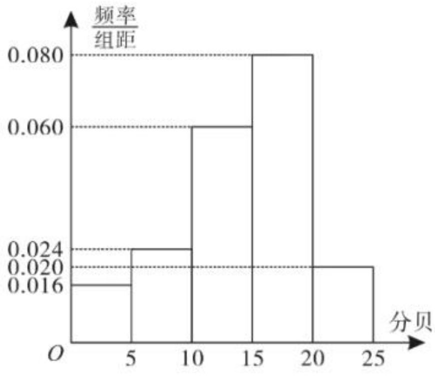
18. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AB /\!/ CD$，且 $\angle BAP=\angle CDP=90^\circ$.

（1）证明：$AD \perp CD$；

（2）已知 $CD=PD=4, AB=AD=3, \angle ADP=90^\circ$. 在棱 $AB$ 上是否存在一点 $E$，使得平面 $PAD$ 与平面 $PCE$ 所成的锐二面角的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$？若存在，求出 $\frac{AE}{EB}$ 的值，若不存在，请说明理由.




19. 人耳的听力情况可以用电子测听器检测，正常人听力的等级为 0－25dB(分贝)，并规定测试值在区间 $(0,5]$ 为非常优秀，测试值在区间 $(5,10]$ 为优秀. 某班 50 名同学都参加了听力测试，将所得测试值制成如下频率分布直方图：



(1)现从测试值在区间$(0,10]$内的同学中任意抽取4人,其中听力非常优秀的同学人数为$X$,求$X$的分布列与数学期望;

(2)现选出一名同学参加另一项测试,测试规则如下:四个音叉的发音情况不同,由强到弱的编号分别为1,2,3,4.测试前将音叉顺序随机打乱,被测试的同学依次听完后,将四个音叉按发音由强到弱重新排序,所对应的音叉编号分别为$a_1,a_2,a_3,a_4$(其中$a_1,a_2,a_3,a_4$为1,2,3,4的一个排列).记$Y=|1-a_1|+|2-a_2|+|3-a_3|+|4-a_4|$,可用$Y$描述被测试者的听力偏离程度,求$Y\leqslant 2$的概率.

20.已知抛物线$C:y^2=2px(p>0)$的焦点为$F$,$P$是抛物线$C$上一点,且满足$\overrightarrow{FP}=(0,-2)$.

(1)求抛物线$C$的方程;

(2)已知直线$l$与抛物线$C$交于$A,B$两点,且$|AB|=\sqrt{15}$,线段$AB$的中点$M$在直线$x=1$上.

(i)求直线$l$的方程;

(ii)证明:$|\overrightarrow{FA}|,|\overrightarrow{FP}|,|\overrightarrow{FB}|$成等差数列,并求该数列的公差.

21.已知函数$f(x)=\dfrac{\ln x}{mx^2}$.

(1)讨论$f(x)$的单调性;

(2)若$m=2$,对于任意$x_1>x_2>0$,

证明:$(x_1^2\cdot f(x_1)-x_2^2\cdot f(x_2))\cdot(x_1^2+x_2^2)>x_1x_2-x_2^2$.

**(二)选考题:共10分.请考生在22、23题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.**

22.已知在平面直角坐标系$xOy$中,直线$l$的参数方程为$\begin{cases}x=t\cos\alpha\\ y=2+t\sin\alpha\end{cases}$($t$为参数).以坐标原点$O$为极点,$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线$C$的极坐标方程为$\rho^2=\dfrac{3}{1+2\sin^2\theta}$.

(1)求曲线$C$的直角坐标方程;

(2)设点$P(0,2)$,若直线$l$与曲线$C$交于不同的两点$A,B$,求$|PA|+|PB|$的取值范围.

23.已知函数$f(x)=\left|x-\dfrac{1}{2}\right|$,$g(x)=|x-1|$.

(1)求函数$y=f(x)+g(x)$的最小值;

(2)已知$\theta\in[0,2\pi)$,求关于$\theta$的不等式$f(\sin\theta)+g(\cos\theta)>\dfrac{5}{2}$的解集.

# 开封市 2021 届高三第三次模拟考试
## 数学（理科）参考答案

一、选择题（每小题 5 分，共 60 分）

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | D | B | A | C | B | B | C | D | D | A | D | C |

二、填空题（每小题 5 分，共 20 分）

13. 0　　14. 2　　15. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　16. $\dfrac{9\sqrt{2}}{2}$，$\dfrac{8\sqrt{6}}{27}\pi$（本题第一空 2 分，第二空 3 分）

三、解答题（共 70 分）

17. 解：（1）由已知，易得 $a_2=0$，$a_3=4$，$a_4=12$. …………2 分

（2）猜想 $a_n=2^n-4$. …………3 分

因为 $a_{n+1}=2a_n+4$，所以 $a_{n+1}+4=2\left(a_n+4\right)$，$\dfrac{a_{n+1}+4}{a_n+4}=2$，

则 $\left\{a_n+4\right\}$ 是以 2 为首项，以 2 为公比的等比数列，…………5 分

所以 $a_n+4=2^n$，所以 $a_n=2^n-4$. …………6 分

（3）当 $n=1$ 时，$a_1=-2<0$，$S_1=\left|a_1\right|=2$；…………7 分

当 $n\geq 2$ 时，$a_n\geq 0$，

所以 $S_n=-a_1+a_2+\cdots+a_n=2+\left(2^2-4\right)+\cdots+\left(2^n-4\right)=2+2^2+\cdots+2^n-4\left(n-1\right)$

$=\dfrac{2\left(1-2^n\right)}{1-2}-4\left(n-1\right)=2^{n+1}-4n+2$，…………10 分

又 $n=1$ 时满足上式. …………11 分

所以，当 $n\in\mathbf{N}^*$ 时，$S_n=2^{n+1}-4n+2$. …………12 分

18.（1）证明：由已知 $\angle BAP=\angle CDP=90^\circ$，得：$AB\perp AP$，$CD\perp PD$，

由 $AB// CD$，故：$CD\perp AP$，又因为 $AP\cap PD=P$，所 $CD\perp$ 平面$PAD$，…………3 分

又 $AD\subset$ 平面$PAD$，所以 $CD\perp AD$. …………5 分

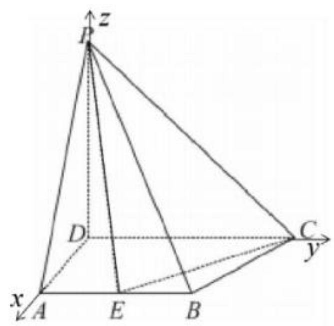
（2）解：假设在棱 $AB$ 上存在一点 $E$，使得平面 $PAD$ 与平面 $PCE$ 所成的锐二面角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

由已知 $\angle ADP=90^\circ$ 和（1），易得 $DA$，$DC$，$DP$ 两两垂直，

以 $D$ 为原点，以 $DA$，$DC$，$DP$ 所在直线分别为 $x$，$y$，$z$ 轴建立空间直角坐标系 $D$-$xyz$，…6 分

令 $AE=a$，则 $A\left(3,0,0\right)$，$C\left(0,4,0\right)$，$P\left(0,0,4\right)$，$E\left(3,a,0\right)$，

$\overrightarrow{PC}=\left(0,4,-4\right)$，$\overrightarrow{PE}=\left(3,a,-4\right)$，…………7 分




取平面 $PAD$ 的一个法向量为 $\boldsymbol{m}=\left(0,1,0\right)$，…………8 分

设平面 $PCE$ 的法向量为 $\boldsymbol{n}=\left(x,y,z\right)$，则

$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PC}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PE}=0,\end{cases}\begin{cases}4y-4z=0,\\ 3x+ay-4z=0,\end{cases}$

令$z=1$，$\therefore \boldsymbol{n}=\left(\dfrac{4-a}{3},1,1\right)$，…………9 分

$\cos<\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}>=\dfrac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\dfrac{1}{\sqrt{2+\left(\dfrac{4-a}{3}\right)^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，…………10 分

解得$a=1$（舍去$a=7$），所以$\dfrac{AE}{EB}=\dfrac{1}{2}$. …………12 分

19. 解：（1）听力等级为$(0,5]$的有$0.016\times5\times50=4$人；…………1 分

听力等级为为$(5,10]$的有$0.024\times5\times50=6$人，…………2 分

则$X$的所有可能取值为：$0,1,2,3,4$

$P(X=0)=\dfrac{C_6^4}{C_{10}^4}=\dfrac{15}{210}=\dfrac{1}{14}$，$P(X=1)=\dfrac{C_4^1C_6^3}{C_{10}^4}=\dfrac{80}{210}=\dfrac{8}{21}$，

$P(X=2)=\dfrac{C_4^2C_6^2}{C_{10}^4}=\dfrac{90}{210}=\dfrac{3}{7}$，$P(X=3)=\dfrac{C_4^3C_6^1}{C_{10}^4}=\dfrac{24}{210}=\dfrac{4}{35}$，$P(X=4)=\dfrac{C_4^4}{C_{10}^4}=\dfrac{1}{210}$，

所以$X$的分布列为：

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | $\dfrac{1}{14}$ | $\dfrac{8}{21}$ | $\dfrac{3}{7}$ | $\dfrac{4}{35}$ | $\dfrac{1}{210}$ |

…………5 分

$E(X)=0\times\dfrac{1}{14}+1\times\dfrac{8}{21}+2\times\dfrac{3}{7}+3\times\dfrac{4}{35}+4\times\dfrac{1}{210}=1.6$. …………6 分

（2）序号$a_1,a_2,a_3,a_4$的排列总数为$A_4^4=24$种，…………8 分

当$Y=0$时，$a_1=1$，$a_2=2$，$a_3=3$，$a_4=4$，

当$Y=|1-a_1|+|2-a_2|+|3-a_3|+|4-a_4|=2$时，

$a_1$，$a_2$，$a_3$，$a_4$的取值为$a_1=1$，$a_2=2$，$a_3=4$，$a_4=3$或$a_1=1$，$a_2=3$，$a_3=2$，$a_4=4$或$a_1=2$，$a_2=1$，$a_3=3$，$a_4=4$，

所以$Y\le2$时，序号$a_1,a_2,a_3,a_4$对应的情况为 4 种，…………11 分

所以$P(Y\le2)=\dfrac{4}{24}=\dfrac{1}{6}$. …………12 分

20. 解：（1）由题可知$F\left(\dfrac{p}{2},0\right)$，设点$P(x_0,y_0)$，

因为$\overrightarrow{FP}=(0,-2)$，即$\left(x_0-\dfrac{p}{2},y_0\right)=(0,-2)$，所以$x_0=\dfrac{p}{2}$，$y_0=-2$，……………2分

代入$y^2=2px$，得$4=p^2$，又因为$p>0$，所以$p=2$，

所以抛物线$C$的方程为$y^2=4x$. ……………4分

（2）（i）若直线$l$斜率不存在，$l$：$x=1$，此时$|AB|=4\ne\sqrt{15}$，

所以直线$l$斜率存在，设直线$l$：$y=kx+m$，

则$\begin{cases} y=kx+m \\ y^2=4x \end{cases}$ 消去$y$得$k^2x^2+(2km-4)x+m^2=0$，

满足$\Delta=(2km-4)^2-4k^2m^2=16(1-km)>0$，即$km<1$，

设点$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则$x_1+x_2=\dfrac{4-2km}{k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{m^2}{k^2}$，……………6分

所以$|AB|=\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|=\sqrt{1+k^2}\dfrac{4\sqrt{1-km}}{k^2}=\sqrt{15}$…①式 ……………7分

又因为线段$AB$的中点$M$在直线$x=1$上，所以$x_1+x_2=\dfrac{4-2km}{k^2}=2$…②式

由①式与②式联立可得$k=\pm2$, ……………8分

当$k=2$时，$m=-1$；当$k=-2$时，$m=1$，满足$km<1$，

所以直线$l$的方程为$y=2x-1$或$y=-2x+1$. ……………9分

（ii）此时直线$l$与抛物线$C$联立方程为$4x^2-8x+1=0$，

即$x_1+x_2=2$，$x_1x_2=\dfrac{1}{4}$，所以$|\overrightarrow{FA}|+|\overrightarrow{FB}|=x_1+x_2+2=4$，$|\overrightarrow{FP}|=2$ ……………10分

即$|\overrightarrow{FA}|+|\overrightarrow{FB}|=2|\overrightarrow{FP}|$，所以$|\overrightarrow{FA}|$，$|\overrightarrow{FP}|$，$|\overrightarrow{FB}|$成等差数列，

又因为公差$d$满足$2d=|\overrightarrow{FB}|-|\overrightarrow{FA}|=x_2-x_1$，

因为$|x_2-x_1|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{3}$， ……………11分

所以$2d=\pm\sqrt{3}$，即公差$d=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. ……………12分

21．解：（1）$f(x)=\dfrac{\ln x}{mx^2}$的定义域为$(0,+\infty)$，$f'(x)=\dfrac{1-2\ln x}{mx^3}$，…………1 分

当$m>0$时，$f'(x)>0\Rightarrow 0<x<\sqrt{e}$，此时$f(x)$在$(0,\sqrt{e})$上单调递增，

$f'(x)<0\Rightarrow x>\sqrt{e}$，此时$f(x)$在$(\sqrt{e},+\infty)$上单调递减；…………3 分

当$m<0$时，$f'(x)>0\Rightarrow x>\sqrt{e}$，此时$f(x)$在$(\sqrt{e},+\infty)$上单调递增，

$f'(x)<0\Rightarrow 0<x<\sqrt{e}$，此时$f(x)$在$(0,\sqrt{e})$上单调递减. …………4 分

综上可知：当$m>0$时，$f(x)$的增区间是$(0,\sqrt{e})$，减区间是$(\sqrt{e},+\infty)$；

当$m<0$时，$f(x)$的增区间是$(\sqrt{e},+\infty)$，减区间是$(0,\sqrt{e})$. …………5 分

（2）由$m=2$，$f(x)=\dfrac{\ln x}{2x^2}$，$\left(x_1^2\cdot f(x_1)-x_2^2\cdot f(x_2)\right)\cdot(x_1^2+x_2^2)=\dfrac{1}{2}(\ln x_1-\ln x_2)\cdot(x_1^2+x_2^2)$，…6 分

由于$x_1>x_2>0$，所以$x_1x_2-x_2^2>0$ . 设$t=\dfrac{x_1}{x_2}>1$，

故：$\left(x_1^2\cdot f(x_1)-x_2^2\cdot f(x_2)\right)\cdot(x_1^2+x_2^2)>x_1x_2-x_2^2\Leftrightarrow \ln x_1-\ln x_2>\dfrac{2(x_1x_2-x_2^2)}{x_1^2+x_2^2}$

$\Leftrightarrow \ln\dfrac{x_1}{x_2}>\dfrac{2\left(\dfrac{x_1}{x_2}-1\right)}{1+\left(\dfrac{x_1}{x_2}\right)^2}\Leftrightarrow \ln t>\dfrac{2(t-1)}{1+t^2}(t>1)\Leftrightarrow \ln t-\dfrac{2(t-1)}{1+t^2}>0(t>1)$，…………8 分

令 $\varphi(t)=\ln t-\dfrac{2(t-1)}{1+t^2}$，则 $\varphi'(t)=\dfrac{(t^2-1)(t^2+2t-1)}{t(t^2+1)^2}$，…………9 分

由于 $t>1$，故 $\varphi'(t)=\dfrac{(t^2-1)(t^2+2t-1)}{t(t^2+1)^2}>0$，则 $\varphi(t)=\ln t-\dfrac{2(t-1)}{1+t^2}$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，………10 分

故 $\varphi(t)>\varphi(1)=0$，…………11 分

即：所证不等式 $(x_1^2\cdot f(x_1)-x_2^2\cdot f(x_2))\cdot(x_1^2+x_2^2)>x_1x_2-x_2^2$ 成立. …………12 分

22. 解：（1）曲线 C 的极坐标方程可化为 $\rho^2+2\rho^2\sin^2\theta=3$，即 $x^2+3y^2=3$，

化简得曲线 C 的直角坐标方程为 $\dfrac{x^2}{3}+y^2=1$. …………4 分

（2）联立直线 $l$ 的参数方程与曲线 C 的直角坐标方程得：$(t\cos\alpha)^2+3(2+t\sin\alpha)^2=3$，

化简得 $(1+2\sin^2\alpha)t^2+12t\sin\alpha+9=0$，则 $t_1+t_2=-\dfrac{12\sin\alpha}{1+2\sin^2\alpha}$，$t_1t_2=\dfrac{9}{1+2\sin^2\alpha}>0$，……6 分

且 $\Delta=144\sin^2\alpha-36(1+2\sin^2\alpha)>0$，$2\sin^2\alpha-1>0$，则有 $|\sin\alpha|\in\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},1\right]$，………7 分

则 $|PA|+|PB|=|t_1+t_2|=\dfrac{12|\sin\alpha|}{1+2\sin^2\alpha}$，…………8 分

令 $m=|\sin\alpha|\in\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},1\right]$，有 $|PA|+|PB|=\dfrac{12}{\dfrac{1}{m}+2m}\in\left[4,3\sqrt{2}\right)$，…………9 分

所以 $|PA|+|PB|$ 的取值范围为 $\left[4,3\sqrt{2}\right)$. …………10 分

23. 解：（1）由已知可得 $y=f(x)+g(x)=|x-\dfrac{1}{2}|+|x-1|\geq|(x-\dfrac{1}{2})-(x-1)|=\dfrac{1}{2}$，

当且仅当 $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)(x-1)\leq0$ 即 $\dfrac{1}{2}\leq x\leq1$ 时等号成立，

所以函数 $y=f(x)+g(x)$ 的最小值为 $\dfrac{1}{2}$. …………4 分

（2）由已知 $\left|\sin\theta-\dfrac{1}{2}\right|+|\cos\theta-1|>\dfrac{5}{2}$，原不等式可化为 $|\sin\theta-\dfrac{1}{2}|-\cos\theta>\dfrac{3}{2}$，…………6 分

当 $\sin\theta\geq\dfrac{1}{2}$ 时，$\theta\in\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{5\pi}{6}\right]$，原不等式化为 $\sin\theta-\cos\theta>2$，此时无解，…………7 分

当 $\sin\theta<\dfrac{1}{2}$ 时，$\theta\in\left[0,\dfrac{\pi}{6}\right)\cup\left(\dfrac{5\pi}{6},2\pi\right)$，原不等式化为 $\sin\theta+\cos\theta<-1$，

即 $\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)<-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $\dfrac{5\pi}{4}<\theta+\dfrac{\pi}{4}<\dfrac{7\pi}{4}$，$\pi<\theta<\dfrac{3\pi}{2}$，…………9 分

综上所述，$\theta\in(\pi,\dfrac{3\pi}{2})$ 为原不等式的解集. …………10 分