嘉兴市 2022～2023 学年第二学期期末检测

高二数学　试题卷　（2023.6）

本试题卷共 6 页，满分 150 分，考试时间 120 分钟。

考生注意：

1. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔分别填写在试题卷和答题纸上规定的位置。

2. 答题时，请按照答题纸上“注意事项”的要求，在答题纸上的相应位置规范作答，在本试题卷上的作答一律无效。

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设集合 $A=\left\{x\middle|x^2+x-6<0\right\}$，$B=\left\{x\middle|x+1>0\right\}$，则 $A\cap B=$

A．$(-3,-1)$　　B．$(-1,2)$　　C．$(2,+\infty)$　　D．$(-3,+\infty)$

2．设 $z=\dfrac{2+\mathrm{i}}{\mathrm{i}}$（i 为虚数单位），则 $\bar{z}=$

A．$1+2\mathrm{i}$　　B．$1-2\mathrm{i}$　　C．$-1+2\mathrm{i}$　　D．$-1-2\mathrm{i}$

3．已知 $\vec{a},\vec{b}$ 为非零向量，且满足 $\vec{b}\cdot(\vec{a}+\vec{b})=0$，则 $\vec{a}-\vec{b}$ 在 $\vec{b}$ 上的投影向量为

A．$2\vec{b}$　　B．$\dfrac{3}{2}\vec{b}$　　C．$-\dfrac{3}{2}\vec{b}$　　D．$-2\vec{b}$

4．设函数 $f(x)=2^{|x-a|}$（$a\in\mathbf{R}$），则“$a\le 0$”是“$f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增”的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．已知 $\alpha,\beta\in(0,\pi)$ 且满足 $\sin\alpha+\sin\beta=\sqrt{3}(\cos\alpha+\cos\beta)$，则

A．$\tan(\alpha+\beta)=\sqrt{3}$　　B．$\tan(\alpha+\beta)=-\sqrt{3}$

C．$\cos(\alpha+\beta)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\cos(\alpha+\beta)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

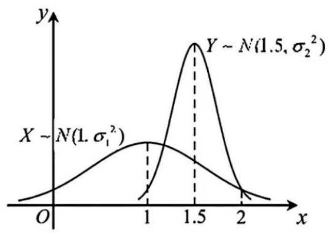
6. 设 $X \sim N(1,\sigma_1^2)$，$Y \sim N(1.5,\sigma_2^2)$，$\sigma_1,\sigma_2 > 0$．这两个正态分布密度曲线如图所示，则下列结论正确的是

A．$P(X \geq 2) < P(Y \geq 2)$

B．$P(X \leq 1.5) < P(Y \leq 1.5)$

C．$P(0 \leq X \leq 2) > P(1 \leq Y \leq 2)$

D．$P(|X-1| < \sigma_2) < P(|Y-1.5| < \sigma_1)$



第 6 题图

7. 某校一场小型文艺晚会有 6 个节目，类型为：2 个舞蹈类、2 个歌唱类、1 个小品类、1 个相声类．现确定节目的演出顺序，要求第一个节目不排小品类，2 个歌唱类节目不相邻，则不同的排法总数有

A．336 种　　B．360 种　　C．408 种　　D．480 种

8. 在三棱锥 $P-ABC$ 中，$PA=PB=2$，$PC=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$，平面 $PAB \perp$ 平面 ABC，则该三棱锥体积的最大值为

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D．1

二、选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 某校一支田径队有男运动员 12 人，女运动员 8 人，全队中身高最高为 190cm，最低为 160cm，则下列说法正确的有

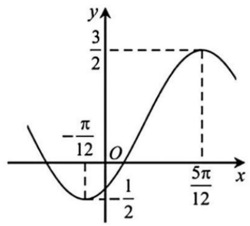
A．该田径队队员身高数据的极差为 30cm

B．用不放回简单随机抽样的方法从田径队中抽取一个容量为 10 的样本，则每位运动员被抽到的概率均为$\dfrac{1}{2}$

C．按性别用分层抽样的方法从田径队中抽取一个容量为 10 的样本，样本按比例分配，则男、女运动员抽取的人数分别为 7 人与 3 人

D．若田径队中男、女运动员的平均身高分别为 175cm 和 165cm，则该田径队的运动员总体平均身高为 171cm

10．函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)+k$（$A>0$，$\omega>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，$k\in\mathbf{R}$）的部分图象如图所示，则下列结论正确的有



第 10 题图

A．$A=1$，$k=\frac{1}{2}$

B．$\varphi=-\frac{\pi}{6}$

C．$f(x)$ 在区间 $[\frac{5\pi}{12},\frac{11\pi}{12}]$ 上单调递减

D．$f(x-\frac{5\pi}{12})$ 为偶函数

11．一个质点在随机外力的作用下，从原点 0 出发，每隔 1s 向左或向右移动一个单位，向左移动的概率为 $\frac{1}{3}$，向右移动的概率为 $\frac{2}{3}$．则下列结论正确的有

A．第八次移动后位于原点 0 的概率为 $(\frac{2}{3})^4\times(\frac{1}{3})^4$

B．第六次移动后位于 4 的概率为 $C_6^5\times(\frac{2}{3})^5\times\frac{1}{3}$

C．第一次移动后位于 −1 且第五次移动后位于 1 的概率为 $C_4^3\times(\frac{2}{3})^3\times(\frac{1}{3})^2$

D．已知第二次移动后位于 2，则第六次移动后位于 4 的概率为 $C_4^3\times(\frac{2}{3})^3\times\frac{1}{3}$

12．定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f(x-y)-f(x+y)=f(x+1)f(y+1)$，$f(0)\neq 0$，则

A．$f(1)=0$　　B．$f(0)=f(2)$　　C．$f(3)=f(-1)$　　D．$\sum_{k=1}^{23}f(k)=-2$

三、**填空题**：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．某学生在对 50 位同学的身高 y（单位：cm）与鞋码 x（单位：欧码）的数据进行分析后发现两者呈线性相关，得到经验回归方程 $\hat{y}=3x+\hat{a}$．若 50 位同学身高与鞋码的均值分别为 $\bar{y}=170$，$\bar{x}=40$，则 $\hat{a}=$__▲__．

14．$(2x+\frac{1}{x^2})^5$ 的展开式中 x^2 的系数为__▲__．（用数字作答）

15．某校团委组织了一场“承五四精神 谱青春华章”的学生书画比赛，评出一、二、三等奖作品若干，其中二等奖和三等奖作品数量相等，高二年级作品分别占 40%，40%，60%．现从获奖作品中任取一件，记事件 $A=$“取出一等奖作品”，$B=$“取出获奖作品为高二年级”，若 $P(AB)=0.16$，则 $P(A|B)=$ ▲ ．

16．若 $3(\sin^5\theta+\cos^5 2\theta)>5(\sin^3\theta+\cos^3 2\theta)$，$\theta\in[0,2\pi)$，则 θ 的取值范围为 ▲ ．

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（本题满分 10 分）

记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $a_1>0$，已知 $\frac{S_{n+1}}{a_{n+1}}-\frac{S_n}{a_n}=\frac{1}{2}$．

（1）若 $a_1=1$，求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

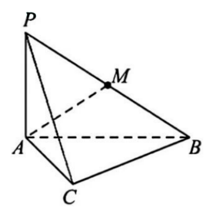
（2）若 $\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\cdots+\frac{1}{S_n}<1$ 对任意 $n\in\mathbf{N}^*$ 恒成立，求 a_1 的取值范围．

18．（本题满分 12 分）

如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，已知 $PA\perp$ 平面 ABC，平面 $PAC\perp$ 平面 PBC．

（1）求证：$BC\perp$ 平面 PAC；

（2）若 $BC=\sqrt{3}AC$，M 是 PB 的中点，AM 与平面 PBC 所成角的正弦值为 $\frac{2}{3}$，求平面 PBC 与平面 ABC 夹角的余弦值．



第 18 题图

19.（本题满分 12 分）

记$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c．已知$B=\frac{\pi}{2}$，$\sin A=1-\frac{c}{\sqrt{3}b}$．

（1）求角A的大小；

（2）若D为线段AC上的一点，且满足$AD=1,BD=2$，求$\triangle BDC$的面积．

20.（本题满分 12 分）

某校学生每一年需要进行一次体测，体测包含肺活量、50 米跑、立定跳远等多个项目，现对该校的 80 位男生的肺活量等级（优秀、良好、合格、不合格）进行统计，得到如下列联表：

身高	肺活量等级		合计
	良好和优秀	不合格和合格	
低于 175 公分	22	22	44
不低于 175 公分	30	6	36
合计	52	28	80

（1）能否有 99.5%的把握认为男生的身高与肺活量的等级划分有关联？

附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$a+b+c+d=n$．

$P(K^2\geq k)$	0. 01	0. 005	0. 001
k	6. 635	7. 879	10. 828

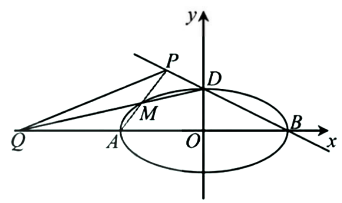
（2）某体测小组由 6 位男生组成，其中肺活量等级不合格的有 1 人，良好的有 4 人，优秀的有 1 人，肺活量等级分按如下规则计算：不合格记 0 分，合格记 1 分，良好记 2 分，优秀记 3 分．在该小组中随机选择 2 位同学，记肺活量等级分之和为X，求X的分布列和均值．

21．（本题满分 12 分）

已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$的左右顶点分别为A, B，上顶点为D，M为椭圆C上异于四个顶点的任意一点，直线AM交BD于点P，直线DM交x轴于点Q．

（1）求$\triangle MBD$面积的最大值；

（2）记直线PM, PQ的斜率分别为k_1, k_2，求证：k_1-2k_2为定值．



第 21 题图

22．（本题满分 12 分）

已知函数$f(x)=a\ln\dfrac{x}{a}-x$，$g(x)=ax-ae^x$．（e =2.71828…为自然对数的底数）

（1）当$a=1$时，求函数$y=f(x)$的最大值；

（2）已知$x_1, x_2\in(0,+\infty)$，且满足$f(x_1)>g(x_2)$，求证：$x_1+ae^{x_2}>2a$．