



当 $x = -2$ 时, $y = 4 - 4 - 3 = -3$, 当 $x = 2$ 时, $y = 4 + 4 - 3 = 5$,

故当 $-2 \leq x \leq 2$ 时, 函数的最大值 5. (12 分)

20. 解析 (I) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$, $(\sqrt{c} + \sqrt{d})^2 = c + d + 2\sqrt{cd}$, (2 分)

由 $ab = cd$, $a + b > c + d$, 得 $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > (\sqrt{c} + \sqrt{d})^2$, (4 分)

所以 $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{c} + \sqrt{d}$ (6 分)

(II) 因为 $a > 0$, $b > 0$ 且 $a \neq b$,

$$\begin{aligned} \text{所以 } \frac{b^2}{a} + \frac{a^2}{b} - (a + b) &= \frac{b^3 + a^3}{ab} - \frac{ab(a + b)}{ab} \\ &= \frac{b^3 + a^3 - ab(a + b)}{ab} \\ &= \frac{b^2(b - a) + a^2(a - b)}{ab} \\ &= \frac{(b - a)^2(b + a)}{ab} \\ &> 0, \end{aligned} \dots\dots (10 \text{ 分})$$

$$\text{所以 } \frac{b^2}{a} + \frac{a^2}{b} > a + b. \dots\dots (12 \text{ 分})$$

21. 解析 (I) 因为每件产品售价为 6 元, 所以 x 万件产品的销售收入为 $6x$ 万元, (1 分)

依题意得, 当 $0 < x < 6$ 时,

$$L(x) = 6x - \left(\frac{1}{2}x^2 + x\right) - 4 = -\frac{1}{2}x^2 + 5x - 4, \dots\dots (3 \text{ 分})$$

$$\text{当 } x \geq 6 \text{ 时}, L(x) = 6x - \left(7x + \frac{100}{x} - 39\right) - 4 = 35 - \left(x + \frac{100}{x}\right). \dots\dots (5 \text{ 分})$$

$$\text{所以 } L(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + 5x - 4, & 0 < x < 6, \\ 35 - \left(x + \frac{100}{x}\right), & x \geq 6. \end{cases} \dots\dots (6 \text{ 分})$$

$$(II) \text{ 当 } 0 < x < 6 \text{ 时}, L(x) = -\frac{1}{2}(x - 5)^2 + \frac{17}{2},$$

$$\text{当 } x = 5 \text{ 时}, L(x) \text{ 取得最大值 } \frac{17}{2}. \dots\dots (8 \text{ 分})$$

$$\text{当 } x \geq 6 \text{ 时}, L(x) = 35 - \left(x + \frac{100}{x}\right) \leq 35 - 2\sqrt{x \cdot \frac{100}{x}} = 35 - 20 = 15, \text{ 当且仅当 } x = \frac{100}{x}, \text{ 即 } x = 10 \text{ 时}, L(x) \text{ 取得最大值 } 15. \dots\dots (10 \text{ 分})$$

$$\text{因为 } \frac{17}{2} < 15, \text{ 所以当年产量为 } 10 \text{ 万件时, 年利润最大, 最大年利润为 } 15 \text{ 万元.} \dots\dots (12 \text{ 分})$$

22. 解析 (I) 因为 $a > b > c$ 且 $a + b + c = 0$, 所以 $a > 0$, $c < 0$, (1 分)

$$\text{由 } a > -a - c > c \text{ 及 } a > 0, \text{ 得 } 1 > -1 - \frac{c}{a} > \frac{c}{a}, \text{ 所以 } -2 < \frac{c}{a} < -\frac{1}{2}. \dots\dots (3 \text{ 分})$$

因为 $a + b + c = 0$, 所以方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的一个根为 1,

$$\text{则另一个实根 } \frac{c}{a} < 0, \dots\dots (4 \text{ 分})$$

所以函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴的两个交点间的距离 $l = 1 - \frac{c}{a}$, 可得 l 的取值范围为 $\left\{ l \mid \frac{3}{2} < l < 3 \right\}$
..... (6 分)

(II) 根据题意得 $a > 0$ 且 $\Delta = b^2 - 4ac \leq 0$,

所以 $b > a > 0$ 且 $4c \geq \frac{b^2}{a}$, (8 分)

所以 $\frac{2a+2b+8c}{b-a} \geq \frac{2a+2b+\frac{2b^2}{a}}{b-a} = \frac{2+2 \cdot \frac{b}{a} + 2 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^2}{\frac{b}{a}-1}$ (9 分)

令 $\frac{b}{a} - 1 = t > 0$,

则 $\frac{2a+2b+8c}{b-a} \geq \frac{2+2(t+1)+2(t+1)^2}{t} = \frac{2t^2+6t+6}{t} = 2t+6+\frac{6}{t} \geq 6+2\sqrt{2t \cdot \frac{6}{t}} = 6+4\sqrt{3}$, (11 分)

当且仅当 $2t = \frac{6}{t}$, 即 $t = \sqrt{3}$, 也即 $\frac{b}{a} = 1 + \sqrt{3}$ 时取等号.

所以 $\frac{2a+2b+8c}{b-a}$ 的最小值为 $6+4\sqrt{3}$ (12 分)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线