

高一数学 · 答案

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。

1. B 2. C 3. B 4. D 5. A 6. B
7. D 8. C

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。每小题全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. ABD 10. BC 11. BC 12. CD

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. (1,4) 14. 2($1 < x < 3$ 均可)
15. $\{m | m > 6\}$ 16. 13

四、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. 解析 (I) 当 $a=1$ 时, $A=\{1,2\}$, $B=\{0,1\}$, (2 分)

所以 $A \cap B = \{1\}$, (4 分)

$A \cup B = \{0,1,2\}$ (5 分)

(II) 因为 $C=A \cup B$, 集合 C 有 8 个子集, 所以集合 C 中有 3 个元素, (7 分)

而 $0,1,2 \in C$, 故 a 的取值集合为 $\{0,1,2\}$ (10 分)

18. 解析 (I) 由不等式的解集为 $\{x | -1 < x < 1\}$,

可知方程 $x^2 - ax - x + b = 0$ 的两根为 -1 和 1, (2 分)

则 $\begin{cases} a+1 = -1+1 = 0, \\ b = -1, \end{cases}$ 解得 $a = -1$, $b = -1$ (6 分)

(II) 由 $b=a$, 原不等式可化为 $x^2 - (a+1)x + a < 0$,

因此 $(x-a)(x-1) < 0$.

当 $a < 1$ 时, 原不等式等价于 $a < x < 1$, 即不等式的解集为 $\{x | a < x < 1\}$; (8 分)

当 $a=1$ 时, 原不等式等价于 $(x-1)^2 < 0$, 不等式的解集为 \emptyset ; (10 分)

当 $a > 1$ 时, 原不等式等价于 $1 < x < a$, 即不等式的解集为 $\{x | 1 < x < a\}$ (12 分)

19. 解析 (I) 因为二次函数当 $x = -1$ 时取得最小值 -4,

所以可设其解析式为 $y = a(x+1)^2 - 4$ ($a \neq 0$), 即 $y = ax^2 + 2ax + a - 4$ ($a \neq 0$), (2 分)

又因为函数图象过点 $(0, -3)$, 所以 $a - 4 = -3$, 得 $a = 1$,

所以函数为 $y = x^2 + 2x - 3$ (4 分)

令 $y=0$, 得 $x_1 = 1$, $x_2 = -3$,

所以此函数的图象与 x 轴的交点坐标为 $(1,0)$, $(-3,0)$ (6 分)

(II) 函数 $y = x^2 + 2x - 3$ 的图象是开口向上的抛物线, 对称轴为 $x = -1$, (8 分)

故当 $-2 \leq x \leq -1$ 时, 函数为减函数, 当 $-1 < x \leq 2$ 时, 函数为增函数, (10 分)



当 $x = -2$ 时, $y = 4 - 4 - 3 = -3$, 当 $x = 2$ 时, $y = 4 + 4 - 3 = 5$,

故当 $-2 \leq x \leq 2$ 时, 函数的最大值 5. (12 分)

20. 解析 (I) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$, $(\sqrt{c} + \sqrt{d})^2 = c + d + 2\sqrt{cd}$, (2 分)

由 $ab = cd$, $a + b > c + d$, 得 $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > (\sqrt{c} + \sqrt{d})^2$, (4 分)

所以 $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{c} + \sqrt{d}$ (6 分)

(II) 因为 $a > 0, b > 0$ 且 $a \neq b$,

$$\begin{aligned} \text{所以 } \frac{b^2}{a} + \frac{a^2}{b} - (a + b) &= \frac{b^3 + a^3}{ab} - \frac{ab(a + b)}{ab} \\ &= \frac{b^3 + a^3 - ab(a + b)}{ab} \\ &= \frac{b^2(b - a) + a^2(a - b)}{ab} \\ &= \frac{(b - a)^2(b + a)}{ab} \\ &> 0, \end{aligned}$$

..... (10 分)

所以 $\frac{b^2}{a} + \frac{a^2}{b} > a + b$ (12 分)

21. 解析 (I) 因为每件产品售价为 6 元, 所以 x 万件产品的销售收入为 $6x$ 万元, (1 分)

依题意得, 当 $0 < x < 6$ 时,

$$L(x) = 6x - \left(\frac{1}{2}x^2 + x \right) - 4 = -\frac{1}{2}x^2 + 5x - 4, \quad \dots \quad (3 \text{ 分})$$

$$\text{当 } x \geq 6 \text{ 时}, L(x) = 6x - \left(7x + \frac{100}{x} - 39 \right) - 4 = 35 - \left(x + \frac{100}{x} \right). \quad \dots \quad (5 \text{ 分})$$

$$\text{所以 } L(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + 5x - 4, & 0 < x < 6, \\ 35 - \left(x + \frac{100}{x} \right), & x \geq 6. \end{cases} \quad \dots \quad (6 \text{ 分})$$

$$(II) \text{ 当 } 0 < x < 6 \text{ 时}, L(x) = -\frac{1}{2}(x - 5)^2 + \frac{17}{2},$$

当 $x = 5$ 时, $L(x)$ 取得最大值 $\frac{17}{2}$ (8 分)

当 $x \geq 6$ 时, $L(x) = 35 - \left(x + \frac{100}{x} \right) \leq 35 - 2\sqrt{x \cdot \frac{100}{x}} = 35 - 20 = 15$, 当且仅当 $x = \frac{100}{x}$, 即 $x = 10$ 时, $L(x)$ 取得最大值 15. (10 分)

因为 $\frac{17}{2} < 15$, 所以当年产量为 10 万件时, 年利润最大, 最大年利润为 15 万元. (12 分)

22. 解析 (I) 因为 $a > b > c$ 且 $a + b + c = 0$, 所以 $a > 0, c < 0$, (1 分)

由 $a > -a - c > c$ 及 $a > 0$, 得 $1 > -1 - \frac{c}{a} > \frac{c}{a}$, 所以 $-2 < \frac{c}{a} < -\frac{1}{2}$ (3 分)

因为 $a + b + c = 0$, 所以方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的一个根为 1,

则另一个实根 $\frac{c}{a} < 0$, (4 分)

所以函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴的两个交点间的距离 $l = 1 - \frac{c}{a}$, 可得 l 的取值范围为 $\left\{ l \mid \frac{3}{2} < l < 3 \right\}$ (6 分)

(II) 根据题意得 $a > 0$ 且 $\Delta = b^2 - 4ac \leq 0$,

所以 $b > a > 0$ 且 $4c \geq \frac{b^2}{a}$, (8 分)

所以 $\frac{2a+2b+8c}{b-a} \geq \frac{2a+2b+\frac{2b^2}{a}}{b-a} = \frac{2+2 \cdot \frac{b}{a} + 2 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^2}{\frac{b}{a}-1}$ (9 分)

令 $\frac{b}{a} - 1 = t > 0$,

则 $\frac{2a+2b+8c}{b-a} \geq \frac{2+2(t+1)+2(t+1)^2}{t} = \frac{2t^2+6t+6}{t} = 2t+6+\frac{6}{t} \geq 6+2\sqrt{2t \cdot \frac{6}{t}} = 6+4\sqrt{3}$, (11 分)

当且仅当 $2t = \frac{6}{t}$, 即 $t = \sqrt{3}$, 也即 $\frac{b}{a} = 1 + \sqrt{3}$ 时取等号.

所以 $\frac{2a+2b+8c}{b-a}$ 的最小值为 $6+4\sqrt{3}$ (12 分)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线