2021～2022学年度第一学期期中教学质量检测

高三数学试题

2021.11

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共6页；满分150分，考试时间120分钟.

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的考场、座号、姓名、班级填（涂）写在答题卡上，将条形码粘贴在指定位置处.
2. 第Ⅰ卷的答案须用2B铅笔填涂，如需改动，用橡皮擦干净后，再改涂其它答案标号.
3. 答第Ⅱ卷（非选择题）考生须用0.5mm的黑色签字笔（中性笔）作答，答案必须写在答题卡的各题目指定的区域内相应位置，如需改动，须先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带. 否则，该答题无效.
4. 书写力求字体工整、符号规范、笔迹清楚.

第Ⅰ卷（选择题60分）

一、单项选择题（本题共8个小题，每小题5分，共40分；在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 设集合 $A=\{x|2<x<4\}$，$B=\{x|1\le x\le 3\}$，则 $A\cup B=$

A. $\{x|2<x\le 3\}$　　B. $\{x|2\le x\le 3\}$

C. $\{x|1\le x<4\}$　　D. $\{x|1<x<4\}$

2. 定义运算 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$，若复数 z 满足 $\begin{vmatrix} zi & -1 \\ z & 1 \end{vmatrix}=1-i$，则 $\bar{z}=$

A. $1+i$　　B. $1-i$　　C. $-i$　　D. i

3. 在 ΔABC 中，"$\sin C=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$"是"$C=\dfrac{\pi}{3}$"的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 已知函数 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数，当 $x>0, f(x)=10^{ax}$（a 为常数），若 $f\left(\lg\frac{1}{5}\right)=-25$，则实数 $a=$

A. 2　　B. -2　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{1}{2}$

5. 在 ΔABC 中，若 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=4$，$A\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right]$，则 ΔABC 面积的取值范围是

A. $\left[\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$　　B. $\left[\frac{\sqrt{3}}{3},\sqrt{3}\right]$　　C. $\left[1,\sqrt{3}\right]$　　D. $\left[\frac{2\sqrt{3}}{3},\ 2\sqrt{3}\right]$

6. 在流行病学中，基本传染数 R_0 是指在没有外力介入，同时所有人都没有免疫力的情况下，一个感染者平均传染的人数. 假设某种传染病的基本传染数是 $R_0=3$，那么感染人数由1个初始感染者经过5轮传染得到感染者（包括初始感染者）的总人数是多少？（初始感染者传染 R_0 个人为第一轮传染，这 R_0 个人每人再传染 R_0 个人为第二轮传染，…）

A. 363　　B. 364　　C. 365　　D. 366

7. 已知函数 $f(x)=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，下面结论**错误**的是

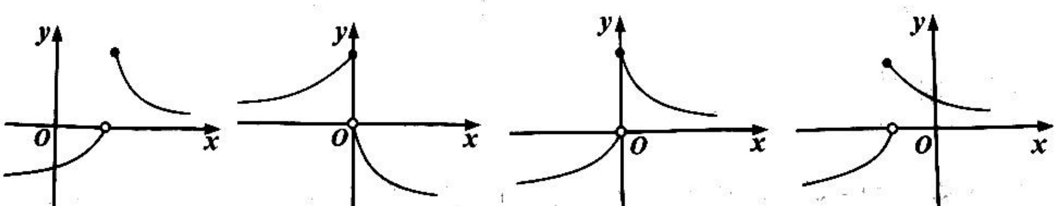
A. $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{6}\right]$ 上单调递减

B. $\left(\frac{2\pi}{3},0\right)$ 是函数 $f(x)$ 图象的一个对称中心

C. $f(x)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$ 上的值域为 $\left[-\sqrt{3},\sqrt{3}\right]$

D. $f(x)$ 图象上的所有点向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位后得到函数 $g(x)=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{12}\right)$ 的图象

8. 函数 $f(x)=\begin{cases}4^x, x\le 1\\ \log_{\frac{1}{4}}x, x>1\end{cases}$，则函数 $y=f(1-x)$ 的大致图象是



A　　B　　C　　D

二、多项选择题（本题共4个小题，每小题5分，共20分；在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.）

9. 已知向量 $\vec{a}+\vec{b}=(-2,1)$，$\vec{a}-\vec{b}=(4,3)$，则下列结论正确的是

A. $(\vec{a}+\vec{b})\parallel\vec{b}$　　　　B. $(\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{a}$

C. $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{3}{4}\pi$　　　　D. $|2\vec{a}+\vec{b}|=10$

10. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，公差为 d，若 $S_9=a_5+a_{12}$，$a_1>0$，则以下结论一定正确的是

A. $d<0$　　　　B. $S_2=S_5$

C. $|a_1|>|a_9|$　　　　D. S_n 取得最大值时，$n=3$

11. 已知 $2^a=7^b=14$，则下列关于 a，b 可能满足的关系有

A. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$　　B. $a+b>4$　　C. $a^2+b^2<8$　　D. $(a-1)^2+(b-1)^2>2$

12. 已知函数 $f(x)=2^{x+1}$ 可以表示成一个偶函数 $g(x)$ 和一个奇函数 $h(x)$ 之和，若不等式 $[h(x)]^2+ag(x)\geq 2$ 对 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，则实数 a 的可能取值为

A. -1　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 1　　D. 2

第Ⅱ卷（非选择题共90分）

三、填空题（本题共4个小题，每小题5分. 共20分.）

13. 已知 $\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，若 $\cos 2\theta=\frac{1}{3}$，则 $\tan\theta=$ ▲ .

14. 已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin 3\omega x-\cos 3\omega x$（$\omega>0$）图象的相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$，则 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=$ ▲ .

15. 已知函数 $f(x)=e^x-ax$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上无零点，则实数 a 的取值范围是 ▲ .

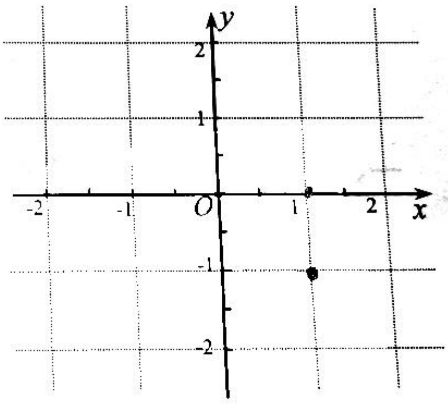
16. 十九世纪法国数学家卢卡斯提出数列$\{L_n\}$：2，1，3，4，7，…，称之为卢卡斯数列，且满足$L_1=2$，$L_2=1$，$L_{n+1}=L_n+L_{n-1}$（$n\geq 2$），则 $L_{12}=$__▲__；记S_n为数列$\{L_n\}$的前n项和，若$L_{2023}=t$，则$S_{2021}=$__▲__．（本题第一空2分；第二空3分）

四、解答题（本题共6个小题，共70分；解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．）

17.（本小题满分10分）

一般地，任何一个复数$z=a+bi$（$a,b\in\mathbf{R}$）都可以表示成$r(\cos\theta+i\sin\theta)$形式．其中，$r$是复数$z$的模，$\theta$是以$x$轴的非负半轴为始边，向量$\overrightarrow{OZ}$所在射线（射线$OZ$）为终边的角，叫做复数$z=a+bi$的辐角，$r(\cos\theta+i\sin\theta)$叫做复数$z=a+bi$的三角表示式，简称三角形式．为了与“三角形式”区分开来，$a+bi$（$a,b\in\mathbf{R}$）叫做复数的代数表示式，简称“代数形式”．

（Ⅰ）画出复数$z=1-i$对应的向量，并把$z=1-i$表示成三角形式；



（Ⅱ）已知$z_1=\cos\theta_1+i\sin\theta_1$，$z_2=\cos\theta_2+i\sin\theta_2$，$\cos(\pi+\theta_1+\theta_2)=\frac{3}{5}$，其中$\theta_1\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$\theta_2\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$．

试求z_1z_2（结果表示为代数形式）．

18. （本小题满分 12 分）

已知等差数列$\{a_n\}$（$n\in\mathrm{N}^*$）中，a_1,a_2,a_3分别是下表第一、二、三行中的某一个数，且其中的任意两个数均不在下表中的同一列.

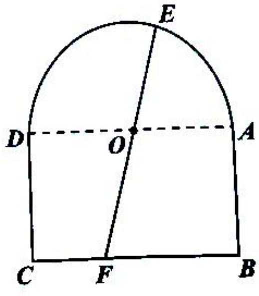
	第一列	第二列	第三列
第一行	2	1	3
第二行	8	4	5
第三行	9	11	6

（Ⅰ）请选择一个可能的$\{a_1,a_2,a_3\}$组合，并求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）记（Ⅰ）中您选择的数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，试判断是否存在正整数k，使得a_1,a_k,S_{k+2}成等比数列？若有，则求出k的值；若没有，说明理由.

19. （本小题满分 12 分）

某城市公园有一如图所示的绿化带，其形状由一个直径为$2km$的半圆O和矩形$ABCD$组成，其中$AB=1km$. 管理部门规划在圆心O处建造一个亭子，为了方便游客到亭子游玩，决定从A地出发修建一条经过亭子O处到达BC的公路，具体路线是：在半圆O上选点E（异于A,D点），从点A沿圆弧到点E，再从点E经过亭子O的直线到达BC边上的点F处. 已知从点A到点E的修路费用每千米需要$\frac{1}{5}a$元，从点E到点F的修路费用每千米需要$\frac{1}{6}a$元，设$\angle AOE=\theta$弧度，从A地经点E，O到F地修路所需费用为y元.



（Ⅰ）试将y表示为θ的函数$y=f(\theta)$，并写出定义域；

（Ⅱ）当$\cos\theta$取何值时，修路所需费用最少？

20.（本小题满分 12 分）

在ΔABC中，角A,B,C的对边分别是a,b,c，且满足$\sin^2 B-\sin^2 A-\sin^2 C=\sin A\sin C$.

（Ⅰ）求角B大小；

（Ⅱ）若O是ΔABC内部一点，$\angle AOB=\frac{\pi}{3}$，$\angle BOC=\frac{5\pi}{6}$，$AB=3$，$BC=1$，

（1）请猜想$\angle BAO$与$\angle OBC$的关系，并说明理由；

（2）求$\tan\angle BAO$的值.

21.（本小题满分 12 分）

设数列$\{a_n\}$前n项和为S_n，$a_1=1$，$a_{n+1}-S_n=1$（$n\in \mathrm{N}^*$）.

（Ⅰ）求出$\{a_n\}$通项公式；

（Ⅱ）若$b_n=\begin{cases}\dfrac{1}{n(n+2)}, n\text{为奇数}, \\ \dfrac{n}{a_{n+1}}, n\text{为偶数}\end{cases}$，求数列$\{b_n\}$的前$2n$项和$T_{2n}$.

22.（本小题满分 12 分）

已知函数$f(x)=ae^x$，$g(x)=\ln\frac{x}{a}-1$，其中$a>0$.

（Ⅰ）若$a=\frac{1}{2}$，在平面直角坐标系xoy中，过坐标原点O分别作函数$y=f(x)$与函数$y=g(x)$图象的切线l_1和l_2，求l_1，l_2的斜率之积；

（Ⅱ）若对$x\in(0,+\infty)$上，总有$f(x)\geq g(x)+1$成立，试求实数a的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。