绝密★启用前

# 2022—2023学年高三二轮复习验收考试

# 数学文科

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|x^2<3x\}$,$B=\{x|y=\sqrt{x-1}\}$,则 $A\cap B=$

A. $[1,3)$　　B. $(1,3)$　　C. $(0,1]$　　D. $(0,3)$

2. 已知复数 $z$ 满足 $(1-i)(z+4i)=2i$,则 $z$ 的虚部为

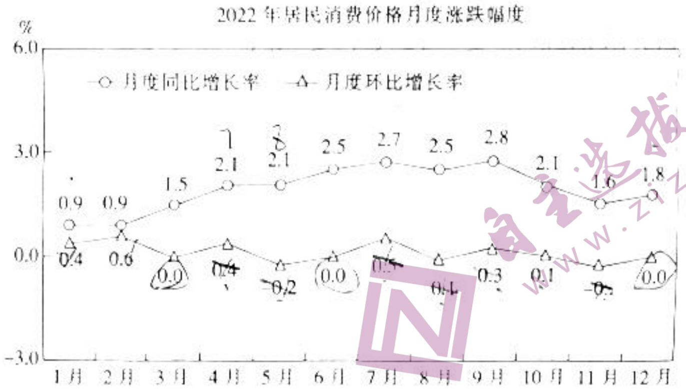
A. $-3$　　B. $-3i$　　C. $-1$　　D. $-i$

3. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}=(1,\lambda)$,$\boldsymbol{b}+2\boldsymbol{a}=(1,-3)$,且 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$,则实数 $\lambda=$

A. 1或$\frac{1}{2}$　　B. $-1$或$\frac{1}{2}$　　C. 1或$-\frac{1}{2}$　　D. $-1$或$-\frac{1}{2}$

4. 在统计中,月度同比增长率是指本月和上一年同月相比较的增长率,月度环比增长率是指本月和上一个月相比较的增长率.如图是2022年1月至2022年12月我国居民消费价格月度涨跌幅度统计图,则以下说法错误的是

2022年居民消费价格月度涨跌幅度




A. 在这12个月中,我国居民消费价格月度同比增长率数据的中位数为2.1%

B. 在这12个月中,月度环比增长率数据为正数的个数比月度环比增长率数据为负数的个数多3

C. 在这12个月中,我国居民消费价格月度同比增长率数据的均值为1.85%

D. 在这12个月中,我国居民消费价格月度环比增长率数据的众数为0.0%

5. 已知 $x,y$ 满足不等式 $\begin{cases}x-y-4\leqslant 0,\\ x+y-7\leqslant 0,\\ 2x-y\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $3x-y$ 的最小值为

A. $-6$　　B. $-4$　　C. $\frac{7}{3}$　　D. 15

6. 已知数列 $\{a_n+2n\}$ 为等比数列,$a_1-a_2=1$,$a_3=-2$,则数列 $\{a_n\}$ 的前10项和为

A. 352　　B. 401　　C. 625　　D. 913

7. 黄地绿彩云龙纹盘是收藏于中国国家博物馆的一件明代国宝级瓷器.该龙纹盘敞口,弧壁,广底,圈足.器内施白釉,外壁以黄釉为地,刻云龙纹并填绿彩,美不胜收.黄地绿彩云龙纹盘可近似看作是圆台和圆柱的组合体,其口径(盘口圆的直径)22.5 cm,足径(盘底圆的直径)14.4 cm,高3.8 cm,其中底部圆柱高0.8 cm,则黄地绿彩云龙纹盘的侧面积约为(附:圆台的侧面积$S=\pi(R+r)l$,$R$,$r$分别为两底面半径,$l$为母线长,其中$\pi$的值取3,$\sqrt{25.4025}\approx5.04$)

A. 300.88 $cm^2$　　B. 313.52 $cm^2$　　C. 327.24 $cm^2$　　D. 344.52 $cm^2$

8. 已知定义在$\mathbf{R}$上的函数$f(x)$满足$f(x+3)=-f(x)$,$g(x)=f(x)-2$为奇函数,则$f(198)=$

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

9. 已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点为$F$,以原点$O$为圆心,$OF$为半径的圆与$C$在第二、四象限的交点分别为$A$,$B$,若$\tan\angle ABF=\frac{4}{3}$,则$C$的离心率为

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{5}{7}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

10. 正割(Secant)及余割(Cosecant)这两个概念是由伊朗数学家、天文学家阿布尔·威发首先引入,sec,csc这两个符号是荷兰数学家基拉德在《三角学》中首先使用,后经欧拉采用得以通行.在三角中,定义正割$\sec\alpha=\frac{1}{\cos\alpha}$,余割$\csc\alpha=\frac{1}{\sin\alpha}$.已知函数$f(x)=\frac{1}{\sec x}+\frac{1}{\csc x}$,给出下列说法:

①$f(x)$的定义域为$\{x|x\neq k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$;②$f(x)$的最小正周期为$2\pi$;③$f(x)$的值域为$[-\sqrt{2},-1)\cup(-1,1)\cup(1,\sqrt{2}]$;④$f(x)$图象的对称轴为直线$x=-\frac{\pi}{4}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$.

其中所有正确说法的序号为

A. ③　　B. ②③　　C. ①④　　D. ②③④

11. 已知$a^{\log_4 a}=16\sqrt{2}$,则$a+\log_2 a=$

A. 11 或 $-\frac{23}{8}$　　B. 11 或 $-\frac{21}{8}$　　C. 12 或 $-\frac{23}{8}$　　D. 10 或 $-\frac{21}{8}$

12. 已知函数$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$,其导函数为$f'(x)$,$f(x)=\ln x-f'(x)$,$f(1)=2f'(1)$,则$f(x)$

A. 无极值　　B. 有极大值,也有极小值

C. 有极大值,无极小值　　D. 有极小值,无极大值

**二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.**

13. 已知命题$p:\forall x\in\mathbf{R}$,$a<3x^{2024}+1$,若$p$为真命题,则实数$a$的取值范围是________.(用区间表示)

14. 已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一条渐近线恰好平分第一、三象限,若$C$的虚轴长为4,则$C$的实轴长为________.

15. 在一次手工劳动课上,需要把一个高为3,体积为$\pi$的木质实心圆锥模型削成一个实心球模型,则球的表面积的最大值为________.

16. 记$\triangle ABC$的面积为$S$,内角$A$,$B$,$C$所对的边分别为$a$,$b$,$c$,且$\frac{3}{2}a^2+b^2+c^2=8S$,则$\tan A$的值为________.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17 ~ 21 题为必考题,每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17.(12 分)为推动农村可持续生态农业的发展,广东某农场用五年的时间按照有机标准新改良了 100 亩土地,预计在改良后的土地上种植有机水果 $A$ 和其它作物,并根据市场需求确定有机水果 $A$ 的种植面积. 农场经营采用的是 CSA 农业经营模式即社区支持农业,农场从 CSA 会员中随机抽取了南方、北方会员共 200 人,调查数据如下.

| | 喜欢有机水果 $A$ | 不喜欢有机水果 $A$ |
|---|---|---|
| 南方会员 | 80 | 40 |
| 北方会员 | 40 | 40 |

(1)视频率为概率,分别估计南方、北方会员中喜欢有机水果 $A$ 的概率;

(2)(i)判断是否有 97.5% 的把握认为是否喜欢有机水果 $A$ 与会员的区域有关?

(ii)已知农场 CSA 会员有 2 000 人,其中南方会员有 1 200 人,若喜欢有机水果 $A$ 的人不低于 1 100 人,则可种植 50 亩左右的有机水果 $A$,否则只能种植 30 亩左右,试问该农场应怎样安排有机水果 $A$ 的种植面积.

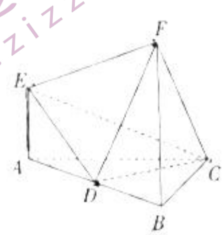
附: $K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, $n=a+b+c+d$.

| $P(K^2\geq k_0)$ | 0.05 | 0.025 | 0.005 |
|---|---|---|---|
| $k_0$ | 3.841 | 5.024 | 7.879 |

18.(12 分)如图,在多面体 $ABCEF$ 中,$AE\perp$ 平面 $ABC$,$AE/\!/BF$,$D$ 为 $AB$ 的中点. $AC=BC=3$,$AB=BF=4AE=4$.

(1)证明:$CD\perp EF$;

(2)求点 $D$ 到平面 $CEF$ 的距离.




19.(12 分)在①$\{a_n\}$为等差数列,$2a_1+a_6=S_1+S_2=13$;②$a_n>0$,$\sqrt{S_n}=\dfrac{1}{2}(a_n+1)$;③$\{\sqrt{S_n}\}$是等差数列,$a_1=1$,$S_2+2a_3=14$,这三个条件中任选一个,补充在下面问题中,并加以解答.

已知数列$\{a_n\}$的前 $n$ 项和为 $S_n$,________.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)设 $b_n=\dfrac{S_n}{3^n}$,求数列$\{b_n\}$的前 $n$ 项和 $T_n$.

注:如选择多个条件分别解答,按第一个解答计分.

20.（12分）已知函数 $f(x)=6x^2+x-a\ln x-1$，且曲线 $y=f(x)$ 在点 $x=1$ 处的切线的斜率为12.

（1）求 $f(x)$ 的单调区间；

（2）证明：$\forall x>0$，有 $f(x)+x>4x^2$ 恒成立.

21.（12分）已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 $F$，$A$，$B$ 分别为 $C$ 上两个不同的动点，$O$ 为坐标原点，当 $\triangle OAB$ 为等边三角形时，$|AB|=8\sqrt{3}$.

（1）求 $C$ 的标准方程；

（2）抛物线 $C$ 在第一象限的部分是否存在点 $P$，使得点 $P$ 满足 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}=4\overrightarrow{PF}$，且点 $P$ 到直线 $AB$ 的距离为2？若存在，求出点 $P$ 的坐标及直线 $AB$ 的方程；若不存在，请说明理由.

**（二）选考题：共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.**

22.（10分）【选修4－4：坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 $xOy$ 中，曲线 $C_1$ 的参数方程为 $\begin{cases}x=\sqrt{3}\sin\alpha,\\ y=\sqrt{2}\cos\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），以坐标原点 $O$ 为极点，$x$ 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，直线 $l$ 的极坐标方程为 $\rho(2\cos\theta+\sin\theta)=\sqrt{6}$，其中 $\rho>0$，$0\le\theta<2\pi$.

（1）求 $C_1$ 的普通方程与直线 $l$ 的直角坐标方程；

（2）直线 $l$ 与曲线 $C_1$ 交于 $A$，$B$ 两点，且 $A$，$B$ 两点对应的极角分别为 $\theta_1$，$\theta_2$，求 $\theta_1+\theta_2$ 的值.

23.（10分）【选修4－5：不等式选讲】

已知函数 $f(x)=2|x+a|+|x-a|$.

（1）当 $a=2$ 时，求不等式 $f(x)\le7$ 的解集；

（2）若 $f(x)$ 的最小值为10，求实数 $a$ 的值.

# 2022—2023 学年高三二轮复习验收考试

## 数学文科参考答案及评分细则

1.【答案】A

【解析】由题得 $A=\{x|0<x<3\}$，$B=\{x|x\geqslant 1\}$，所以 $A\cap B=\{x|1\leqslant x<3\}$，故选 A.

2.【答案】A

【解析】因为 $z=\frac{2i}{1-i}-4i=\frac{2i(1+i)}{(1-i)(1+i)}-4i=i-1-4i=-1-3i$，所以 $z$ 的虚部为 $-3$，故选 A.

3.【答案】D

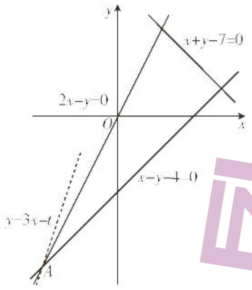
【解析】由题得 $\boldsymbol{b}=(1,-3)-2(1,\lambda)=(-1,-3-2\lambda)$，因为 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-1\times1-(3+2\lambda)\lambda=0$，解得 $\lambda=-1$ 或 $-\frac{1}{2}$，故选 D.

4.【答案】C

【解析】在这 12 个月中，我国居民消费价格月度同比增长率数据由小到大依次为 0.9%，0.9%，1.5%，1.6%，1.8%，2.1%，2.1%，2.1%，2.5%，2.5%，2.7%，2.8%，中位数为 $\frac{2.1\%+2.1\%}{2}=2.1\%$，平均数为 $\frac{1}{12}\times(0.9\%+0.9\%+1.5\%+1.6\%+1.8\%+2.1\%+2.1\%+2.1\%+2.5\%+2.5\%+2.7\%+2.8\%)\approx1.958\%$. 由数据可知我国居民消费价格月度环比增长率的数据中，有 6 个月的数据为正数，3 个月的数据为 0.0%，3 个月的数据为负数，所以月度环比增长率数据为正数的个数比月度环比增长率数据为负数的个数多 3，且众数为 0.0%，故选项 A，B，D 正确，C 错误，故选 C.

5.【答案】B

【解析】作出可行域如图阴影部分所示，联立 $\begin{cases}x-y-4=0,\\2x-y=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-4,\\y=-8,\end{cases}$ 即 $A(-4,-8)$，令 $t=3x-y$，由图可知当直线 $y=3x-t$ 经过点 $A$ 时，$t_{\min}=3\times(-4)-(-8)=-4$，故选 B.




6.【答案】D

【解析】令 $b_n=a_n+2n$，设数列 $\{b_n\}$ 的公比为 $q$，因为 $a_1-a_2=1$，所以 $b_1-2-(b_2-4)=1$，即 $b_2=b_1+1$，所以 $b_1q=b_1+1$. 由 $a_3=-2$，得 $b_3=4$，所以 $b_1q^2=4$，联立 $\begin{cases}b_1q=b_1+1,\\b_1q^2=4,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}b_1=1,\\q=2,\end{cases}$ 所以 $b_n=2^{n-1}$，所以 $a_n=b_n-2n=2^{n-1}-2n$，所以 $\{a_n\}$ 的前 10 项和为 $\frac{1-2^{10}}{1-2}-\frac{(2+20)}{2}\times10=913$，故选 D.

7.【答案】B

【解析】设该圆台的母线长为 $l$，高为 $h$，两底面圆半径分别为 $R$，$r$（其中 $R>r$），则 $2R=22.5$，$2r=14.4$，$h=3.8-$

$0.8=3$，所以 $l=\sqrt{h^2+\left(\frac{2R-2r}{2}\right)^2}=\sqrt{3^2+4.05^2}=\sqrt{25.4025}\approx 5.04$，故圆台部分的侧面积为 $S_1=\pi(R+r)l\approx 3\times(11.25+7.2)\times 5.04=278.964\ \text{cm}^2$，圆柱部分的侧面积为 $S_2=2\pi r\cdot 0.8=6\times 7.2\times 0.8=34.56\ \text{cm}^2$，故该黄地绿彩云龙纹盘的侧面积约为 $S_1+S_2\approx 278.964+34.56\approx 313.52\ \text{cm}^2$，故选 B.

8.【答案】C

【解析】因为 $f(x+3)=-f(x)$，所以 $f(x+6)=-f(x+3)=f(x)$，所以 $f(x)$ 的周期为 6，又 $g(x)=f(x)-2$ 为奇函数，所以 $f(x)-2+f(-x)-2=0$，所以 $f(x)+f(-x)=4$，令 $x=0$，得 $2f(0)=4$，所以 $f(0)=2$. 所以 $f(198)=f(0+6\times 33)=f(0)=2$，故选 C.

9.【答案】C

【解析】由对称性可知点 $A$，$B$ 关于原点 $O$ 对称，即 $AB$ 为圆 $O$ 的一条直径，又圆 $O$ 经过点 $F$，所以 $AF\perp BF$，设 $|AF|=4m$，则 $|BF|=3m$，$|AB|=5m$，取 $C$ 的左焦点为 $F'$，连接 $AF'$，则四边形 $AF'BF$ 为矩形，且 $|AF'|=|BF|=3m$，$|F'F|=|AB|=5m$，所以 $c=\frac{1}{2}|F'F|=\frac{5}{2}m$，由椭圆定义可得 $|AF|+|AF'|=7m=2a$，所以 $a=\frac{7}{2}m$，所以 $C$ 的离心率为 $\frac{c}{a}=\frac{5}{7}$，故选 C.

10.【答案】B

【解析】$f(x)=\frac{1}{\sec x}+\frac{1}{\csc x}=\cos x+\sin x=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$，由 $\cos x\neq 0$，$\sin x\neq 0$，得 $x\neq\frac{k\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，即 $f(x)$ 的定义域为 $\left\{x\middle|x\neq\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，①错误；$f(x)$ 的最小正周期与函数 $y=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ 的最小正周期一致，均为 $2\pi$，②正确；当 $x=0,\frac{\pi}{2},\pi,\frac{3\pi}{2}$ 时，$y=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ 的值分别为 $1,1,-1,-1$，考虑周期性可知，$f(x)$ 的值域为 $[-\sqrt{2},-1)\cup(-1,1)\cup(1,\sqrt{2}]$，③正确；令 $x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，得 $x=\frac{\pi}{4}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，即 $f(x)$ 图象的对称轴为直线 $x=\frac{\pi}{4}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，④错误，故选 B.

11.【答案】A

【解析】由 $a^{\log_4 a}=16\sqrt{2}$，两边取对数得 $(\log_4 a)^2=\log_4 16\sqrt{2}=\frac{9}{4}$，所以 $\log_4 a=\frac{3}{2}$ 或 $-\frac{3}{2}$. 当 $\log_4 a=\frac{3}{2}$ 时，$a=4^{\frac{3}{2}}=8$，所以 $a+\log_2 a=8+\log_2 8=11$；当 $\log_4 a=-\frac{3}{2}$ 时，$a=4^{-\frac{3}{2}}=\frac{1}{8}$，所以 $a+\log_2 a=\frac{1}{8}+\log_2\frac{1}{8}=-\frac{23}{8}$，综上，$a+\log_2 a=11$ 或 $-\frac{23}{8}$，故选 A.

12.【答案】D

【解析】由题知 $f(1)+f'(1)=0$，又 $f(1)=2f'(1)$，所以 $f(1)=f'(1)=0$，令 $g(x)=e^x f(x)$，则 $g'(x)=e^x[f'(x)+f(x)]=e^x\ln x$，又 $f'(x)=\ln x-f(x)=\ln x-\frac{g(x)}{e^x}=\frac{1}{e^x}[e^x\ln x-g(x)]$，令 $h(x)=e^x\ln x-g(x)$，所以 $h'(x)=e^x\left(\frac{1}{x}+\ln x\right)-g'(x)=e^x\left(\frac{1}{x}+\ln x\right)-e^x\ln x=\frac{e^x}{x}>0$，所以 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，又 $h(1)=-g(1)=-ef(1)=0$，所以当 $x\in(0,1)$ 时，$h(x)<0$，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减；当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$h(x)>0$，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，所以 $f(x)$ 的极小值为 $f(1)=0$，无极大值，故选 D.

13.【答案】$(-\infty,1)$（结果若不用区间表示，则不给分）

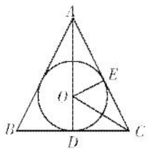
【解析】由题得 $a<(3x^{2024}+1)_{\min}=1$，即实数 $a$ 的取值范围为 $(-\infty,1)$.

14.【答案】4

【解析】由题意可知，双曲线 $C$ 的一条渐近线为直线 $y=x$，故 $a=b$，故其实轴长为 $2a=2b=4$.

15.【答案】$\frac{44-8\sqrt{10}}{9}\pi$

【解析】由题得当球为圆锥的内切球时，球的表面积最大. 如图为圆锥 $AD$ 的轴截面，由题意知 $\frac{1}{3}\pi\cdot CD^2\cdot AD=\frac{1}{3}\pi\cdot CD^2\cdot 3=\pi$，解得 $CD=1$，所以 $AC=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$. 设内切球 $O$ 的半径为 $R$，则 $AO=3-R$，由平面几何知识可知 $\triangle AOE\backsim\triangle ACD$，所以 $\frac{OE}{CD}=\frac{AO}{AC}$，所以 $\frac{R}{1}=\frac{3-R}{\sqrt{10}}$，解得 $R=\frac{\sqrt{10}-1}{3}$，此时球的表面积为 $4\pi R^2=4\pi\left(\frac{\sqrt{10}-1}{3}\right)^2=\frac{44-8\sqrt{10}}{9}\pi$.




16.【答案】$\frac{4}{3}$

【解析】由题得 $\frac{3}{2}a^2+b^2+c^2=4bc\sin A$，所以 $3(b^2+c^2-2bc\cos A)+2(b^2+c^2)=8bc\sin A$，所以 $5(b^2+c^2)=8bc\sin A+6bc\cos A$，所以 $8\sin A+6\cos A=5\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)$，因为 $5\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)\geqslant 5\times 2\sqrt{\frac{b}{c}\cdot\frac{c}{b}}=10$，当且仅当 $b=c$ 时等号成立，又 $8\sin A+6\cos A=10\sin(A+\varphi)\leqslant 10$，其中 $\cos\varphi=\frac{4}{5}$，$\sin\varphi=\frac{3}{5}$，所以 $8\sin A+6\cos A=10$，故 $A+\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，所以 $A=\frac{\pi}{2}-\varphi+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，所以 $\tan A=\tan\left(\frac{\pi}{2}-\varphi+2k\pi\right)=\tan\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)=\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)}=\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}=\frac{4}{3}$.

17. 解：(1) 由题得南方会员中喜欢有机水果 $A$ 的概率 $P_1=\frac{80}{80+40}=\frac{2}{3}$；(2 分)

北方会员中喜欢有机水果 $A$ 的概率为 $P_2=\frac{40}{40+40}=\frac{1}{2}$，

所以南方、北方会员中喜欢有机水果 $A$ 的概率分别为 $\frac{2}{3}$，$\frac{1}{2}$.（4 分）

(2)(i) $K^2=\frac{200\times(80\times 40-40\times 40)^2}{120\times 80\times 120\times 80}=\frac{50}{9}\approx 5.556>5.024$，(8 分)

所以有 97.5% 的把握认为是否喜欢有机水果 $A$ 与会员的区域有关.（9 分）

(ii) 由题可估计农场的 CSA 会员中喜欢有机水果 $A$ 的人数为

$1\,200\times\frac{2}{3}+800\times\frac{1}{2}=1\,200>1\,100$，(11 分)

所以农场可以种植 50 亩左右的有机水果 $A$.（12 分）

【评分细则】

1. 第(1)小题中，第 3 行不写不扣分，每个概率值未约成最简分数形式扣 1 分；
2. 第(2)小题中，若求得的结果 1 200 不与 1 100 比较大小，不扣分.

18. (1) 证明：因为 $AC=BC$，$D$ 为 $AB$ 的中点，所以 $CD\perp AB$，(1 分)

又 $AE\perp$ 平面 $ABC$，$CD\subset$ 平面 $ABC$，所以 $AE\perp CD$，(2 分)

又 $AE\cap AB=A$，$AE,AB\subset$ 平面 $ABFE$，

所以 $CD\perp$ 平面 $ABFE$．（3 分）

又 $EF\subset$ 平面 $ABFE$，所以 $CD\perp EF$．（4 分）

（2）解：由（1）知 $CD\perp$ 平面 $ABFE$，又 $DE,DF\subset$ 平面 $ABFE$，所以 $CD\perp DE$，$CD\perp DF$．

由平面几何知识可知 $CD=DE=\sqrt{5}$，$DF=2\sqrt{5}$，$EF=CF=5$，$CE=\sqrt{10}$．（5 分）

所以 $DE^2+DF^2=EF^2$，所以 $DE\perp DF$，

又 $CD\cap DF=D$，$CD,DF\subset$ 平面 $CDF$，所以 $DE\perp$ 平面 $CDF$．（7 分）

在 $\triangle CEF$ 中，$S_{\triangle CEF}=\frac{1}{2}CE\cdot\sqrt{EF^2-\left(\frac{1}{2}CE\right)^2}=\frac{1}{2}\times\sqrt{10}\times\sqrt{5^2-\left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2}=\frac{15}{2}$．（9 分）

设点 $D$ 到平面 $CEF$ 的距离为 $d$，

由 $V_{\text{三棱锥}D-CEF}=V_{\text{三棱锥}E-CDF}$，得 $\frac{1}{3}S_{\triangle CEF}\cdot d=\frac{1}{3}S_{\triangle CDF}\cdot DE$，

所以 $d=\dfrac{S_{\triangle CDF}\cdot DE}{S_{\triangle CEF}}=\dfrac{\frac{1}{2}CD\cdot DF\cdot DE}{S_{\triangle CEF}}=\dfrac{\frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}{\frac{15}{2}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$，

即点 $D$ 到平面 $CEF$ 的距离为 $\frac{2\sqrt{5}}{3}$．（12 分）

**【评分细则】**

1．第（1）小题中，在证明 $CD\perp$ 平面 $ABFE$ 时，未强调 $AE\cap AB=A$ 扣 1 分，未强调 $AE,AB\subset$ 平面 $ABFE$ 不扣分；

2．第（2）小题中，在证明 $DE\perp$ 平面 $CDF$ 时，未强调 $CD\cap DF=D$ 扣 1 分，未强调 $CD,DF\subset$ 平面 $CDF$ 不扣分．

19．解：（1）若选①，设 $\{a_n\}$ 的公差为 $d$，

由题意可得 $\begin{cases}3a_1+5d=13,\\3a_1+3d+2a_1+d=13,\end{cases}$ 解得 $a_1=1$，$d=2$．（3 分）

所以 $a_n=1+2(n-1)=2n-1$．（4 分）

若选②，当 $n=1$ 时，$a_1+1=2\sqrt{a_1}$，解得 $a_1=1$；（1 分）

由题得 $(a_n+1)^2=4S_n$，所以当 $n\geqslant2$ 时，$4S_{n-1}=(a_{n-1}+1)^2$，

作差得 $4a_n=(a_n+1)^2-(a_{n-1}+1)^2$，即 $(a_n+a_{n-1})(a_n-a_{n-1}-2)=0$．（2 分）

又 $a_n>0$，所以 $a_n-a_{n-1}=2$，所以 $\{a_n\}$ 是公差为 2 的等差数列，

所以 $a_n=1+2(n-1)=2n-1$．（4 分）

若选③，设 $\{\sqrt{S_n}\}$ 的公差为 $d$，$\sqrt{S_n}=\sqrt{S_1}+d(n-1)=dn-d+1$，

所以 $S_n=(dn+1-d)^2$，

所以 $a_3=S_3-S_2=(2d+1)^2-(d+1)^2=3d^2+2d$，

因为 $S_2+2a_3=14$，所以 $(d+1)^2+2(3d^2+2d)=14$，

解得 $d=1$ 或 $d=-\frac{13}{7}$（舍去），所以 $S_n=n^2$．（2 分）

当 $n\geqslant2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=n^2-(n-1)^2=2n-1$，

当 $n=1$ 时，$a_1=1$，也满足，

所以 $a_n=2n-1$．（4 分）

（2）由（1）可得 $S_n=n\cdot1+\frac{n(n-1)}{2}\cdot2=n^2$，所以 $b_n=\frac{n^2}{3^n}$．（5 分）

所以 $T_n=\frac{1^2}{3}+\frac{2^2}{3^2}+\frac{3^2}{3^3}+\cdots+\frac{n^2}{3^n}$，①

所以 $\frac{1}{3}T_n=\frac{1^2}{3^2}+\frac{2^2}{3^3}+\cdots+\frac{(n-1)^2}{3^n}+\frac{n^2}{3^{n+1}}$，②

①－②得 $\frac{2}{3}T_n=\frac{1}{3}+\frac{3}{3^2}+\frac{5}{3^3}+\cdots+\frac{2n-1}{3^n}-\frac{n^2}{3^{n+1}}$,

令 $P_n=\frac{1}{3}+\frac{3}{3^2}+\frac{5}{3^3}+\cdots+\frac{2n-1}{3^n}$,③(8 分)

则 $\frac{1}{3}P_n=\frac{1}{3^2}+\frac{3}{3^3}+\cdots+\frac{2n-3}{3^n}+\frac{2n-1}{3^{n+1}}$,④

③－④得 $\frac{2}{3}P_n=\frac{1}{3}+\frac{2}{3^2}+\frac{2}{3^3}+\cdots+\frac{2}{3^n}-\frac{2n-1}{3^{n+1}}=\frac{1}{3}+\frac{\frac{2}{3^2}-\frac{2}{3^{n+1}}}{1-\frac{1}{3}}-\frac{2n-1}{3^{n+1}}=\frac{2}{3}-\frac{2n+2}{3^{n+1}}$,

所以 $P_n=1-\frac{n+1}{3^n}$,(11 分)

所以 $\frac{2}{3}T_n=1-\frac{n+1}{3^n}-\frac{n^2}{3^{n+1}}=1-\frac{n^2+3n+3}{3^{n+1}}$,

所以 $T_n=\frac{3}{2}-\frac{n^2+3n+3}{2\times3^n}$.(12 分)

【评分细则】

1. 第(1)小题中,若选①,列对了方程组而解错了,可给 2 分;若选②,得出 $\{a_n\}$ 是公差为 2 的等差数列,可给 1 分;若选③,若 $d=-\frac{13}{7}$ 未舍去但答案仍为 $a_n=2n-1$ 扣 1 分,若未舍去 $d=-\frac{13}{7}$ 且错误求得 $a_n$ 有两种情况,则扣 2 分;
2. 第(2)小题中,求得 $\frac{2}{3}T_n=\frac{1}{3}+\frac{3}{3^2}+\frac{5}{3^3}+\cdots+\frac{2n-1}{3^n}-\frac{n^2}{3^{n+1}}$,后面计算错误,可给 2 分;
3. 第(2)小题中,最后答案也可写成 $T_n=\frac{3^{n+1}-n^2-3n-3}{2\times3^n}$,若解答过程无误得满分.

20. (1)解:由题得 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$, $f'(x)=12x+1-\frac{a}{x}$,

所以 $f'(1)=13-a=12$,解得 $a=1$.(1 分)

所以 $f'(x)=12x+1-\frac{1}{x}=\frac{(3x+1)(4x-1)}{x}$,

当 $x\in\left(0,\frac{1}{4}\right)$ 时, $f'(x)<0$, $f(x)$ 单调递减;当 $x\in\left(\frac{1}{4},+\infty\right)$ 时, $f'(x)>0$, $f(x)$ 单调递增,

所以 $f(x)$ 的单调递减区间为 $\left(0,\frac{1}{4}\right)$,单调递增区间为 $\left(\frac{1}{4},+\infty\right)$.(4 分)

(2)证明:由(1)知 $f(x)=6x^2+x-\ln x-1$,要证 $f(x)+x>4x^2$ 恒成立,即证 $2x^2+2x-\ln x-1>0$ 恒成立,

令 $g(x)=2x^2+2x-\ln x-1$,则 $g'(x)=4x+2-\frac{1}{x}=\frac{4x^2+2x-1}{x}$,(5 分)

令 $g'(x)=0$,解得 $x=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$ 或 $x=\frac{-1-\sqrt{5}}{4}$(舍去),设 $x_0=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$,则 $4x_0^2+2x_0-1=0$.

当 $x\in(0,x_0)$ 时, $g'(x)<0$, $g(x)$ 单调递减;当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时, $g'(x)>0$, $g(x)$ 单调递增,

所以 $g(x)\geqslant g(x_0)=2x_0^2+2x_0-\ln x_0-1=-2x_0^2-\ln x_0$,其中 $x_0=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$,(8 分)

令 $h(x)=-2x^2-\ln x$, $0<x<\frac{1}{2}$,所以 $h'(x)=-4x-\frac{1}{x}<0$,

所以 $h(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 上单调递减,所以 $h(x)>h\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}+\ln2=\ln\frac{2}{\sqrt{e}}>0$,

所以 $g(x_0)>0$,所以 $g(x)>0$,(11 分)

所以 $f(x)+x>4x^2$.(12 分)

【评分细则】

1. 第(1)小题中,若答案写成 $f(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{1}{4}\right)$ 上单调递减,在区间 $\left(\frac{1}{4},+\infty\right)$ 上单调递增,不扣分;若单调区间不写成区间形式(如用集合或不等式表示)扣1分;
2. 第(2)小题中,所构造的函数 $h(x)$ 的定义域也可写成其它形式,只要证明无误即给满分.

21. 解:(1)由对称性可知当 $\triangle OAB$ 为等边三角形时,$A,B$ 两点关于 $x$ 轴对称,

当 $\triangle OAB$ 为等边三角形时,$\triangle OAB$ 的高为 $\frac{\sqrt{3}}{2}|AB|=12$,

由题意知点 $(12,4\sqrt{3})$ 在 $C$ 上,代入 $y^2=2px$,得 $(4\sqrt{3})^2=24p$,

解得 $p=2$,(3分)

所以 $C$ 的标准方程为 $y^2=4x$.(4分)

(2)由(1)知 $F(1,0)$,根据题意可知直线 $AB$ 的斜率不为0,

设直线 $AB$ 的方程为 $x=ky+m$,$A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,$P(x_0,y_0)$,

联立 $\begin{cases}x=ky+m,\\y^2=4x\end{cases}$ 得 $y^2-4ky-4m=0$,

所以 $\Delta=16k^2+16m>0$,即 $k^2+m>0$,且 $y_1+y_2=4k$,$y_1y_2=-4m$,

所以 $x_1+x_2=k(y_1+y_2)+2m=4k^2+2m$,(7分)

由 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}=4\overrightarrow{PF}$,得 $(x_1-x_0,y_1-y_0)+(x_2-x_0,y_2-y_0)=4(1-x_0,-y_0)$,

所以 $\begin{cases}x_1+x_2-4=-2x_0,\\y_1+y_2=-2y_0,\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}x_0=2-m-2k^2,\\y_0=-2k,\end{cases}$ 即 $P(2-m-2k^2,-2k)$,(8分)

又点 $P$ 在 $C$ 上,所以 $4k^2=4(2-m-2k^2)$,即 $3k^2+m=2$,①

所以 $k^2+m=k^2+2-3k^2=2(1-k^2)>0$,解得 $-1<k<1$,

又点 $P$ 在第一象限,所以 $-2k>0$,所以 $-1<k<0$.(9分)

又点 $P$ 到直线 $AB$ 的距离 $d=\frac{|2-m-2k^2+2k^2-m|}{\sqrt{1+k^2}}=\frac{2|m-1|}{\sqrt{1+k^2}}=2$,化简得 $m^2-2m=k^2$,②(10分)

联立①②解得 $\begin{cases}m=-\frac{1}{3},\\k=-\frac{\sqrt{7}}{3}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m=-\frac{1}{3},\\k=\frac{\sqrt{7}}{3}\end{cases}$(舍去)或 $\begin{cases}m=2,\\k=0\end{cases}$(舍去).

此时点 $P\left(\frac{7}{9},\frac{2\sqrt{7}}{3}\right)$,直线 $AB$ 的方程为 $3x+\sqrt{7}y+1=0$.(12分)

【评分细则】

1. 第(1)小题中,求对了 $\triangle OAB$ 的高可给1分;
2. 第(2)小题中,写出了韦达定理可给1分;
3. 第(2)小题中,最后结果点 $P$ 和直线方程只写对一个扣1分;
4. 第(2)小题中,答案倒数第2行解对了方程组,若未舍去或只舍弃一组不合题意的解扣1分.

22. 解:(1)由 $\begin{cases}x=\sqrt{3}\sin\alpha,\\y=\sqrt{2}\cos\alpha\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x^2=3\sin^2\alpha,\\y^2=2\cos^2\alpha,\end{cases}$

消去 $\alpha$ 得 $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$ 为 $C_1$ 的普通方程;(2分)

由 $\rho(2\cos\theta+\sin\theta)=\sqrt{6}$,得 $2\rho\cos\theta+\rho\sin\theta=\sqrt{6}$,

令 $\rho\cos\theta=x$,$\rho\sin\theta=y$,得 $2x+y-\sqrt{6}=0$ 为直线 $l$ 的直角坐标方程.(4分)

(2)在 $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$ 中,令 $x=\rho\cos\theta$,$y=\rho\sin\theta$,

所以 $2\rho^2\cos^2\theta+3\rho^2\sin^2\theta=6$，即 $\rho^2(2+\sin^2\theta)=6$ 为 $C_2$ 的极坐标方程，(6 分)

联立 $\begin{cases}2\rho\cos\theta+\rho\sin\theta=\sqrt{6},\\ \rho^2(2+\sin^2\theta)=6\end{cases}$ 得 $2\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta=1$，(7 分)

所以 $\cos 2\theta+\sin 2\theta=0$，所以 $\tan 2\theta=-1$，

又 $\rho>0$，$0\leqslant\theta<2\pi$，所以 $0\leqslant 2\theta<4\pi$，

所以 $2\theta=\frac{3\pi}{4}$ 或 $\frac{7\pi}{4}$ 或 $\frac{11\pi}{4}$ 或 $\frac{15\pi}{4}$，解得 $\theta=\frac{3\pi}{8}$ 或 $\frac{7\pi}{8}$ 或 $\frac{11\pi}{8}$ 或 $\frac{15\pi}{8}$，(8 分)

由图可知，两交点位于第一、四象限，所以 $\theta=\frac{3\pi}{8}$ 或 $\frac{15\pi}{8}$，(9 分)

所以 $\theta_1+\theta_2=\frac{3\pi}{8}+\frac{15\pi}{8}=\frac{9\pi}{4}$.(10 分)

【评分细则】

1. 第(1)小题中，第 1 行没有变式的过程不扣分；
2. 第(2)小题中，联立的若是直角坐标方程，计算非常困难，算不出结果，可酌情给 1～2 分.

23. 解：(1)当 $a=2$ 时，$f(x)=2|x+2|+|x-2|=\begin{cases}-3x-2,x<-2,\\ x+6,-2\leqslant x\leqslant 2,\\ 3x+2,x>2,\end{cases}$

又 $f(x)\leqslant 7$，所以 $\begin{cases}x<-2,\\ -3x-2\leqslant 7\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-2\leqslant x\leqslant 2,\\ x+6\leqslant 7\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x>2,\\ 3x+2\leqslant 7,\end{cases}$ (3 分)

解得 $-3\leqslant x<-2$ 或 $-2\leqslant x\leqslant 1$，

所以 $-3\leqslant x\leqslant 1$，

所以不等式 $f(x)\leqslant 7$ 的解集为 $\{x|-3\leqslant x\leqslant 1\}$.(5 分)

(2)$f(x)=|x+a|+|x+a|+|x-a|$，

因为 $|x+a|+|x-a|\geqslant|x+a-(x-a)|=2|a|$，当且仅当 $(x+a)(x-a)\leqslant 0$ 时等号成立，

$|x+a|\geqslant 0$，当且仅当 $x=-a$ 时等号成立，(8 分)

所以 $|x+a|+|x+a|+|x-a|\geqslant 2|a|$，当且仅当 $x=-a$ 时等号成立，

所以 $2|a|=10$，解得 $a=-5$ 或 5.(10 分)

【评分细则】

1. 第(1)小题中，结果不写成集合或区间形式扣 1 分；
2. 第(2)小题中，不强调取等号的条件扣 1 分.

# 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。