

哈尔滨师大附中  
东北师大附中  
辽宁省实验中学

2020 年高三第二次联合模拟考试

# 文科数学

**注意事项:**

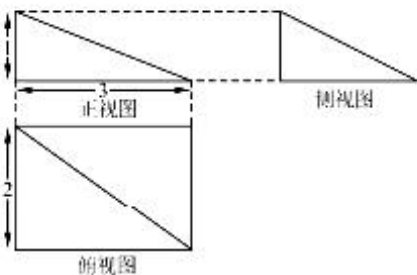
1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟.答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡的相应位置上.
2. 回答第 I 卷时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号.写在本试卷上无效.
3. 回答第 II 卷时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.

## 第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合  $A, B$  均为集合  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  的子集,且  $(\complement_E A) \cap B = \{3\}$ ,  $(\complement_E B) \cap A = \{6\}$ ,  $A \cap B = \{1, 2\}$ , 则集合  $B =$   
 A.  $\{1, 2, 3\}$       B.  $\{1, 2, 6\}$       C.  $\{1, 2\}$       D.  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
2. 若  $a + 2i = (1 - i)(1 + bi)$  ( $a, b \in R, i$  为虚数单位), 则复数  $a - bi$  在复平面内对应的点所在的象限为  
 A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限
3. 若实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} 2x - y \geq 6 \\ x + y \geq 3 \\ x \leq 6 \end{cases}$ , 则  $y - x$  的最大值为  
 A. 3      B. 0      C. -3      D. -9
4. 已知  $\alpha, \beta$  是两个不同的平面, 直线  $m \subset \alpha$ , 下列命题中正确的是  
 A. 若  $\alpha \perp \beta$ , 则  $m \parallel \beta$       B. 若  $\alpha \perp \beta$ , 则  $m \perp \beta$   
 C. 若  $m \parallel \beta$ , 则  $\alpha \parallel \beta$       D. 若  $m \perp \beta$ , 则  $\alpha \perp \beta$
5. 课堂上数学老师和同学们做游戏, 随机询问甲、乙、丙、丁 4 位同学的作业完成情况, 甲说:“丙未完成作业或丁未完成作业”; 乙说:“丁未完成作业”; 丙说:“我完成作业了”; 丁说:“我完成作业了”. 他们中恰有一个人说了谎话, 请问: 是谁说了谎话?  
 A. 甲      B. 乙      C. 丙      D. 丁
6. 已知正项等比数列  $\{a_n\}$ , 若向量  $\mathbf{a} = (8, a_5)$ ,  $\mathbf{b} = (a_6, 2)$ ,  $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ , 则  $\log_2 a_1 + \log_2 a_2 + \dots + \log_2 a_8 =$   
 A. 12      B.  $8 + \log_2 5$       C. 5      D. 18

7. 我国古代劳动人民在筑城、筑堤、挖沟、挖渠、建仓、建闸等工程中,积累了丰富的经验,总结出了一套有关体积、容积计算的方法,这些方法以实际问题的形式被收入我国古代数学名著《九章算术》中.《九章算术》将底面为长方形且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥称之为阳马,如图所示的阳马三视图,则它的体积为



- A.  $\frac{1}{2}$                       B. 1                      C. 2                      D. 3
8. 已知两个不相等的非零向量  $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ , 满足  $|\boldsymbol{b}| = 2$ , 且  $\boldsymbol{b}$  与  $\boldsymbol{b} - \boldsymbol{a}$  的夹角为  $45^\circ$ , 则  $|\boldsymbol{a}|$  的取值范围是
- A.  $(0, \sqrt{2}]$                       B.  $[\sqrt{2}, 2)$                       C.  $(0, 2]$                       D.  $[\sqrt{2}, +\infty)$
9. 已知  $\sin\left(15^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) = \tan 210^\circ$ , 则  $\sin(60^\circ + \alpha)$  的值为
- A.  $\frac{1}{3}$                       B.  $-\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $-\frac{2}{3}$
10. 设函数  $f(x) = \sin x + \cos x + \sin x \cos x + 1$ , 则下列说法中正确的是
- A.  $f(x)$  关于  $(0, 1)$  中心对称                      B.  $f(x)$  的极小值为  $\frac{1}{2} - \sqrt{2}$
- C.  $f(x)$  的最小正周期为  $\pi$                       D.  $f(x)$  的图像的一条对称轴为  $x = \frac{\pi}{4}$
11. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1 (a > 1)$  上存在一点  $M$ , 过  $M$  向圆  $x^2 + y^2 = 1$  做两条切线  $MA, MB$ , 若  $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$ , 则实数  $a$  的取值范围是
- A.  $(1, \sqrt{2})$                       B.  $(1, \sqrt{2}]$                       C.  $[\sqrt{2}, +\infty)$                       D.  $(\sqrt{2}, +\infty)$
12. 已知函数  $f(x) = 9(\ln x)^2 + (a-3) \cdot x \ln x + 3(3-a)x^2$  有三个不同的零点  $x_1, x_2, x_3$ , 且  $x_1 < 1 < x_2 < x_3$ , 则  $\left(3 - \frac{\ln x_1}{x_1}\right)^2 \left(3 - \frac{\ln x_2}{x_2}\right) \left(3 - \frac{\ln x_3}{x_3}\right)$  的值为
- A. 81                      B. -81                      C. -9                      D. 9

## 第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填写在答题纸相应位置上.

13. 我校高一、高二、高三共有学生 1800 名, 为了了解同学们对“智慧课堂”的意见, 计划采用分层抽样的方法, 从这 1800 名学生中抽取一个容量为 36 的样本. 若从高一、高二、高三抽取的人数恰好是从小到大排列的连续偶数, 则我校高三年级的学生人数为\_\_\_\_\_.
14. 已知实数  $a, c$  满足  $c < 1 < a$ , 关于  $x$  的不等式  $\frac{x^2 - ax - cx + ac}{(x-1)^2} \geq 0$  的解集为\_\_\_\_\_.

文科数学试卷 第 2 页(共 4 页)

15. 直线  $l$  经过抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点  $F$ , 与抛物线交于  $A, B$  两点, 与直线  $x = -\frac{p}{2}$  交于点  $M$ ,

若  $\vec{AF} = \vec{FM}$ , 且  $|AB| = \frac{16}{3}$ , 则抛物线的方程为\_\_\_\_\_.

16. 设  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ,  $(a+b+c)(a-b+c) = 3ac$ , 则  $B =$ \_\_\_\_\_;

若边  $AC$  上的点  $D$  满足  $BD = CD = 2AD = 2$ , 则  $\triangle ABC$  的面积  $S =$ \_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分. 解答应与出文字说明、证明过程或演算步骤.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知数列  $\{\sqrt{a_n}\}$  是公差为 0 的等差数列, 且  $a_1 = 1, a_2 \cdot a_3 = a_4$ .

(I) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 设  $b_n = \frac{n}{a_n \cdot a_{n+1}}$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

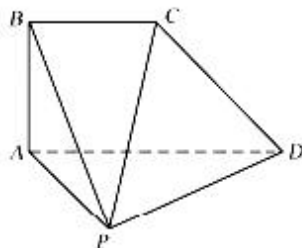
18. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 平面  $ABCD \perp$  平面  $PAD$ ,  $AD \parallel BC$ ,

$AB = BC = \frac{1}{2}AD = 1, \angle APD = \angle BAD = 90^\circ$ ,

(I) 证明:  $PD \perp PB$ ;

(II) 当  $PA = PD$  时, 求三棱锥  $P-BCD$  的体积.



19. (本小题满分 12 分)

2022 年冬奥会将由北京和张家口联合举办, 其中冰壶比赛将在改造一新的水立方进行. 女子冰壶比赛将由来自全球的十支最优秀的队伍参加, 中国女子冰壶队作为东道主, 将对奥运冠军发起冲击.

(I) 已知参赛球队包括来自亚洲的中国队、日本队和韩国队, 来自美洲的加拿大队和美国队, 以及来自欧洲的瑞士队、英国队、瑞典队、丹麦队和德国队. 每支球队有四名参赛队员. 若赛前安排球员代表合影, 需要以分层抽样的方式从三个大洲的运动员中抽取 10 名运动员, 则每个大洲各需要抽取多少运动员?

(II) 此次参赛的夺冠热门队伍包括加拿大队、瑞士队、英国队、瑞典队和东道主中国队, 若比赛的揭幕战随机的从这五支球队中选择两支足球队出战, 求中国队被选中的概率.

20. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \frac{x}{e^x}$ ,  $g(x) = (x-1)^2 + a$ .

(I) 求  $f(x)$  的单调区间;

(II) 当  $x \in (0, +\infty)$  时, 若函数  $f(x)$  与  $g(x)$  图象交于  $P(x_1, y_1)$ ,  $Q(x_2, y_2)$  ( $x_2 > x_1$ ) 两点, 求实数  $a$  的取值范围

21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆  $E: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ , 动直线  $l$  与椭圆  $E$  交于不同的两点  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ , 且  $\triangle AOB$  的面积为 1, 其中  $O$  为坐标原点.

(I) 证明:  $\frac{x_1^2 + x_2^2}{y_1^2 + y_2^2}$  为定值;

(II) 设线段  $AB$  的中点为  $M$ , 求  $|OM| \cdot |AB|$  的最大值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分, 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑. 本题满分 10 分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程]

在直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l$  的方程是  $y = 2$ , 曲线  $C$  的参数方程是  $\begin{cases} x = 2\cos\varphi \\ y = \sqrt{2}\sin\varphi \end{cases}$  ( $\varphi$  为参数). 以坐标原点  $O$  为极点,  $x$  轴的非负半轴为极轴建立极坐标系.

(I) 求直线  $l$  和曲线  $C$  的极坐标方程;

(II) 若  $A(\rho_1, \alpha)$  是曲线  $C$  上一点,  $B(\rho_2, \alpha + \frac{\pi}{4})$  是直线  $l$  上一点, 求  $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$  的最大值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲]

已知  $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ , 且  $a + b + c = 6$ .

(I) 当  $c = 5$  时, 求  $(\frac{1}{a^2} - 1)(\frac{1}{b^2} - 1)$  的最小值;

(II) 证明:  $a^2 + b^2 - 2b + c^2 - 4c \geq -2$ .

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



识别二维码，快速关注

福利：

- 1、关注后回复“答题模板”，即可获得高中 9 科答题模板资料
- 2、回复“清北华五”，即可获得清北华东五校特殊选拔考试模式及真题