高三文科数学参考答案、提示及评分细则

1. A　因为$(z-2i)i=3+i$，所以$z=\frac{3+i}{i}+2i=\frac{(3+i)(-i)}{i(-i)}+2i=1-3i+2i=1-i$. 故选 A.

2. D　由题意知$U=\{x\in\mathbf{Z}|-1\leqslant x\leqslant 6\}=\{-1,0,1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{x\in Z|0\leqslant x\leqslant 3\}=\{0,1,2,3\}$，所以$A\cup B=\{0,1,2,3,4\}$，$\complement_U(A\cup B)=\{-1,5,6\}$. 故选 D. 来源：高三答案公众号

3. B　去掉最高分和最低分后，中位数一定不变，其余数字特征不一定不变. 故选 B.

4. B　因为$\boldsymbol{a}=(3,-2)$，$\boldsymbol{b}=(-1,4)$，所以$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(2,2)$，因为$\boldsymbol{c}\perp(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$，所以$\boldsymbol{c}\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=2+2m=0$，解得$m=-1$，故选 B.

5. C　因为$\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-1>-1$不成立，所以$p$为假命题；因为当$x=0$，$y\in\mathbf{R}$时，$\sin(0+y)=\sin 0+\sin y$成立，故$q$为真命题. 所以$p\wedge q$，$p\wedge(\neg q)$，$p\vee(\neg q)$为假命题，$(\neg p)\wedge q$为真命题. 故选 C.

6. A　因为$S_n+a_n=n(n\in\mathbf{N}^*)$，即$S_n=n-a_n$，所以$n\geqslant 2$时，$a_n=S_n-S_{n-1}=n-a_n-(n-1-a_{n-1})$，所以$2a_n=1+a_{n-1}$，化为$a_n-1=\frac{1}{2}(a_{n-1}-1)$，当$n=1$时，$2a_1=1$，即$a_1=\frac{1}{2}$，所以$a_1-1=-\frac{1}{2}$. 所以数列$\{a_n-1\}$是等比数列，首项为$-\frac{1}{2}$，公比为$\frac{1}{2}$，所以$a_n-1=-\frac{1}{2^n}$，所以$a_n=1-\frac{1}{2^n}$，所以$\log_2(1-a_{2\,023})=\log_2\frac{1}{2^{2\,023}}=-2\,023$. 故选 A.

7. B　因为释放信息素1秒后，在距释放处2米的地方测得信息素浓度为m，所以$\ln m=-\frac{1}{2}\ln 1-4k+a$，所以$\ln m=-4k+a$，即$\ln m-a=-4k$，当$y=\frac{m}{2}$，$x=1$时，$\ln\frac{m}{2}=-\frac{1}{2}\ln 1-\frac{k}{4}b^2+a$，整理得$\ln m-\ln 2=-\ln 2-\frac{k}{4}b^2+a$，即$\ln m-a=-\frac{k}{4}b^2$，所以$-4k=-\frac{k}{4}b^2$，又$k\neq 0$，所以$b^2=16$，因为$b>0$，所以$b=4$. 故选 B.

8. B　由题意得当PA与E相切时，$\frac{|PF|}{|PA|}$取得最小值，$A(0,-2)$，$F(0,2)$，设此时点P的坐标为(x_0,y_0)，因为$y'=\frac{1}{4}x$，故切线PA的方程为$y-\frac{1}{8}x_0^2=\frac{1}{4}x_0(x-x_0)$，将点$A$的坐标代入，得$-2-\frac{1}{8}x_0^2=-\frac{1}{4}x_0^2$，解得$x_0=\pm 4$，故$P(\pm 4,2)$，设双曲线$\Gamma$的实轴长为$2a$，则$2a=||PA|-|PF||=4\sqrt{2}-4$. 故选 B.

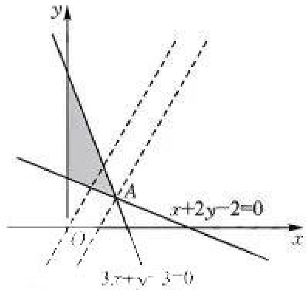
9. C　直角梯形$ABCD$绕AB旋转一周所得几何体的体积$V_1=\frac{1}{3}(4\pi+16\pi+\sqrt{4\pi\times 16\pi})\times 4=\frac{112\pi}{3}$，设重心$G$到$AB$的距离为$d_1$，则$\frac{112\pi}{3}=\frac{2+4}{2}\times 4\times 2\pi d_1$，解得$d_1=\frac{14}{9}$；直角梯形绕$BC$旋转一周所得几何体的体积$V_2=32\pi+\frac{32\pi}{3}=\frac{128\pi}{3}$，设重心$G$到$BC$的距离为$d_2$，则$\frac{128\pi}{3}=\frac{2+4}{2}\times 4\times 2\pi d_2$，所以$d_2=\frac{16}{9}$，所以$BG=\sqrt{\left(\frac{14}{9}\right)^2+\left(\frac{16}{9}\right)^2}=\frac{2\sqrt{113}}{9}$. 故选 C.

10. C　由题意得$f(x)=\frac{6\sin x\cos x}{2\cos^2 x+1}=\frac{3\sin 2x}{\cos 2x+2}$，所以$f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\frac{3\sin(\pi-2x)}{\cos(\pi-2x)+2}=\frac{3\sin 2x}{-\cos 2x+2}=-\frac{3\sin 2x}{\cos 2x-2}\neq f(x)$，所以$f(x)$的图象不关于直线$x=\frac{\pi}{4}$对称；$f\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\frac{3\sin(2x+\pi)}{\cos(2x+\pi)+2}=\frac{-3\sin 2x}{-\cos 2x+2}=\frac{3\sin 2x}{\cos 2x-2}\neq f(x)$，故$\frac{\pi}{2}$不是$f(x)$的周期；设$k=\frac{\sin 2x}{\cos 2x+2}$，则$k$的大小等于点$(\cos 2x,\sin 2x)$与点$(-2,0)$连线的斜率，又点$(\cos 2x,\sin 2x)$在圆$O:x^2+y^2=1$上，利用数形结合的方法易求得$k\in\left[-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right]$，故$f(x)$的值域为$[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$；$f'(x)=\frac{12\cos 2x+6}{(\cos 2x+2)^2}$，令$f'(x)\leqslant 0$，得$\cos 2x\leqslant-\frac{1}{2}$，所以$\frac{\pi}{3}+k\pi\leqslant x\leqslant\frac{2\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，故$f(x)$在$\left[\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$上单调递减，综上，ABD 错误 C 正确. 故选 C.

11. A　由题意知 $PF_1 \perp PF_2$，所以 $|PF_1|^2+|PF_2|^2=4c^2$，又因为 $||PF_1|-|PF_2||=2a$，与 $|PF_1|^2+|PF_2|^2=4c^2$ 联立，得 $|PF_1|\cdot|PF_2|=2b^2$，$(|PF_1|+|PF_2|)^2=4c^2+4b^2$，所以 $|PF_1|+|PF_2|=2\sqrt{c^2+b^2}$，又 $S_{\triangle PF_1F_2}=\frac{1}{2}|PF_1||PF_2|=\frac{1}{2}(|PF_1|+|PF_2|+|F_1F_2|)\cdot a$，所以 $2b^2=a(2\sqrt{b^2+c^2}+2c)$，即 $b^2-ac=a\sqrt{b^2+c^2}$，所以 $b^2-2ac=a^2$，即 $c^2-2ac-2a^2=0$，所以 $e^2-2e-2=0$，所以 $e=\sqrt{3}+1$. 故选 A.

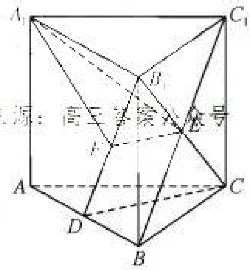
12. D　由题意知 $a=\left(\frac{1}{3}\right)^{\log_3\frac{9}{7}}=3^{\log_3\frac{7}{9}}=\frac{7}{9}$，$\ln b-\ln a=0.1+\ln 0.7-\ln\frac{7}{9}=\frac{1}{10}+\ln\frac{9}{10}$，令 $f(x)=1-x+\ln x$，则 $f'(x)=-1+\frac{1}{x}=\frac{1-x}{x}$，当 $0<x<1$ 时，$f'(x)>0$，所以 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，所以 $f\left(\frac{9}{10}\right)<f(1)=0$，所以 $\ln b-\ln a<0$，所以 $a>b$；因为 $\cos\frac{2}{3}=1-2\sin^2\frac{1}{3}$，易知 $0<\sin\frac{1}{3}<\frac{1}{3}$，所以 $\cos\frac{2}{3}=1-2\sin^2\frac{1}{3}>1-\frac{2}{9}=\frac{7}{9}$，所以 $c>a$，所以 $c>a>b$. 故选 D.

13. 1　画出可行域(如图阴影部分)，当直线 $z=2x-y$ 过点 A 时，z 取得最大值，易求得 A 的坐标为 $\left(\frac{4}{5},\frac{3}{5}\right)$，所以 $z_{\max}=1$.

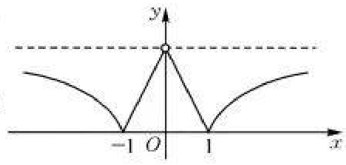


14. e　由题意知曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线斜率等于 3，又 $f'(x)=\frac{1}{x\ln a}+2x$，所以 $f'(1)=\frac{1}{\ln a}+2=3$，所以 $a=e$.

15. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　连接 B_1D，取 B_1D 中点 F，连接 A_1F，EF，则 $EF \parallel CD$，所以 $\angle A_1EF$ 为 CD 与 A_1E 所成的角(或其补角). 因为在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，D 为棱 AB 的中点，易证 $CD\perp$ 平面 ABB_1A_1，从而可得 $EF\perp$ 平面 ABB_1A_1，又 $A_1F\subset$ 平面 ABB_1A_1，所以 $EF\perp A_1F$，不妨设 $AB=2$，则 $CD=\sqrt{3}$，$B_1D=\sqrt{5}$，所以 $EF=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$B_1F=\frac{\sqrt{5}}{2}$，又 $\cos\angle A_1B_1F=\cos\angle B_1DB=\frac{1}{\sqrt{5}}$，所以 $A_1F=\sqrt{A_1B_1^2+B_1F^2-2A_1B_1\cdot B_1F\cos\angle A_1B_1F}=\frac{\sqrt{13}}{2}$，所以 $A_1E=\sqrt{A_1F^2+EF^2}=2$，所以 $\cos\angle A_1EF=\frac{EF}{A_1E}=\frac{\sqrt{3}}{4}$.



16. $-2<b<0$ 且 $c=0$　显然 $f(x)$ 为偶函数，当 $x>0$ 时，$f(x)=\begin{cases}-2x+2, & 0<x<1,\\ 2-\frac{2}{x}, & x\geqslant 1,\end{cases}$ 画出 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的图象，利用偶函数的对称性，易得 $f(x)$ 在其定义域上的图象(如图所示)；设 $f(x)=t$，则原方程变为 $t^2+bt+c=0$，所以原方程有 6 个不同的实数解的充要条件是方程 $t^2+bt+c=0$ 的两根 t_1，t_2 满足 $t_1=0$ 且 $0<t_2<2$；又 $t_1=0$ 时 $c=0$ 且 $t_2=-b$，而 $\Delta=b^2-4c$，则问题等价于 $\begin{cases}b^2-4c>0,\\ 0<-b<2,\\ c=0,\end{cases}$ 所以 $-2<b<0$ 且 $c=0$.



17. 解：(1)令 $\ln y=u$，由 $y=e^{a+bx}$，得 $\ln y=a+bx$，即 $u=a+bx$，……………………………

$\bar{x}=\dfrac{1+2+3+4+5+6}{6}=\dfrac{7}{2}$，$\bar{u}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{6}u_i}{6}=\dfrac{29.299}{6}\approx 4.883$，$\sum\limits_{i=1}^{6}x_i^2=1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2=91$，…………………… 2分

所以 $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{6}x_iu_i-6\bar{x}\bar{u}}{\sum\limits_{i=1}^{6}x_i^2-6\bar{x}^2}\approx\dfrac{109.066-6\times\dfrac{7}{2}\times 4.883}{91-6\times\dfrac{49}{4}}\approx 0.373$，…………………… 4分

所以 $\hat{a}=\bar{u}-\hat{b}\bar{x}\approx 4.883-0.373\times\dfrac{7}{2}=3.5775$，故 $\hat{b}\approx 0.37$，$\hat{a}\approx 3.58$，…………………… 5分

所以 $\ln\hat{y}=3.58+0.37x$，所以 $\hat{y}=e^{3.58+0.37x}$ …………………… 6分

（注：如果学生在求 $\hat{b}$ 时已按题目要求精确到0.01，此时求出 $\hat{a}\approx 3.59$，可酌情给分）

(2) $\bar{y}=\dfrac{51+79+121+130+237+353}{6}\approx 161.8$，…………………… 7分

由题意知，过关时间低于161.8秒的为第1，2，3，4关，记作 a,b,c,d，超过161.8秒的为第5，6关，记作 A,B，

从中任取两个的基本事件有 $ab,ac,ad,aA,aB,bc,bd,bA,bB,cd,cA,cB,dA,dB,AB$，共15个；…………………… 8分

其中均低于161.8秒的有 ab,ac,ad,bc,bd,cd，共6个，…………………… 10分

故所求概率 $P=\dfrac{6}{15}=\dfrac{2}{5}$．…………………… 12分

18. 解：(1) 因为 $(a-b)(\sin A+\sin B)=c(\sqrt{3}\sin A-\sin C)$，

由正弦定理，得 $(a-b)(a+b)=c(\sqrt{3}a-c)$，即 $a^2+c^2-b^2=\sqrt{3}ac$，…………………… 2分

所以由余弦定理得 $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\dfrac{\sqrt{3}ac}{2ac}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，…………………… 4分

因为 $0<B<\pi$，所以 $B=\dfrac{\pi}{6}$．…………………… 6分

(2) 因为 $A=\dfrac{\pi}{4}$，$b=2$，$B=\dfrac{\pi}{6}$，

所以 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$，即 $a=\dfrac{b\sin A}{\sin B}=\dfrac{2\sin\dfrac{\pi}{4}}{\sin\dfrac{\pi}{6}}=2\sqrt{2}$，…………………… 8分

则 $C=\pi-A-B=\pi-\dfrac{\pi}{6}-\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{7\pi}{12}$，$\sin C=\sin\dfrac{7\pi}{12}=\sin\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$，…………………… 10分

所以△ABC 的面积 $S=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}=\sqrt{3}+1$．…………………… 12分

19. (1) 证明：延长 FM 与 DA 的延长线交于点 N，连接 CN 交 AB 于点 H，连接 FH，因为平面 α∥平面 $ABCD$，且 E 为 PA 的中点，所以 $EF∥AD$，$FG∥CD$，$AD=2EF$，$CD=2FG$，…………………… 2分

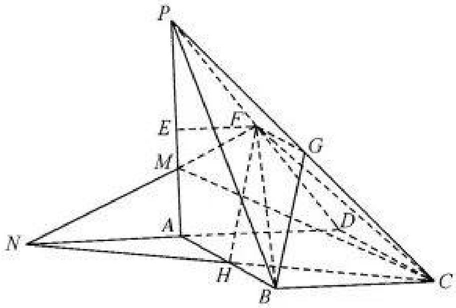
又 $AM=2ME$，所以 $AN=2EF=AD$，…………………… 3分

又 $AB∥CD$，所以 H 为 AB 的中点，所以 $BH∥CD$，且 $CD=2BH$，…………………… 4分

所以 $FG∥BH$，且 $FG=BH$，所以四边形 $BHFG$ 为平行四边形，所以 $BG∥FH$，…………………… 5分

又 $FH\subset$ 平面 CFM，$BG\not\subset$ 平面 CFM，来源：高三答案公众号

所以 BG∥平面 CFM．…………………… 6分



(2) 解法1：由(1)知 G 到平面 CFM 的距离，即为 B 到平面 CHF 的距离，

因为 $PA\perp$ 平面 $ABCD$，且 $PA=6$，F 为 PD 的中点，

所以点 F 到平面 BCH 的距离为3，…………………… 7分

所以 $V_{三棱锥F-BCH}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times 4\times 2\times 3=4$，…………………… 8分

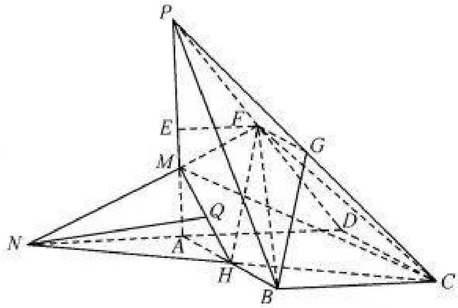
连接 FA，易求 $FH=\sqrt{17}$，$CH=2\sqrt{5}$，$CF=\sqrt{29}$，所以 $\cos\angle FHC=\dfrac{17+20-29}{2\sqrt{17}\times 2\sqrt{5}}=\dfrac{2}{\sqrt{85}}$，…………………… 9分

所以 $\sin\angle FHC=\sqrt{1-\left(\frac{2}{\sqrt{85}}\right)^2}=\frac{9}{\sqrt{85}}$，…………………………………………………… 10 分

所以 $S_{\triangle FHC}=\frac{1}{2}FH\cdot CH\sin\angle FHC=\frac{1}{2}\times\sqrt{17}\times2\sqrt{5}\times\frac{9}{\sqrt{85}}=9$，…………………………………… 11 分

设 B 到平面 FHC 的距离为 h，则 $V_{三棱锥B\text{-}FHC}=\frac{1}{3}\times9h=4$，所以 $h=\frac{4}{3}$，

即点 G 到平面 CFM 的距离为 $\frac{4}{3}$. …………………………………………………………………… 12 分



解法 2：由(1)知 G 到平面 CFM 的距离，即为 B 到平面 CFM 的距离，

又因为 H 为 AB 的中点，所以 A 到平面 CFM 的距离等于 B 到平面 CFM 的距离，来源：高三答案公众号

即 A 到平面 MNH 的距离等于 G 到平面 CFM 的距离. ………… 7 分

连接 MH，取 MH 的中点 Q，连接 NQ.

因为 $MH=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，$NM=NH=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$，

所以 $NQ\perp MH$，所以 $NQ=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2}=3\sqrt{2}$.

所以 $S_{\triangle MNH}=\frac{1}{2}MH\cdot NQ=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times3\sqrt{2}=6$. …………………………………………… 9 分

设 A 到平面 MNH 的距离为 h，则 $V_{三棱锥A\text{-}MNH}=V_{三棱锥M\text{-}ANH}$，…………………………………… 10 分

即 $\frac{1}{3}\times6h=\frac{1}{3}\times(\frac{1}{2}\times2\times4)\times2$，所以 $h=\frac{4}{3}$，

即点 G 到平面 CFM 的距离为 $\frac{4}{3}$. …………………………………………………………………… 12 分

20. 解：(1)设 C 的焦距为 $2c$，由题意知 $\begin{cases}(a+c)-(a-c)=2\sqrt{3},\\ \frac{2b^2}{a}=1,\\ a^2=b^2+c^2,\end{cases}$ …………………………………… 2 分

解得 $\begin{cases}a=2,\\ b=1,\\ c=\sqrt{3},\end{cases}$ …………………………………………………………………………… 4 分

故 C 的方程为 $x^2+\frac{y^2}{4}=1$. ……………………………………………………………………… 5 分

(2)设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，

联立 $\begin{cases}y=kx+m,\\ x^2+\frac{y^2}{4}=1,\end{cases}$

消去 y 整理得 $(k^2+4)x^2+2mkx+m^2-4=0$，…………………………………………………… 6 分

所以 $\Delta=4m^2k^2-4(k^2+4)(m^2-4)>0$，即 $k^2-m^2+4>0$，

且 $x_1+x_2=\frac{-2km}{k^2+4}$，$x_1x_2=\frac{m^2-4}{k^2+4}$. …………………………………………………………… 7 分

因为点 P 是线段 MN 靠近点 N 的四等分点，

所以 $\overrightarrow{MP}=3\overrightarrow{PN}$，所以 $x_1=-3x_2$，

所以 $3(x_1+x_2)^2=3\times(-2x_2)^2=-4x_2\times(-3x_2)=-4x_1x_2$，

所以 $3(x_1+x_2)^2+4x_1x_2=0$，…………………………………………………………………… 8 分

所以 $\frac{12k^2m^2}{(k^2+4)^2}+\frac{4(m^2-4)}{k^2+4}=0$，

整理得 $m^2k^2+m^2-k^2-4=0$，………………………………………………………………………… 9 分

显然 $m^2=1$ 不成立，所以 $k^2=\frac{4-m^2}{m^2-1}$，来源：高三答案公众号

因为 $k^2-m^2+4>0$，所以 $\frac{4-m^2}{m^2-1}-m^2+4>0$，即 $\frac{(4-m^2)m^2}{m^2-1}>0$. …………………… 10 分

解得 $-2<m<-1$，或 $1<m<2$，

所以实数 m 的取值范围为 $(-2,-1)\cup(1,2)$. …………………… 12 分

21.（1）解：法一：因为 $f(x)=x^3-ax^2$，所以 $f'(x)=3x^2-2ax$.

当 $a=0$ 时，$f'(x)=3x^2\geq 0$，所以 $f(x)$ 单调递增，没有极值，不合题意. …………………… 1 分

当 $a<0$ 时，在区间 $\left(-\infty,\frac{2a}{3}\right)$ 上，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，

在区间 $\left(\frac{2a}{3},0\right)$ 上，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，

在区间 $(0,+\infty)$ 上，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，

所以当 $x=0$ 时，$f(x)$ 取极小值 $f(0)=0$，不合题意. …………………… 3 分

当 $a>0$ 时，在区间 $(-\infty,0)$ 上，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，在区间 $\left(0,\frac{2a}{3}\right)$ 上，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，在区间 $\left(\frac{2a}{3},+\infty\right)$ 上，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，所以当 $x=\frac{2a}{3}$ 时，$f(x)$ 的极小值为 $f\left(\frac{2a}{3}\right)=-\frac{4}{27}a^3=-4$.

所以 $a=3$. …………………… 5 分

法二：因为 $f(x)=x^3-ax^2$，所以 $f'(x)=3x^2-2ax$.

令 $f'(x)=0$，得 $x_1=0$，$x_2=\frac{2}{3}a$. 而 $f(x_1)=f(0)=0\neq-4$，所以 $f(x)$ 的极小值只可能在 $x_2=\frac{2}{3}a$ 处取到.

令 $f\left(\frac{2a}{3}\right)=-\frac{4}{27}a^3=-4$，得 $a=3$.

当 $a=3$ 时，$f'(x)=3x^2-6x=3x(x-2)$，所以在区间 $(-\infty,0)$ 上，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增；在区间 $(0,2)$ 上，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减；在区间 $(2,+\infty)$ 上，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，所以 $x=\frac{2}{3}a=2$ 是 $f(x)$ 的极小值点，

且 $f(x)$ 的极小值为 -4，

所以 $a=3$. …………………… 5 分

（2）证明：由（1）知，在区间 $(-\infty,0)$ 上，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，

在区间 $(0,2)$ 上，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，在区间 $(2,+\infty)$ 上，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，所以不妨设 $0<x_1<2<x_2<3$. …………………… 6 分

下面先证 $x_1+x_2<4$.

即证 $x_1<4-x_2$，因为 $0<x_1<2<x_2<3$，所以 $1<4-x_2<2$，

又因为在区间 $(0,2)$ 上，$f(x)$ 单调递减，

只要证 $f(x_1)>f(4-x_2)$， …………………… 7 分

又因为 $f(x_1)=f(x_2)$，

只要证 $f(x_2)>f(4-x_2)$，只要证 $f(x_2)-f(4-x_2)>0$. …………………… 8 分

设 $g(x)=f(x)-f(4-x)=2x^3-12x^2+24x-16$，

则当 $x\in(2,3)$ 时，$g'(x)=6x^2-24x+24=6(x-2)^2>0$，

所以 $g(x)$ 在 $(2,3)$ 上单调递增，

所以 $g(x)>g(2)=0$，所以 $f(x_2)-f(4-x_2)>0$. …………………… 9 分

下面证 $3<x_1+x_2$.

设 $h(x)=2x^2-6x$，因为 $f(x)-h(x)=x^3-5x^2+6x=x(x-2)(x-3)$，

在区间 $(0,2)$ 上，$f(x)>h(x)$；在区间 $(2,3)$ 上，$f(x)<h(x)$.

设 $x_3\in\left(0,\frac{3}{2}\right)$，$f(x_1)=h(x_3)=t$，因为 $f(x_1)>h(x_1)$，

所以 $h(x_3)>h(x_1)$，所以 $x_3<x_1$. …………………………………………………………………………………… 10 分

设 $x_4\in(2,3)$，$f(x_2)=h(x_4)=t$，因为 $f(x_2)<h(x_2)$，

所以 $h(x_2)>h(x_4)$，所以 $x_4<x_2$.

因为 $h(x_3)=h(x_4)=t$，所以 $x_3+x_4=3$，

所以 $3=x_3+x_4<x_1+x_2$. 综上，$3<x_1+x_2<4$. ………………………………………………………… 12 分

22. 解：(1)因为曲线 C_1 的极坐标方程 $\rho^2=2\rho\cos\theta+2$，

又 $\rho^2=x^2+y^2$，$x=\rho\cos\theta$，可得 $x^2+y^2=2x+2$，

所以曲线 C_1 的直角坐标方程为 $(x-1)^2+y^2=3$. ………………………………………………………… 2 分

因为曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\cos\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{3}{2}$，即 $\rho\cos\theta-\sqrt{3}\rho\sin\theta=3$， ………………………………………… 3 分

所以曲线 C_2 的直角坐标方程为 $x-\sqrt{3}y-3=0$，C_2 是过点 $(3,0)$，斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$，即倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$ 的直线. …………… 4 分

直线 C_2 的一个参数方程为 $\begin{cases}x=3+\frac{\sqrt{3}}{2}t,\\ y=\frac{1}{2}t\end{cases}$ (t 为参数). ………………………………………………… 5 分

(2)设 A,B 所对应的参数分别为 t_1,t_2，

把直线 C_2 的参数方程代入 $(x-1)^2+y^2=3$，可得 $t^2+2\sqrt{3}t+1=0$， …………………………………… 6 分

$\Delta=(2\sqrt{3})^2$ [illegible] $\times1=8>0$，

所以 t [illegible] $2\sqrt{3}$，$t_1t_2=1$ [illegible]. …………………………………………………………………… 8 分

故 $\frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}=$ [illegible] ……………………………………………………………… 10 分

23. 解：(1) $f(x)=\begin{cases}1-2x, x<0,\\ 1, 0\leqslant x\leqslant1,\\ 2x-1, x>1,\end{cases}$ ………………………………………………………………… 1 分

不等式 $f(x)<8$ 等价于 $\begin{cases}1-2x<8,\\ x<0,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}1<8,\\ 0\leqslant x\leqslant1,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}2x-1<8,\\ x>1,\end{cases}$ ……………………………………… 4 分

解得 $-\frac{7}{2}<x<\frac{9}{2}$，故不等式 $f(x)<8$ 的解集为 $\left(-\frac{7}{2},\frac{9}{2}\right)$. ……………………………………………… 5 分

(2)因为 $y=f(x)-|x|-|x-2|=|x-1|-|x-2|\leqslant|(x-1)-(x-2)|=1$，当且仅当 $x\geqslant2$ 时等号成立，故 $m=1$， …………………………………………………………………………………………………… 6 分

所以 $a+2b=1$， …………………………………………………………………………………………… 7 分

所以 $\frac{1}{2a+b}+\frac{4}{a+5b}=\left(\frac{1}{2a+b}+\frac{4}{a+5b}\right)\cdot\frac{(2a+b)+(a+5b)}{3}=\frac{1}{3}\left[1+4+\frac{a+5b}{2a+b}+\frac{4(2a+b)}{a+5b}\right]$

$\geqslant\frac{1}{3}\left[5+2\sqrt{\frac{a+5b}{2a+b}\cdot\frac{4(2a+b)}{a+5b}}\right]=\frac{1}{3}\times(5+4)=3$， ……………………………………… 9 分

当且仅当 $\frac{a+5b}{2a+b}=\frac{4(2a+b)}{a+5b}$，即 $a=b=\frac{1}{3}$ 时等号成立，来源：高三答案公众号

故 $\frac{1}{2a+b}+\frac{4}{a+5b}$ 的最小值为 3. ……………………………………………………………………… 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。