

7. 九连环是我国从古至今广为流传的一种益智游戏,它由九个铁丝圆环相连成串,在某种玩法中,用 a_n 表示解下 n ($n \leq 9, n \in \mathbf{N}^+$) 个圆环所需要移动的最少次数,数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, 且

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n - 1, & n \text{ 为奇数,} \\ 2a_n + 2, & n \text{ 为偶数,} \end{cases} \text{ 则 } a_7 + a_8 =$$

- A. 287 B. 272 C. 158 D. 143

8. 目前,全国所有省份已经开始了新高考改革,改革后,考生的高考总成绩由语文、数学、外语3门全国统一考试科目成绩和3门选择性科目成绩组成.已知某甲、乙同学都选了物理和地理科目,且甲同学的另一科目会从化学、生物、政治这3种中选1科,乙同学的另一科目会从化学、生物这2种中选1科,则甲、乙所选科目相同的概率是

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

9. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右顶点为 M , 以 M 为圆心, 双曲线 C 的半焦距为半径的圆与双曲线 C 的一条渐近线相交于 A, B 两点, 若 $\angle AMB = \frac{2\pi}{3}$, 则双曲线 C 的离心率为

- A. $\sqrt{5}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

10. 已知函数 $f(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{6})$ 在 $[-\frac{\pi}{4}, \frac{a}{6}]$ 和 $[-\frac{2a}{5}, \frac{7\pi}{12}]$ 上都是单调的, 则 a 的取值范围是

- A. $[-\frac{3\pi}{2}, \frac{35\pi}{24}]$ B. $(-\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{12}]$ C. $(-\frac{5\pi}{12}, \frac{35\pi}{24}]$ D. $(-\frac{5\pi}{12}, \pi]$

11. 已知函数 $f(x) = \ln|x - x^2|$, 直线 $l: x + y - 4 = 0$, 若直线 $x - y + m = 0$ 与 $f(x)$ 的图象交于 A 点, 与直线 l 交于 B 点, 则 A, B 之间的最短距离是

- A. $2\sqrt{2}$ B. 4 C. $4\sqrt{2}$ D. 8

12. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的所有顶点都在球 O 的表面上, $\triangle ABC$ 是边长为 $4\sqrt{3}$ 的等边三角形, 若三棱锥 $P-ABC$ 体积的最大值是 $32\sqrt{3}$, 则球 O 的表面积是

- A. 100π B. 160π
C. 200π D. 320π

第 II 卷

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 某校高三年级进行了一次高考模拟测试, 这次测试的数学成绩 $X \sim N(90, \sigma^2)$, 且 $P(X < 80) = 0.1$, 规定这次测试的数学成绩高于 120 分为优秀. 若该校有 1200 名高三学生参加测试, 则数学成绩为优秀的人数是 ▲ .

14. 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x + y - 2 \geq 0, \\ x - 2y - 2 \leq 0, \\ y \leq 1. \end{cases}$ 则 $2x - y$ 的最大值是 ▲ .

15. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_n > 0$, 且 $(n+1)a_n^2 - na_n^2 = a_n, a_n \neq 0$, 则 $a_n =$ ▲ .

16. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , 过点 F 的直线 l 与抛物线 C 相交于 A, B 两点, 分别过 A, B 两点作抛物线 C 的准线的垂线, 垂足分别为 D, E , 若 $S_{\triangle DEF} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABE}$, $AB = 4\sqrt{2}$, 则 $p =$ ▲ .

【高二数学 第 2 页(共 3 页)文科】



三、解答题:共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答.第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

通过市场调查,现得到某种产品的资金投入 x (单位:百万元)与获得的利润 y (单位:百万元)的数据,如下表所示:

资金投入 x	2	4	5	6	8
利润 y	3	4	6	5	7

- (1)求样本 $(x_i, y_i) (i = 1, 2, \dots, 5)$ 的相关系数(精确到 0.01);
- (2)根据上表提供的数据,用最小二乘法求出 y 关于 x 的线性回归直线方程;
- (3)现投入资金 1 千万元,求获得利润的估计值.

$$\text{附:相关系数 } r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = \sqrt{2} \approx 1.414.$$

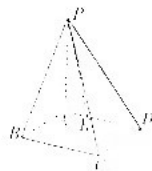
对于一组数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 其回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率和截距的最

$$\text{小二乘估计分别为 } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

18. (12 分)

如图,在底面为矩形的四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$.

- (1)证明:平面 $PAD \perp$ 平面 PCD .
- (2)若 $PA=AD=3, AB=1, E$ 在棱 AD 上,且 $AD=3AE$,求四棱锥 $P-ABCE$ 的体积.



19. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,且 $a=2\sqrt{2}, \sqrt{3}\sin(A + \frac{\pi}{4}) = b$.

- (1)求角 C ;
- (2)若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, D 为 AB 边的中点,求线段 CD 长的取值范围.



20. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $P(2, 0)$ 是椭圆 C 上一点.

(1) 求椭圆 C 的标准方程.

(2) 过点 $(6, 0)$ 的直线 l 与椭圆 C 交于 A, B (异于点 P) 两点, 直线 PA, PB 的斜率分别是 k_1, k_2 , 试问 $k_1 k_2$ 是否为定值? 若是, 求出该定值; 若不是, 请说明理由.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{x^2}{2} - x + \ln(x+1)$.

(1) 比较 $f(x)$ 与 0 的大小;

(2) 证明: 对任意的 $x \in [0, 1)$, $x[\ln(x+1) - \ln(1-x)] + 4\cos x - 4 \geq 0$ 恒成立.

注: $[\ln(x+1)]' = \frac{1}{x+1}$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 M 的方程为 $y = \sqrt{-x^2 + 4x}$, 曲线 N 的方程为 $xy = 9$. 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴, 建立极坐标系.

(1) 求曲线 M, N 的极坐标方程;

(2) 若射线 $l: \theta = \theta_0 (\rho \geq 0, 0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2})$ 与曲线 M 交于点 A (异于极点), 与曲线 N 交于点 B , 且 $|OA| \cdot |OB| = 12$, 求 θ_0 .

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |x-a-1| + |x-2a|$.

(1) 证明: 存在 $a \in (0, +\infty)$, 使得 $f(x) \geq 1$ 恒成立.

(2) 当 $x \in [2a, 4]$ 时, $f(x) \leq |x-a|$, 求 a 的取值范围.

【高二数学·第 4 页(共 4 页) 文科·A】



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线