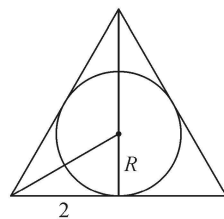


河池市 2023 年春季学期高一年级期末教学质量检测 · 数学

参考答案、提示及评分细则

1. B 由 $z=1+i$, 得 $\bar{z}=1-i$, 所以 $i\bar{z}=i(1-i)=1+i$. 故选 B.
2. C 由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$ 可得 $\sin A=\frac{a \sin B}{b}=\frac{3 \times \frac{2}{3}}{4}=\frac{1}{2}$. 故选 C.
3. D 根据题意知分层抽样比例为 $\frac{10}{200}=\frac{1}{20}$, 所以该高校抽取的志愿者总人数为 $(4400+400+200) \times \frac{1}{20}=250$.
故选 D.
4. C 对选项 A, 若 $l \subset \alpha, m // \alpha$, 则 l 与 m 的位置关系是平行或者异面, 故 A 错误;
对选项 B, 若 $l \subset \alpha, l // \beta$, 则 α 与 β 的位置关系是平行和相交, 故 B 错误;
对选项 C, 若 $l \perp \alpha, m \perp \alpha$, 则根据线面垂直的性质得 l 与 m 的位置关系是平行, 故 C 正确;
对选项 D, 若 $l \perp \alpha, l \perp m$, 则 m 与 α 的位置关系是平行或者包含, 故 D 错误. 故选 C.
5. D 事件 1 可表示为: $A=\{2,3,5\}$, 事件 2 可表示为: $B=\{4,6\}$,
事件 3 可表示为: $C=\{3,4,5,6\}$, 事件 4 可表示为: $D=\{1,2\}$,
因为 $A \cap C=\{3,5\}$, 所以事件 1 与事件 3 不互斥, A 错误;
因为 $A \cap B$ 为不可能事件, $A \cup B$ 不为必然事件, B 错误;
因为 $B \cap C=\{4,6\}$, 所以事件 2 与事件 3 不互斥, C 错误;
因为 $C \cap D$ 为不可能事件, $C \cup D$ 为必然事件, 所以事件 3 与事件 4 互为对立事件, D 正确. 故选 D.
6. C 设“两个球都是红球”为事件 A, “两个球都是白球”为事件 B, “两个球颜色不同”为事件 C,
则 $P(A)=\frac{2}{15}, P(B)=\frac{1}{3}$ 且 $\bar{C}=A \cup B$.
因为 A, B, C 两两互斥,
所以 $P(C)=1-P(\bar{C})=1-P(A \cup B)=1-[P(A)+P(B)]=1-\frac{2}{15}-\frac{1}{3}=\frac{8}{15}$. 故选 C.
7. C 设圆锥的母线长为 l , 底面半径为 r , 由题意可得 $l=4$, 由 $2\pi r=4\pi$, 所以 $r=2$.
因为 $l=2r$, 圆锥的轴截面是边长为 4 的等边三角形,
该等边三角形(如图)的内切圆半径为圆锥内切球半径 R ,
而等边三角形的边长为 4, 故 $R=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$, 故 $S=4\pi R^2=\frac{16}{3}\pi$. 故选 C.
8. A 设向量 a, b 的夹角为 θ , 因为 $|xa+b| \geq \frac{1}{2}$, 所以 $(xa+b)^2 \geq \frac{1}{4}$, 则 $x^2 a^2 + 2xa \cdot b + b^2 \geq \frac{1}{4}$, 即 $x^2 + 2x \cos \theta + \frac{3}{4} \geq 0$ 恒成立. 所以 $\Delta=4 \cos^2 \theta - 3 \leq 0$, 解得 $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \cos \theta \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$, 故 a, b 的夹角的取值范围是 $[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$. 故选 A.
9. ACD 这组数据中 31 出现了 2 次, 出现次数最多, 因此众数是 31, A 正确;
从小到大排列 10 个数据分别为 30, 31, 31, 37, 40, 46, 47, 57, 62, 67,
第 5 位和第 6 位为 40 和 46, 因此中位数是 43, B 错误;
最大值为 67, 最小值为 30, 因此极差为 $67-30=37$, C 正确;
 $10 \times 10\% = 1$ 是整数, 10% 分位数应取第 1 位与第 2 位的平均值, 即 30 和 31 的平均值 30.5, D 正确. 故选 ACD.
10. AB 对于 A, 对向量 $\overrightarrow{DG}, \overrightarrow{CH}$ 进行平移, 使得与 $\overrightarrow{AE}$ 构成三角形, 所以 A 正确,



对于 B, 因为 $|\overrightarrow{AE}| = \sqrt{3^2 + 1^2} = |\overrightarrow{CH}| = \sqrt{10}$, 所以 B 正确,

对于 C, 平移向量 $\overrightarrow{JB}$, 使得 $\overrightarrow{JB}, \overrightarrow{DI}$ 共起点, 所以 C 错误,

对于 D, 因为 $|\overrightarrow{CH} + \overrightarrow{HF}| = |\overrightarrow{CF}| = 4$, 所以 D 错误. 故选 AB.

11. ABD 方案一: “选到 3 号球”的概率 $P_1 = \frac{1}{3}$

方案二: “选到 3 号球”的概率 $P_2 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

方案三: 同时摸出两个球共有: $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$ 共 3 个基本事件, “选到 3 号球”包含 $\{1, 3\}, \{2, 3\}$ 共 2 个基本事件, “选到 3 号球”的概率 $P_3 = \frac{2}{3}$

$\therefore P_1 < P_2, P_1 < P_3, P_2 < P_3, 2P_1 = P_3$, ABD 正确, C 错误. 故选 ABD.

12. ACD 如图, 因为 $D_1C_1 \perp$ 平面 BB_1C_1C , $B_1C \subset$ 平面 BB_1C_1C , 所以 $D_1C_1 \perp B_1C$,

因为 $B_1C \perp C_1B$, $D_1C_1 \cap C_1B = C_1$, $D_1C_1, C_1B \subset$ 平面 D_1C_1B ,

所以 $B_1C \perp$ 平面 D_1C_1B , $BD_1 \subset$ 平面 D_1C_1B , 所以 $BD_1 \perp B_1C$,

若 $BD_1 \perp MC$, 则点 M 的轨迹为 B_1C , 因为正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2,

所以点 M 的轨迹长度为 $2\sqrt{2}$, 故 A 正确;

三棱锥 A_1-AD_1M 就是三棱锥 $M-AA_1D_1$, 底面积和高都不变, 因此体积不变, 故 B 错误;

将平面 BB_1C 翻折到与平面 AB_1C 重合, 如图,

此时 A, M, B 三点共线, $AM+BM$ 取得最小值 AB , $\triangle AB_1C$ 是边长为 $2\sqrt{2}$ 的等边三角形,

$\triangle B_1BC$ 是 $\angle B = 90^\circ$ 边长为 2 的等腰直角三角形, 且 M 是 B_1C 的中点,

所以 $AM = \sqrt{6}$, $BM = \sqrt{2}$, $AM+BM$ 取得最小值为 $\sqrt{2} + \sqrt{6}$, 故 C 正确.

$S_{\triangle ABC} = 2^2 \times \frac{1}{2} = 2$, 设 M 到平面 ABCD 的距离为 h, 由三角形面积相等,

有 $BC \cdot h = BM \cdot CM = 2$, 则 $h = 1$, 于是 $V_{M-ABC} = 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$, 故 D 正确. 故选 ACD.

13. $\frac{\sqrt{5}}{5} \quad \frac{1}{1-2i} = \frac{1+2i}{(1-2i)(1+2i)} = \frac{1}{5} + \frac{2}{5}i, \therefore \left| \frac{1}{1-2i} \right| = \left| \frac{1}{5} + \frac{2}{5}i \right| = \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$

14. 路 由图①可知, “国”和“兴”相对, “梦”和“中”相对, “复”和“路”相对; 由图②可得, 第 1, 2, 3, 4, 5 格对应的字分别是“兴”、“梦”、“路”、“国”、“复”, 所以到第 5 格时, 小正方体朝上面的字是“路”.

15. 4 根据题意得平均数 $\bar{x} = \frac{1}{5}(m+n+9+8+10) = 9$,

方差 $s^2 = \frac{1}{5}[(m-9)^2 + (n-9)^2 + (9-9)^2 + (8-9)^2 + (10-9)^2] = 2$,

所以 $m+n=18$, $(m-9)^2 + (n-9)^2 = 8$, 解得 $\begin{cases} n=11, \\ m=7 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} n=7, \\ m=11, \end{cases}$ 所以 $|m-n|=4$.

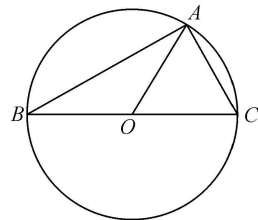
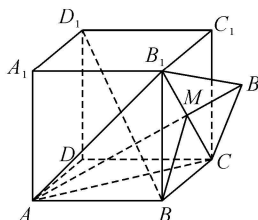
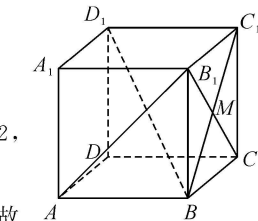
16. 1 $\because \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, 则 O 为 BC 的中点,

注意到 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心为 O,

故 BC 是外接圆的直径, 即 $BC=2$,

则 $\overrightarrow{BA}$ 在 $\overrightarrow{BC}$ 上的投影向量为 $\left(\frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BC}|^2}\right)\overrightarrow{BC} = \left(\frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{4}\right)\overrightarrow{BC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$,

可得 $\frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{4} = \frac{3}{4}$, 即 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 3$,



$$\therefore \vec{OA} = \vec{BA} - \vec{BO} = \vec{BA} - \frac{1}{2}\vec{BC},$$

$$\therefore \vec{OA} \cdot \vec{BC} = \left(\vec{BA} - \frac{1}{2}\vec{BC}\right) \cdot \vec{BC} = \vec{BA} \cdot \vec{BC} - \frac{1}{2}\vec{BC}^2 = 3 - \frac{1}{2} \times 4 = 1.$$

17. 解: (1) 根据余弦定理, $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{\sqrt{3}}{2}, b = \sqrt{3}, c = 2,$

解得 $a = 1$; 5 分

(2) 因为 $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{a^2}{bc} = 2 - \sqrt{3},$

因此得到 $\frac{b^2 + c^2 - (2 - \sqrt{3})bc}{2bc} = \frac{(b - c)^2 + \sqrt{3}bc}{2bc} = \frac{\sqrt{3}}{2},$ 则 $\frac{(b - c)^2}{2bc} = 0,$

即 $(b - c)^2 = 0$, 所以 $b = c$, 因此三角形为等腰三角形, 8 分

又知道 $A = \frac{\pi}{6}$, 所以 $B = C = \frac{5\pi}{12}.$ 10 分

18. 解: (1) 设 G 是 PC 的中点, 由于 F 是 PD 的中点, 所以 $GF \parallel CD, GF = \frac{1}{2}CD,$ 2 分

由于 E 是 AB 的中点, 四边形 $ABCD$ 是矩形, 所以 $AE \parallel CD, AE = \frac{1}{2}CD,$ 3 分

所以 $GF \parallel AE, GF = AE$, 所以四边形 $AFGE$ 是平行四边形, 所以 $AF \parallel EG,$ 4 分

因为 $AF \not\subset$ 平面 $PEC, EG \subset$ 平面 PEC , 所以 $AF \parallel$ 平面 PEC ; 6 分

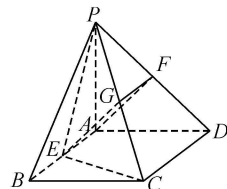
(2) 由于 $PA \perp$ 平面 $ABCD, CD \subset$ 平面 $ABCD$, 所以 $PA \perp CD,$

因为 $CD \perp AD, PA \cap AD = A, PA, AD \subset$ 平面 PAD , 所以 $CD \perp$ 平面 $PAD,$

因为 $AF \subset$ 平面 PAD , 所以 $CD \perp AF$, 因为 $PA = AD, F$ 是 PD 的中点,

所以 $AF \perp PD,$

因为 $PD \cap CD = D, PD, CD \subset$ 平面 PCD , 所以 $AF \perp$ 平面 $PCD.$ 12 分



19. 解: (1) 向量 $a = (2, x), b = (y, 1), c = (3, -3),$ 且 $a \perp b, b \parallel c,$

可得 $a \cdot b = 2y + x = 0$ 且 $3y + 3 = 0$, 解得 $x = 2, y = -1,$ 3 分

即 $a = (2, 2), b = (-1, 1),$ 则 $a + b = (1, 3),$

则 $|a + b| = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10};$ 6 分

(2) 因为 $a + 2b + c = (2, 2) + 2(-1, 1) + (3, -3) = (3, 1), a + b = (1, 3),$

所以 $(a + b) \cdot (a + 2b + c) = 3 + 3 = 6,$ 9 分

设向量 $a + b$ 与 $a + 2b + c$ 夹角为 $\alpha,$

则 $\cos \alpha = \frac{(a + b) \cdot (a + 2b + c)}{|a + b| \cdot |a + 2b + c|} = \frac{6}{\sqrt{10} \times \sqrt{10}} = \frac{3}{5}.$ 12 分

20. 解: (1) 由田径队的频率分布直方图得: $10 \times (0.016 + 0.024 + 0.032 + a + 0.008) = 1,$

解得 $a = 0.020.$ 2 分

其中“田径队”的平均成绩为:

$\bar{x} = 10 \times (55 \times 0.016 + 65 \times 0.024 + 75 \times 0.032 + 85 \times 0.020 + 95 \times 0.008) = 73,$ 6 分

(2) “田径队”中 90 分以上的有 $10 \times 0.008 \times 100 = 8$ (人), 7 分

“足球队”中 90 分以上的有 $10 \times 0.006 \times 100 = 6$ (人). 8 分

所以抽取的比例为 $\frac{7}{8+6} = \frac{1}{2}$, 在“田径队”抽取 $8 \times \frac{1}{2} = 4$ (人), 记作 $a, b, c, d;$ 9 分

在“足球队”抽取 $6 \times \frac{1}{2} = 3$ (人), 记作 $A, B, C.$

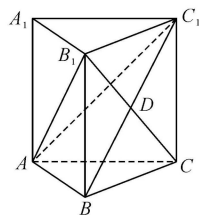
从中任选 2 人包含的基本事件有:

$ab, ac, ad, aA, aB, aC; bc, bd, bA, bB, bC; cd, cA, cB, cC; dA, dB, dC; AB, AC; BC,$ 共 21 个, 11 分

领队来自不同队伍包含的基本事件 $aA, aB, aC, bA, bB, bC, cA, cB, cC, dA, dB, dC$ 共 12 个,

故领队来自不同队伍的概率为 $\frac{12}{21} = \frac{4}{7}$ 12 分

21. 解:(1)连接 BC_1 与 B_1C 相交于点 D ,如下图所示



在直棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $BB_1 \perp$ 平面 $ABC, AB \subset$ 平面 ABC ,

$\therefore BB_1 \perp AB$,

又 $AB \perp BC, BC \cap BB_1 = B, BC, BB_1 \subset$ 平面 BB_1C_1C ,

所以, $AB \perp$ 平面 BB_1C_1C ,

又 $\because B_1C \subset$ 平面 $BB_1C_1C, \therefore AB \perp B_1C$

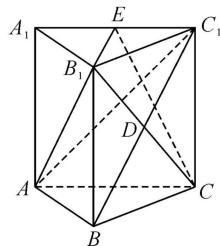
$\because BC = CC_1, \therefore$ 四边形 BCC_1B_1 为菱形, 即 $B_1C \perp BC_1$

又 $\because AB \cap BC_1 = D$, 且 $AB, BC_1 \subset$ 平面 ABC_1 ,

$\therefore B_1C \perp$ 平面 ABC_1 , 又 $\because AC_1 \subset$ 平面 ABC_1 ,

$\therefore B_1C \perp AC_1$ 6 分

(2)取 A_1C_1 的中点 E , 连接 B_1E, CE . 如图所示:



$\because A_1B_1 = B_1C_1, A_1E = EC_1, \therefore B_1E \perp A_1C_1$

又 $\because CC_1 \perp$ 平面 $A_1B_1C_1, B_1E \subset$ 平面 $A_1B_1C_1$,

$\therefore CC_1 \perp B_1E$,

又 $\because A_1C_1 \cap CC_1 = C_1$, 且 $A_1C_1, CC_1 \subset$ 平面 AA_1C_1C ,

$\therefore B_1E \perp$ 平面 AA_1C_1C ,

$\therefore CE$ 是 CB_1 在面 AA_1C_1C 内的射影, $\angle ECB_1$ 是 CB_1 与平面 AA_1C_1C 所成角的平面角.

$\because$ 在 $Rt\triangle CEB_1$ 中, 易知 $B_1E = 1, CB_1 = 2$,

$\therefore \sin \angle ECB_1 = \frac{B_1E}{CB_1} = \frac{1}{2}, \therefore \angle ECB_1 = 30^\circ$,

即 CB_1 与平面 AA_1C_1C 所成的角的大小为 30° 12 分

22. 解:(1)设 $A_i = \{\text{甲同学答对了 } i \text{ 道题}\}, B_i = \{\text{乙同学答对了 } i \text{ 道题}\}, i = 0, 1, 2$,

所以 $P(A_2) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}, P(A_1) = 2 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}, P(A_0) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$, 3 分

$P(B_2) = p^2, P(B_1) = 2p(1-p), P(B_0) = (1-p)^2$, 6 分

所以 $\frac{9}{16}p^2 + \frac{3}{8} \times 2p(1-p) + \frac{1}{16}(1-p)^2 = \frac{61}{144}$, 解得 $p = \frac{2}{3}$ 或 $p = \frac{13}{3}$ (舍), 即 p 的值为 $\frac{2}{3}$; 9 分

(2)两人共答对两道题的概率 $P = P(A_0)P(B_2) + P(A_1)P(B_1) + P(A_2)P(B_0) = \frac{1}{16} \times \frac{4}{9} + \frac{3}{8} \times \frac{4}{9} +$

$\frac{9}{16} \times \frac{1}{9} = \frac{37}{144}$, 即两人共答对两道题的概率为 $\frac{37}{144}$ 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线