高三数学考试参考答案(文科)

1. A　因为 $A=\{x|1-2x>0\}=\{x|x<\frac{1}{2}\}$，$B=\{x|3x+1>0\}=\{x|x>-\frac{1}{3}\}$，所以 $A\cap B=\{x|-\frac{1}{3}<x<\frac{1}{2}\}$.

2. C　因为命题"对于任意正数 x，都有 $x+1>0$"是全称量词命题，所以其否定为"存在正数 x，使得 $x+1\leqslant 0$".

3. B　因为 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，所以 $3=-2m$，解得 $m=-\frac{3}{2}$.

4. A　若 $[a]=[b]$，则 $|a-b|<1$，但 $|a-b|<1$ 时，$[a]$，$[b]$不一定相等，例如 $a=2.9$，$b=3.1$，所以"$[a]=[b]$"是"$|a-b|<1$"的充分不必要条件.

5. A　函数 $\frac{f(x-2)}{x+1}$ 中的 x 需满足 $\begin{cases}-3\leqslant x-2\leqslant 3,\\ x+1\neq 0,\end{cases}$ 解得 $-1<x\leqslant 5$，故函数 $\frac{f(x-2)}{x+1}$ 的定义域为 $(-1,5]$.

6. D　由题可知，函数 $f(x)$ 的定义域为 $\{x|x\neq\pm 1\}$，且 $f(-x)=\frac{x^2}{3-3^{|x|}}=f(x)$，故函数为偶函数，排除 A，C. 又 $f(2)=\frac{4}{3-9}=-\frac{2}{3}<0$，所以选 D.

7. D　因为 $f'(x)=-\sin x$，所以 $f'(\frac{\pi}{6})=-\sin\frac{\pi}{6}=-\frac{1}{2}$，即 $\tan\alpha=-\frac{1}{2}$.

故 $\frac{\cos\alpha-\sin\alpha}{3\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)+\cos(2\pi-\alpha)}=\frac{\cos\alpha-\sin\alpha}{-3\sin\alpha+\cos\alpha}=\frac{1-\tan\alpha}{-3\tan\alpha+1}=\frac{3}{5}$.

8. B　由向量加法的三角形法则，可得 $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$，所以 $\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{AE}=(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB})\cdot(\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD})=-\overrightarrow{AB}^2+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}^2=-1+\frac{1}{2}\times 1\times 2\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times 2^2=\frac{3}{2}$.

9. B　因为 $\alpha\in(\frac{\pi}{2},\pi)$，所以 $\alpha+\frac{\pi}{4}\in(\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4})$，则 $\cos(\alpha+\frac{\pi}{4})=-\frac{7\sqrt{2}}{10}$，即 $\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})=\frac{1}{7}$，

所以 $\tan\alpha=\tan[(\alpha+\frac{\pi}{4})-\frac{\pi}{4}]=\frac{\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})-\tan\frac{\pi}{4}}{1+\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})\tan\frac{\pi}{4}}=-\frac{3}{4}$，故选 B.

10. A　因为 $3a=3\log_5 3=\log_5 27>2$，$3b=3\log_{12}5=\log_{12}125<2$，所以 $3a>2>3b$，即 $b<c<a$.

11. C　因为 $f(x+\frac{1}{2})$ 为奇函数，所以 $f(x+\frac{1}{2})=-f(-x+\frac{1}{2})$，

则 $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{1}{2},0)$ 对称.

又 $f(2+x)=f(-x)$，所以 $f(x)$的图象关于 $x=1$ 对称，所以函数 $f(x)$的一个周期为 2，所以 $f(100)=f(0)=-f(1)=1$.

12. C　由题可知$\frac{T}{2}<\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{2}\leqslant\frac{3T}{2}$，解得 $1<\omega\leqslant3$，$\frac{\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{5}<\omega x+\frac{\pi}{5}<\frac{3\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{5}$.

因为函数 $f(x)=\cos(\omega x+\frac{\pi}{5})$在区间$(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2})$上恰有两个零点，所以$\begin{cases}\frac{\pi}{2}\leqslant\frac{\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{5}<\frac{3\pi}{2},\\ \frac{5\pi}{2}<\frac{3\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{5}\leqslant\frac{7\pi}{2}\end{cases}$或

$\begin{cases}\frac{3\pi}{2}\leqslant\frac{\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{5}<\frac{5\pi}{2},\\ \frac{7\pi}{2}<\frac{3\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{5}\leqslant\frac{9\pi}{2},\end{cases}$解得$\frac{23}{15}<\omega\leqslant\frac{11}{5}$或$\frac{13}{5}\leqslant\omega\leqslant\frac{43}{15}$，即 $\omega\in(\frac{23}{15},\frac{11}{5}]\cup[\frac{13}{5},\frac{43}{15}]$.

13. e^9　令 $2-\sqrt{x}=-1$，则 $x=9$，所以 $f(-1)=e^9$.

14. 12　设扇形的半径为 r，由题意可得$\frac{1}{2}\times1\times r^2=8$，解得 $r=4$，所以扇形的周长为 $2\times4+1\times4=12$.

15. $(-1,1)$　令 $y=-1$，则 $f(-x)=f(x)$，所以 $f(x)$是偶函数，故 $f(x)<1$ 的解集为 $(-1,1)$.

16. 5　过 C 作 CE 垂直于 MN，交 MN 于点 E(图略). 设 $ME=2x$，则 $CE=7x$，由题可知 $AB=BC=3$，则 $MN=AN=2x+3$，$NB=7x$，在$\triangle ABN$ 中，$NB^2=AN^2+AB^2-2AN\cdot AB\cdot\cos120^\circ$，即$(7x)^2=(2x+3)^2+3^2+3\times(2x+3)$，化简可得 $5x^2-2x-3=0$，所以 $x=1$(负值已舍去)，则 $MN=5$.

17. 解：(1)由题意，$f(x)=2(\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x)-2\sin 2x=\sqrt{3}\cos 2x-\sin 2x=2\cos(2x+\frac{\pi}{6})$. ………………………………………… 3 分

令$-\pi+2k\pi\leqslant2x+\frac{\pi}{6}\leqslant2k\pi,k\in\mathbf{Z}$，

解得$-\frac{7\pi}{12}+k\pi\leqslant x\leqslant-\frac{\pi}{12}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$，

所以 $f(x)$的单调递增区间为$[-\frac{7\pi}{12}+k\pi,-\frac{\pi}{12}+k\pi],k\in\mathbf{Z}$. ……………………………… 5 分

(2)把 $f(x)$的图象上所有点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$，得到 $y=2\cos(4x+\frac{\pi}{6})$，……… 7 分

再向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度得到 $y=2\cos[4(x+\frac{\pi}{6})+\frac{\pi}{6}]=2\cos(4x+\frac{5\pi}{6})$，

即 $g(x)=2\cos(4x+\frac{5\pi}{6})$. ……………………………………………………………… 8 分

因为$-\frac{\pi}{12}<x<\frac{\pi}{8}$，所以$\frac{\pi}{2}<4x+\frac{5\pi}{6}<\frac{4\pi}{3}$，

则 $-1\leqslant\cos(4x+\frac{5\pi}{6})<0$，

所以 $g(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{8})$ 上的值域为 $[-2,0)$. …………………………………… 10 分

18. 解：(1) 因为 $f(x)$ 为奇函数，所以 $f(x)+f(-x)=0$，

所以 $\log_3(\frac{2}{2x-1}+a)+\log_3(\frac{2}{-2x-1}+a)=0$ 在定义域内恒成立，

即 $(\frac{2}{2x-1}+a)(\frac{2}{-2x-1}+a)=1$ 在定义域内恒成立，…………………………………… 2 分

整理得 $(4-4a^2)x^2-1+(a-2)^2=0$ 在定义域内恒成立，

所以 $\begin{cases}4-4a^2=0,\\-1+(a-2)^2=0,\end{cases}$ 解得 $a=1$.

因为当 $a=1$ 时，$f(x)=\log_3\frac{2x+1}{2x-1}$ 的定义域 $(-\infty,-\frac{1}{2})\cup(\frac{1}{2},+\infty)$ 关于原点对称，满足题意，所以 $a=1$. …………………………………… 6 分

(2) 由 $3^{f(x)}-\frac{b}{2x+1}\geqslant 0$，可得 $\frac{(2x+1)^2}{2x-1}\geqslant b$. …………………………………… 8 分

因为 $\frac{(2x+1)^2}{2x-1}=\frac{(2x-1+2)^2}{2x-1}=(2x-1)+\frac{4}{2x-1}+4\geqslant 2\sqrt{4}+4=8$，当且仅当 $x=\frac{3}{2}$ 时，取得最小值，所以 $b\leqslant 8$，故 b 的取值范围为 $(-\infty,8]$. …………………………………… 12 分

19. 解：(1) 由 $b\cos C+c\cos B=3a\cos A$，可得到 $\sin B\cos C+\sin C\cos B=3\sin A\cos A$，…………………………………… 2 分

即 $\sin(B+C)=3\sin A\cos A$. …………………………………… 3 分

因为 $B+C=\pi-A$，所以 $\sin(B+C)=\sin A\neq 0$，

故 $\cos A=\frac{1}{3}$. …………………………………… 5 分

(2) 由 $\cos A=\frac{1}{3}$，可得 $\sin A=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，…………………………………… 6 分

因为 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A$，所以 $\sqrt{2}=\frac{1}{2}bc\sin A$，则 $bc=3$. …………………………………… 8 分

由余弦定理得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，即 $4=b^2+c^2-\frac{2}{3}bc=(b+c)^2-\frac{8}{3}bc$，

所以 $b+c=2\sqrt{3}$，…………………………………… 10 分

故 $\triangle ABC$ 的周长是 $a+b+c=2\sqrt{3}+2$. …………………………………… 12 分

20. 解：(1) 当 $a=1$ 时，$f(x)=\frac{1}{x}-x+\ln x$，则 $f(1)=0$，…………………………………… 1 分

所以 $f'(x)=-\frac{1}{x^2}-1+\frac{1}{x}$，则 $f'(1)=-1$，…………………………………… 3 分

所以曲线 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程为 $y=-1(x-1)$，即 $x+y-1=0$. ………… 5 分

(2) $f'(x)=-\frac{a}{x^2}-1+\frac{a}{x}=\frac{-x^2+ax-a}{x^2}$.

因为函数 $f(x)=\frac{a}{x}-x+a\ln x$ 存在两个极值点 x_1,x_2，

所以 $f'(x)=0$ 在 $(0,+\infty)$ 上有两个不同的解，

即方程 $-x^2+ax-a=0$ 在 $(0,+\infty)$ 上有两个不同的解，

所以 $\begin{cases}\Delta=a^2-4a>0,\\ a>0,\end{cases}$ 解得 $a>4$. ………………………………………………… 7 分

又 $x_1+x_2=a, x_1x_2=a$，………………………………………………………………………… 8 分

所以 $f(x_2)+f(x_1)=(\frac{a}{x_2}-x_2+a\ln x_2)+(\frac{a}{x_1}-x_1+a\ln x_1)=a\cdot\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}-(x_1+x_2)+a\ln(x_1x_2)=a\ln a$. ………………………………………………………………………… 10 分

令 $g(a)=a\ln a, a\in(4,+\infty)$，则 $g'(a)=\ln a+1>0$，所以 $g(a)$ 在 $(4,+\infty)$ 上单调递增，且 $g(8)=24\ln 2$. 由 $f(x_1)+f(x_2)\leqslant 24\ln 2$，可得 $4<a\leqslant 8$，所以 a 的取值范围为 $(4,8]$. ……………………………………………………………………………………………… 12 分

21. 解：(1) 由 $a^2+b^2-c^2=2ab\cos 2A$，可得 $2ab\cos C=2ab\cos 2A$，………………………… 2 分

所以 $\cos C=\cos 2A$，则 $C=2A$. ………………………………………………………………… 3 分

又因为 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$，所以 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin 2A}$，即 $\frac{a}{\sin A}=\frac{\sqrt{3}a}{2\sin A\cos A}$，则 $\cos A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

所以 $A=\frac{\pi}{6}$，………………………………………………………………………………… 4 分

所以 $B=\pi-A-C=\frac{\pi}{2}$. ………………………………………………………………………… 5 分

(2) 由 (1) 可知 $C=2A$，所以 $B=\pi-3A$，即 $\sin B=\sin 3A$，

则 $\sin A+\sin B=\sin A+\sin 3A=4\sin A-4\sin^3 A$. ……………………………………… 7 分

因为△ABC 为锐角三角形，所以 $\begin{cases}C=2A\in(0,\frac{\pi}{2}),\\ B=\pi-3A\in(0,\frac{\pi}{2}),\\ A\in(0,\frac{\pi}{2}),\end{cases}$ 解得 $A\in(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4})$，

即 $\sin A\in(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})$. ……………………………………………………………………… 9 分

设 $f(t)=4t-4t^3, t\in(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})$，则 $f'(t)=4-12t^2=12(\frac{\sqrt{3}}{3}-t)(\frac{\sqrt{3}}{3}+t)$，所以 $f(t)$ 在 $(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{3})$ 上单调递增，在 $(\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{2}}{2})$ 上单调递减，

所以 $f(t)\in(\sqrt{2},\frac{8\sqrt{3}}{9}]$，

即 $\sin A+\sin B$ 的取值范围为$(\sqrt{2},\frac{8\sqrt{3}}{9}]$. ………………………………………………… 12 分

22.(1)解:$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$,$f'(x)=\ln x+2$,令 $f'(x)=0$,得 $x=e^{-2}$. ………… 1 分

由 $f'(x)<0$,解得 $0<x<e^{-2}$,由 $f'(x)>0$,解得 $x>e^{-2}$, ……………………………… 3 分

所以 $f(x)$的单调递减区间为$(0,e^{-2})$,单调递增区间为$(e^{-2},+\infty)$. …………………… 5 分

(2)证明:要证 $f(x)<e^x-1$,即证$\frac{e^x}{x}-\ln x-\frac{1}{x}-1>0$. ……………………………… 7 分

令 $g(x)=\frac{e^x}{x}-\ln x-\frac{1}{x}-1(x>0)$,则 $g'(x)=\frac{(x-1)e^x}{x^2}-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=\frac{(x-1)(e^x-1)}{x^2}$. ……

…………………………………………………………………………………………………… 8 分

由 $g'(x)=0$,可得 $x=1$($x=0$ 舍去).

因为当 $x>0$ 时,$e^x-1>0$,所以当 $0<x<1$ 时,$g'(x)<0$,$g(x)$在$(0,1)$上单调递减,

当 $x>1$ 时,$g'(x)>0$,$g(x)$在$(1,+\infty)$上单调递增,……………………………………… 10 分

所以 $g(x)_{\min}=g(1)=e-1-1=e-2>0$, ………………………………………………… 11 分

所以 $g(x)>0$,则$\frac{e^x}{x}-\ln x-\frac{1}{x}-1>0$,所以 $f(x)<e^x-1$,结论成立. ……………… 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。