保密★启用前

# 山东中学联盟2021届高三大联考

# 数学试题

2020.12

**注意事项：**

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并收回。

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

1. 若集合 $A=\{-3,-1,1,3\}$， $B=\{x\mid x^2-x-6\le 0\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{-3,-1,1\}$　　B. $\{-1,1,3\}$　　C. $\{-3\}$　　D. $\{3\}$

2. 已知 $i$ 是虚数单位，则 $(\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2i})^2$ 在复平面内对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 已知向量 $\vec{a}=(2,3,-4),\vec{b}=(-3,x,y)$ 分别是平面 $\alpha,\beta$ 的法向量，若 $\alpha\parallel\beta$，则

A. $x=-\dfrac{9}{2},y=6$　　B. $x=-\dfrac{9}{2},y=-6$

C. $x=\dfrac{9}{2},y=6$　　D. $x=\dfrac{9}{2},y=-6$

4. 已知圆 $C:x^2+y^2+4x-2y-4=0$ 关于直线 $l:x-2ay+4=0$ 对称，则原点 $O$ 到直线 $l$ 的距离为

A. $\dfrac{4\sqrt{37}}{37}$　　B. 1　　C. $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$　　D. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

5. “$\forall x\in[-2,1]$，$x^2-2a\le 0$”为真命题的一个充分不必要条件是

A. $a\ge 0$　　B. $a\ge 1$　　C. $a\ge 2$　　D. $a\ge 3$

6. 设 $p=\ln 3$，$q=\lg 3$，则

A. $p-q>pq>p+q$　　B. $p-q>p+q>pq$

C. $p+q>pq>p-q$　　D. $p+q>p-q>pq$

7. 已知实数 $x,y$ 满足 $x+\dfrac{1}{x}+9y+\dfrac{1}{y}=17$，其中 $x>0,y>0$，则 $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$ 的最小值为

A. $\dfrac{1}{16}$　　B. 1　　C. 2　　D. 16

8．正三角形 $ABC$ 的内切圆圆心为 $Q$，点 $P$ 为圆 $Q$ 上任意一点．若 $\overrightarrow{QP}=m\overrightarrow{QC}+n\overrightarrow{QA}$，则 $m+n$ 的取值范围

A．$[-1,1]$　　B．$\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$　　C．$\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$　　D．$[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$

**二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分。**

9．函数 $f(x)=\sin^2 x+\sqrt{3}\sin x\cos x+1$ 的图象的一个最值点为

A．$\left(\frac{\pi}{3},\frac{3}{2}\right)$　　B．$\left(\frac{5\pi}{6},\frac{1}{2}\right)$　　C．$\left(\frac{5\pi}{6},\frac{5}{2}\right)$　　D．$\left(\frac{4\pi}{3},\frac{5}{2}\right)$

10．设 $F_1$，$F_2$ 是双曲线 $C$：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点，点 $P$ 是双曲线上任意一点．若双曲线的渐近线方程为 $\sqrt{3}x\pm y=0$，焦距为 $4\sqrt{2}$，则下列说法正确的是

A．实轴长 $\sqrt{2}$　　B．双曲线的离心率为 2

C．双曲线的焦点到渐近线的距离为 $\sqrt{6}$　　D．存在点 $P$，使得 $|F_2P|=1$

11．已知函数 $f(x)$ 是定义在 $R$ 上的偶函数，满足 $f(x-1)=f(x+1)$，当 $x\in[0,1]$ 时，$f(x)=x$．设函数 $g(x)=f(x)-kx-k$，下列结论成立的是

A．函数 $f(x)$ 的一个周期为 2　　B．$f\left(\frac{4}{3}\right)=-\frac{2}{3}$

C．当实数 $k>-1$ 时，函数 $g(x)$ 在区间 $[1,2]$ 上为单调递减函数

D．在区间 $[-1,3]$ 内，若函数 $g(x)$ 有 4 个零点，则实数 $k$ 的取值范围是 $\left(0,\frac{1}{4}\right]$

12. 棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$P$ 是正方形 $ADD_1A_1$（含边界）上的动点，若 $PB_1$ 与 $A_1C$ 垂直，下列结论成立的是

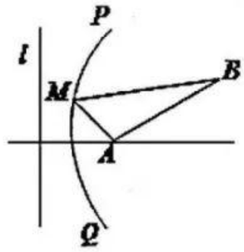
A．$PB_1//$ 平面 $BC_1D$　　B．动点 $P$ 一定在线段 $AD_1$ 上

C．$|PB_1|\in[1,\sqrt{2}]$　　D．$PB_1$ 与平面 $BC_1$ 所成角的正弦值可以是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

**三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.**

13．与棱长为 $\sqrt{2}$ 的正方体所有棱都相切的球的体积为________.

14．近两年，中国移动推动5G和4G技术共享、资源共享、覆盖协同、业务协同，充分利用原4G线路传输资源，并高效建设5G基站.如图，南北方向的公路$l$，城市$A$地（看作一点）在公路正东$\sqrt{3}km$处，城市$B$地（看作一点）在$A$北偏东$60°$方向$2km$处，原有移动4G线路$PQ$曲线上任意一点满足到公路$l$和到城市$A$地距离相等．现要在线路$PQ$上一处$M$建一座5G基站，则这座5G基站到城市$A$，$B$两地的总距离最短时为________$km$．



15．已知数列$\left\{\dfrac{1}{(2n-1)(2n+3)}\right\}$的前$n$项和为$T_n$，若对任意的$n\in N^*$，不等式$6T_n<a^2-a$恒成立，则实数$a$的取值范围是________.

16．已知函数$f(x)=\sin\left(\omega x-\dfrac{\pi}{6}\right)$（$\omega>0$）在$[0,\pi]$有且仅有3个零点，则函数$f(x)$在$[0,\pi]$上存在\_\_\_\_\_个极小值点，实数$\omega$的取值范围是__________．（第一空2分，第二空3分）

**四、解答题：本题包括6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。**

17．（10分）在$\Delta ABC$中，内角$A,B,C$所对的边分别为$a,b,c$，且$b=5$，$\cos B=\dfrac{3}{5}$，

（Ⅰ）求$\Delta ABC$的面积的最大值；

（Ⅱ）若$\sqrt{2}c\sin\dfrac{B+C}{2}=a\sin C$，求$\Delta ABC$的周长.

18．（12分）已知数列$\{a_n\}$的前$n$项和是$A_n$，数列$\{b_n\}$的前$n$项和是$B_n$，若$A_3=14$，$a_{n+1}=2a_n$，$n\in N^*$．再从三个条件：①$B_n=-n^2+21n$；②$B_{n+1}+2=B_n+b_n,b_1=20$；③$b_n=22-2\log_2 a_n$，中任选一组作为已知条件，完成下面问题的解答（如果选择多组条件解答，则以选择第一组解答记分）.

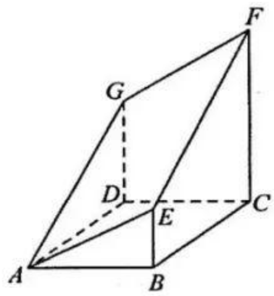
（Ⅰ）求数列$\{b_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）定义：$a*b=\begin{cases}a, & a\le b\\ b, & a>b\end{cases}$.记$c_n=a_n*b_n$，求数列$\{c_n\}$的前100项的和$T_{100}$.

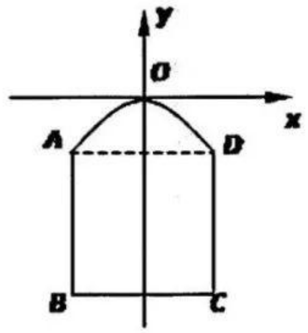
19．（12分）某工厂有一批材料被预定制作"阳马"（中国古代算数中的一种几何体，是底面为长方形，两个三角侧面与底面垂直的四棱锥体），材料是由底面为$ABCD$的正四棱柱被截面$AEFG$所截而得到的几何体，每一块材料制作一个"阳马"．材料的尺寸如图所示，$BE=1$，$DG=4$，$AB=2$．

（Ⅰ）求通过此材料制作成的"阳马"中，最长的棱的长度；

（Ⅱ）求平面$AEFG$与底面$ABCD$所夹锐角的余弦值.



20.（12分）某地方舱医院的建设中，为了使得内部环境更为温馨，在儿童病区采用了如图所示的一个窗户（该图为轴对称图形），其中上半部分曲线 $AOD$ 拟从以下两种曲线中选择一种：曲线 $E_1$ 是一段余弦曲线，在如图所示的平面直角坐标系中，其解析式为 $y=\cos x-1$，此时记窗户的最高点 $O$ 到 $BC$ 边的距离为 $h_1(t)$；曲线 $E_2$ 是一段抛物线，其焦点到准线的距离为 $\frac{9}{8}$，此时记窗户的最高点 $O$ 到 $BC$ 边的距离为 $h_2(t)$；窗户的下半部分中，$AB,BC,CD$ 是矩形 $ABCD$ 的三条边，由总长度为6米的材料弯折而成，记 $BC$ 边的长度为 $2t$ 米（$1\le t\le\frac{3}{2}$）.




（Ⅰ）分别求函数 $h_1(t)$、$h_2(t)$ 的表达式；

（Ⅱ）为了使得点 $O$ 到 $BC$ 边的距离最大，窗户的上半部分应选择曲线 $E_1$ 还是曲线 $E_2$？请说明理由，并求出此时矩形部分的 $BC$ 边长度应设计成多少米.

21.（12分）已知椭圆 $E$：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 过点 $P\left(-1,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，短轴的一个端点到焦点的距离为2.

（Ⅰ）求椭圆 $E$ 的方程；

（Ⅱ）定义 $k_{PQ}$ 为 $P$，$Q$ 两点所在直线的斜率，若四边形 $ABCD$ 为椭圆的内接四边形，且 $AC$，$BD$ 相交于原点 $O$，且 $k_{AC}=\frac{1}{4k_{BD}}$，试判断 $k_{AB}$ 与 $k_{BC}$ 的和是否为定值.若为定值，求出此定值；若不为定值，请说明理由.

22.（12分）函数 $m(x)=a\ln x+x^2$.

（Ⅰ）当 $a\neq 0$ 时，若函数 $m(x)$ 恰有一个零点，求实数 $a$ 的取值范围；

（Ⅱ）设函数 $f(x)=-x^2m'(x)+\ln x+2x^3$，$a\in\mathrm{R}$.

（i）若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $y=2x+m$，求实数 $a,m$ 的值；

（ii）对于曲线 $y=f(x)$ 上的两个不同的点 $M(x_1,f(x_1))$，$N(x_2,f(x_2))$，记直线 $MN$ 的斜率为 $k$，若 $y=f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$，证明：$f'\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)<k$.

# 数学试题参考答案及评分标准

说明：

1. 如考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考察内容，参照评分标准，酌情赋分。
2. 当考生的解答在某一步出错误时，如果后继部分的解答未改该题的内容与难度，可视影响的程度决定后记部分的给分，但不得超过该部分正确答案应得分数的一半；如果后期部分的解答又出现错误或有较严重的错误，就不再给分。
3. 解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数。
4. 只给整数分数，选择题和填空题不给中间分。

**一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | B | D | A | C | D | D | B | c |

**二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分。**

| 题号 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|
| 答案 | BD | BC | ACD | AB |

**三、填空题（每小题 5 分，共 20 分）**

13. $\frac{4\pi}{3}$　　14. $2\sqrt{3}$　　15. $(-\infty,-1]\cup[2,+\infty)$　　16. 1、$\left[\frac{13}{6},\frac{19}{6}\right)$

**四、解答题（17 题 10 分；18、19、20、21、22 每题 12 分）**

17. 解：（Ⅰ）$\because \cos B=\frac{3}{5}$，$\therefore \sin B=\frac{4}{5}$，

由余弦定理知：$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，

即 $25=a^2+c^2-\frac{6}{5}ac\geq 2ac-\frac{6}{5}ac$，当且仅当 $a=c$ 时取等号.　……………3 分

所以 $S=\frac{1}{2}ac\sin B\leq\frac{1}{2}\times\frac{125}{4}\times\frac{4}{5}=\frac{25}{2}$，

所以 $\Delta ABC$ 的面积的最大值为 $\frac{25}{2}$.　………………………………5 分

（Ⅱ）由正弦定理得 $\sqrt{2}\sin C\cdot\sin\frac{\pi-A}{2}=\sin A\cdot\sin C$

$\because \sin C\neq 0$，　$\therefore \sqrt{2}\sin\frac{\pi-A}{2}=\sin A$． 即 $\sqrt{2}\cos\frac{A}{2}=2\sin\frac{A}{2}\cdot\cos\frac{A}{2}$，

$\because \cos\frac{A}{2}\neq 0$，故 $\sin\frac{A}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore A=90^\circ$. ……7 分

$\because \sin B=\frac{4}{5}=\frac{b}{a}$，$\therefore a=\frac{25}{4}$， ……8 分

$\therefore c=a\cdot\cos B=\frac{25}{4}\cdot\frac{3}{5}=\frac{15}{4}$， ……9 分

$\therefore$ 周长为 $\therefore a+b+c=\frac{25}{4}+5+\frac{15}{4}=15$. ……10 分

18. 解：（Ⅰ）由已知得，$\{a_n\}$ 为等比数列，公比为 $q=2$，

则 $a_1+2a_1+2^2a_1=14$ $\quad\therefore a_1=2$

$\therefore a_n=2^n$ ……3 分

选择①当 $n=1$ 时，$b_1=B_1=20$，

当 $n\geq 2$ 时，$b_n=B_n-B_{n-1}=22-2n$， ……5 分

$\therefore b_n=22-2n$' ……6 分

选择② $B_{n+1}-B_n=b_n-2$，

即 $b_{n+1}=b_n-2$， 所以 $\{b_n\}$ 是首项为 20，公差 $-2$ 的等差数列， ……5 分

$\therefore b_n=22-2n$ ……6 分

选择③ $b_n=22-2\log_2 2^n=22-2n$. ……6 分

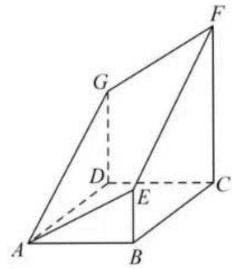
（Ⅱ）由（Ⅰ）知：$c_n=a_n*b_n=\begin{cases}2^n, 1\leq n\leq 3\\ 22-2n, \quad n\geq 4\end{cases}\left(n\in N^*\right)$ ……8 分

所以，$T_{100}=a_1+a_2+a_3+b_4+b_5+b_6+\ldots+b_{100}$

$=\frac{a_1\left(1-q^3\right)}{1-q}+\frac{97\left(b_4+b_{100}\right)}{2}$ ……10 分

$=\frac{2\left(1-2^3\right)}{1-2}+\frac{97(14-178)}{2}=2^4-2-7954=-7940$ ……12 分

19. 解：（Ⅰ）以 $C$ 为原点，$CD,CB,CF$ 所在直线分别为 $x$ 轴，$y$ 轴，建立如图所示的空间直角坐标系 $O-xyz$． ……………………1 分




设点 $F(0,0,h)$，且有 $A(2,2,0)$，$G(2,0,4)$，$E(0,2,1)$，

因为几何体是由底面为 $ABCD$ 的正四棱柱被截面 $AEFG$ 所截而得到的，

所以平面 $ADG$ // 平面 $BCFE$，

又平面 $ADG\cap$ 平面 $AEFG=AG$，平面 $BCFE\cap$ 平面 $AEFG=EF$，

所以 $AG//EF$，同理 $AE//GF$，所以四边形 $AEFG$ 是平行四边形，……2 分

所以 $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{EF}$，即 $(0,-2,4)=(0,-2,h-1)$，得 $h=5$ ……………………4 分

易知制作成的阳马 $F-ABCD$ 中，最长的棱长为 $FA$，

所以 $|\overrightarrow{FA}|=\sqrt{4+4+25}=\sqrt{33}$，

所以 $FA$ 的长为 $\sqrt{33}$． ……………………6 分

（Ⅱ）根据题意可取平面 $ABCD$ 的一个法向量为 $\vec{m}=(0,0,1)$， ……………………7 分

由（Ⅰ）知 $\overrightarrow{AG}=(0,-2,4)$，$\overrightarrow{AE}=(-2,0,1)$，

设平面 $AEFG$ 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，

则由 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AE}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AG}=0\end{cases}$，得 $\begin{cases}-2y+4z=0\\ -2x+z=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}y=2z\\ x=\dfrac{z}{2}\end{cases}$，

令 $z=2$，所以 $\vec{n}=(1,4,2)$， ……………………9 分

所以 $\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle=\dfrac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\dfrac{2}{1\times\sqrt{1+16+4}}=\dfrac{2}{\sqrt{21}}=\dfrac{2\sqrt{21}}{21}$，

所以平面 $AEFG$ 与底面 $ABCD$ 所夹锐角的余弦值为 $\dfrac{2\sqrt{21}}{21}$． ……………………12 分

20. 解：（Ⅰ）曲线 $E_1$ 解析式为 $y=\cos x-1$，

所以点 D 的坐标为 $(t,\cos t-1)$，点 $O$ 到 $AD$ 的距离为 $1-\cos t$，

而 $AB=DC=3-t$，则

$h_1(t)=(3-t)+(1-\cos t)=-t-\cos t+4,\left(1\le t\le\dfrac{3}{2}\right)$ ……………………2 分

关于曲线 $E_2$，可知抛物线的方程为 $x^2=-\frac{9}{4}y$，……………………………………3 分

所以点 $D$ 的坐标为 $\left(t,-\frac{4}{9}t^2\right)$，点 $O$ 到 $AD$ 的距离为 $\frac{4}{9}t^2$，

又 $AB=DC=3-t$，

可得 $h_2(t)=\frac{4}{9}t^2-t+3,\left(1\le t\le\frac{3}{2}\right)$ ………………………………………………5 分

（Ⅱ）因为 $h_1'(t)=-1+\sin t<0$，

所以 $h_1(t)$ 在 $\left[1,\frac{3}{2}\right]$ 上单调递减，

所以当 $t=1$ 时，$h_1(t)$ 取得最大值为 $3-\cos 1$．………………………………………7 分

又 $h_2(t)=\frac{4}{9}t^2-t+3,\left(1\le t\le\frac{3}{2}\right)$

二次函数开口向上，在 $\left[1,\frac{9}{8}\right]$ 上单调递减，在 $\left[\frac{9}{8},\frac{3}{2}\right]$ 上单调递增，

当 $t=\frac{3}{2}$ 时，$h_2(t)$ 取得最大值为 $\frac{5}{2}$ ………………………………………………9 分

经比较，$\cos 1>\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$，所以 $3-\cos 1<3-\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$

所以，选用曲线 $E_2$，满足点 $O$ 到 $BC$ 边的距离最大，……………………………11 分

此时 $2t=3$，即矩形部分的 $BC$ 边长度设计成 3 米．………………………………………12 分

21.解：（Ⅰ）因为椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 过点 $P\left(-1,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，所以 $\frac{1}{a^2}+\frac{3}{4b^2}=1$，

又由题意知，短轴的一个端点到焦点的距离为 2，即 $a=2$

联立方程 $\begin{cases}\frac{1}{a^2}+\frac{3}{4b^2}=1\\ a=2\end{cases}$，……………………………………………………2 分

解得 $a^2=4$，$b^2=1$，所以椭圆 $E$ 的方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$；……………………………4 分

（Ⅱ）证明：设直线 $AB$ 的方程为 $y=kx+m$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

联立$\begin{cases} y=kx+m \\ x^2+4y^2=4 \end{cases}$，得$\left(1+4k^2\right)x^2+8kmx+4\left(m^2-1\right)=0$，

$\therefore \Delta=(8km)^2-4\left(4k^2+1\right)\times 4\left(m^2-1\right)=16\left(4k^2-m^2+1\right)>0$，

$\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-8km}{1+4k^2} \\ x_1x_2=\dfrac{4\left(m^2-1\right)}{1+4k^2} \end{cases}$，……………………………………………………7 分

因为$k_{AC}=\dfrac{1}{4k_{BD}}$，所以$k_{OA}k_{OB}=\dfrac{1}{4}$，所以$4y_1y_2=x_1x_2$．……………………………8 分

又$y_1y_2=(kx_1+m)(kx_2+m)=k^2x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2$，

$\therefore \left(4k^2-1\right)x_1x_2+4km(x_1+x_2)+4m^2=0$，

$\therefore \left(4k^2-1\right)\dfrac{4\left(m^2-1\right)}{1+4k^2}+4km\dfrac{-8km}{1+4k^2}+4m^2=0$．

整理得$4k^2=1$，$\therefore k=\pm\dfrac{1}{2}$．……………………………………………………11 分

$\because A$，$B$，$C$，$D$可以轮换，

$\therefore AB$，$BC$的斜率一个是$\dfrac{1}{2}$，另一个就是$-\dfrac{1}{2}$，

$\therefore k_{AB}+k_{BC}=0$ ……………………………………………………………12 分

22.解：（Ⅰ）函数$m(x)=a\ln x+x^2\ (a\neq 0)$的定义域为$(0,+\infty)$，

$\therefore m'(x)=\dfrac{a}{x}+2x=\dfrac{2x^2+a}{x}$．……………………………………………………1 分

①当$a>0$时，$m'(x)>0$，所以$m(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，

取$x_0=e^{-\frac{1}{a}}$，则$m\left(e^{-\frac{1}{a}}\right)=-1+\left(e^{-\frac{1}{a}}\right)^2<0$，

因为$m(1)=1$，所以$m(x_0)\cdot m(1)<0$，此时函数$m(x)$有一个零点．…………………2 分

②当$a<0$时，令$m'(x)=0$，解得$x=\sqrt{-\dfrac{a}{2}}$．

当$0<x<\sqrt{-\frac{a}{2}}$时，$m'(x)<0$，所以$m(x)$在$\left(0,\sqrt{-\frac{a}{2}}\right)$上单调递减；

当$x>\sqrt{-\frac{a}{2}}$时，$m'(x)>0$，所以$m(x)$在$\left(\sqrt{-\frac{a}{2}},+\infty\right)$上单调递增.

要使函数$m(x)$有一个零点，则$m\left(\sqrt{-\frac{a}{2}}\right)=a\ln\sqrt{-\frac{a}{2}}-\frac{a}{2}=0$，即$\ln\left(-\frac{a}{2}\right)=1$，$a=-2e$.

综上，若函数$m(x)$恰有一个零点，则$a=-2e$或$a>0$. ………………………………4分

（Ⅱ）（i）$\because f(x)=\ln x-ax$，

$\therefore f'(x)=\frac{1}{x}-a$，

$\because$ 曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程为$y=2x+m$，

$\therefore \begin{cases} f'(1)=1-a=2 \\ f(1)=-a=2\times1+m \end{cases}$，

解得$\begin{cases} a=-1 \\ m=-1 \end{cases}$ ………………………………………………………………7分

（ii）证明一：$f(x_1)-f(x_2)=\ln x_1-\ln x_2+a(x_2-x_1)$，

$$k=\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{\ln x_1-\ln x_2+a(x_2-x_1)}{x_1-x_2}=\frac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}-a,$$

又$f'(x)=\frac{1}{x}-a=\frac{1-ax}{x}$，$f'\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)=\frac{2}{x_1+x_2}-a$，

$$f'\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)-k=\frac{2}{x_1+x_2}-\frac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}=\frac{1}{x_1-x_2}\left[\frac{2(x_1-x_2)}{x_1+x_2}-ln\frac{x_1}{x_2}\right]$$

$$=\frac{1}{x_1-x_2}\left[\frac{2\left(\frac{x_1}{x_2}-1\right)}{\frac{x_1}{x_2}+1}-ln\frac{x_1}{x_2}\right]$$ ………9分

不妨设$0<x_2<x_1$，$t=\frac{x_1}{x_2}$，则$t>1$，

则 $\dfrac{2\left(\dfrac{x_1}{x_2}-1\right)}{\dfrac{x_1}{x_2}+1}-\ln\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{2(t-1)}{t+1}-\ln t$.

令 $h(t)=\dfrac{2(t-1)}{t+1}-\ln t$（$t>1$），

则 $h'(t)=-\dfrac{(t-1)^2}{(1+t)^2t}<0$，

因此 $h(t)$ 在$(1，+\infty)$上单调递减，所以 $h(t)<h(1)=0$. ………………………11 分

又 $0<x_2<x_1$，所以 $x_1-x_2>0$，

所以 $f'\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)-k<0$，即 $f'\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)<k$. ………………………………12 分

证明二：$f(x_1)-f(x_2)=\ln x_1-\ln x_2+a(x_2-x_1)$，

$$k=\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{\ln x_1-\ln x_2+a(x_2-x_1)}{x_1-x_2}=\frac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}-a,$$

又 $f'(x)=\dfrac{1}{x}-a=\dfrac{1-ax}{x}$，$f'\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)=\dfrac{2}{x_1+x_2}-a$，

要证：$f'\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)<k$ 成立，只需 $\dfrac{2}{x_1+x_2}<\dfrac{\ln x_2-\ln x_1}{x_2-x_1}$ 成立

只需 $\dfrac{2(x_2-x_1)}{x_1+x_2}<\ln x_2-\ln x_1$ 成立 ……………………………………………………9 分

不妨设 $0<x_2<x_1$，$t=\dfrac{x_1}{x_2}$，则 $t>1$，　则 $\dfrac{2(\dfrac{x_2}{x_1}-1)}{\dfrac{x_2}{x_1}+1}<\ln\dfrac{x_2}{x_1}$.

令 $h(t)=\dfrac{2(t-1)}{t+1}-\ln t$（$t>1$），　则 $h'(t)=-\dfrac{(t-1)^2}{(1+t)^2t}<0$，

因此 $h(t)$ 在$(1，+\infty)$上单调递减，所以 $h(t)<h(1)=0$. …………………………11 分

又 $0<x_2<x_1$，所以 $x_1-x_2>0$，

所以 $f'\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)-k<0$，即 $f'\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)<k$． ……………………………………12 分