高三数学考试参考答案(文科)

1. D 【解析】本题考查集合的补集,考查数学运算的核心素养.

由题意可得 $A=\{x|x\leqslant 1\}$,则$\complement_{\mathbf{R}}A=\{x|x>1\}$.

2. A 【解析】本题考查复数的运算,考查数学运算的核心素养.

因为 $z=\mathrm{i}-\mathrm{i}^2+2=3+\mathrm{i}$,所以复数 z 在复平面内对应的点为$(3,1)$,位于第一象限.

3. B 【解析】本题考查等比数列的性质,考查数学运算的核心素养.

因为 $a_3a_8=a_7$,所以 $a_4=1$,则 $q=\frac{a_5}{a_4}=2$.

4. D 【解析】本题考查抽样方法,考查数据分析的核心素养.

由题意可知得到的样本编号依次为 12,06,01,16,19,10,07,44,39,38,则得到的第 8 个样本编号是 44.

5. C 【解析】本题考查函数的奇偶性,考查数学抽象的核心素养.

因为 $f(x-3)=f(x)+1$,所以 $f(0)=f(3)+1$,$f(3)=f(6)+1$,则 $f(6)=f(3)-1=f(0)-2$.因为 $f(x)$是奇函数,所以 $f(0)=0$,则 $f(6)=-2$.

6. C 【解析】本题考查导数的应用,考查逻辑推理的核心素养.

设 $g(x)=\mathrm{e}^{x-1}-x$,则 $g'(x)=\mathrm{e}^{x-1}-1$.当 $x\geqslant 1$ 时,$g'(x)\geqslant 0$,则 $g(x)$在$[1,+\infty)$上单调递增,故当 $x\geqslant 1$ 时,$g(x)\geqslant g(1)=0$,即 $\mathrm{e}^{x-1}\geqslant x$,当且仅当 $x=1$ 时,等号成立.设 $h(x)=x-\ln x-1$,则 $h'(x)=1-\frac{1}{x}$.当 $x\geqslant 1$ 时,$h'(x)\geqslant 0$,则 $h(x)$在$[1,+\infty)$上单调递增,故当 $x\geqslant 1$ 时,$h(x)\geqslant h(1)=0$,即 $x-1\geqslant \ln x$,当且仅当 $x=1$ 时,等号成立.综上,$\mathrm{e}^{x-1}-\ln x\geqslant 1$,即 $a\leqslant 1$.

7. D 【解析】本题考查数学文化与概率,考查逻辑推理的核心素养.

设正方形的边长 1,较小的角为 θ,则中间小正方形的边长为 $\cos\theta-\sin\theta$.由题意可得$(\cos\theta-\sin\theta)^2=\frac{9}{17}$,解得 $\sin\theta=\frac{\sqrt{17}}{17}$.

8. A 【解析】本题考查椭圆,考查直观想象的核心素养.

设 $P(m,n)$,则$\begin{cases}m^2+n^2=5,\\ \frac{m^2}{8}+\frac{n^2}{2}=1,\end{cases}$解得$|n|=1$,故$\triangle PAB$ 的面积是$\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{2}\times 1=2\sqrt{2}$.

9. A 【解析】本题考查三角函数的图象与性质,考查数形结合的数学思想.

由题意可得 $f(x)=\cos 2\omega x+\sqrt{3}\sin 2\omega x=2\sin(2\omega x+\frac{\pi}{6})(\omega>0)$.因为 $x\in[0,\pi]$,所以 $2\omega x+\frac{\pi}{6}\in[\frac{\pi}{6},2\pi\omega+\frac{\pi}{6}]$,则 $3\pi\leqslant 2\pi\omega+\frac{\pi}{6}<4\pi$,解得$\frac{17}{12}\leqslant\omega<\frac{23}{12}$.

10. B 【解析】本题考查等差数列与不等式,考查化归与转化的数学思想.

因为 $a_{n+1}=(1+\frac{1}{n+1})a_n$,所以$\frac{a_{n+1}}{n+2}=\frac{a_n}{n+1}$,所以数列$\{\frac{a_n}{n+1}\}$是常数列,则$\frac{a_n}{n+1}=\frac{a_3}{3+1}=1$,

从而 $a_n=n+1$，故 $S_n=\frac{n^2+3n}{2}$. 因为 $2S_n+12\geqslant ka_n$ 恒成立，所以 $n^2+3n+12\geqslant k(n+1)$恒成立，即 $k\leqslant\frac{n^2+3n+12}{n+1}$ 恒成立. 设 $t=n+1$，则 $n=t-1$，从而 $\frac{n^2+3n+12}{n+1}=\frac{(t-1)^2+3(t-1)+12}{t}=t+\frac{10}{t}+1$. 当 $t=3$ 时，$t+\frac{10}{t}+1=\frac{22}{3}$，当 $t=4$ 时，$t+\frac{10}{t}+1=\frac{15}{2}$. 因为$\frac{22}{3}<\frac{15}{2}$，所以 $t+\frac{10}{t}+1$ 的最小值是$\frac{22}{3}$，即 $k\leqslant\frac{22}{3}$.

11. B **【解析】本题考查函数的求值，考查逻辑推理的核心素养.**

因为 $f(f(n))=3n$，所以 $f(f(1))=3$. 因为 $x\in\mathbf{N}$，$f(x)\in\mathbf{N}$，且 $f(x)$单调递增，所以 $f(1)=2$，所以$f(f(1))=f(2)=3$. 因为 $f(f(2))=f(3)=6$，

所以 $f(f(3))=f(6)=9$，于是 $f(4)=7$，$f(5)=8$.

因为 $f(f(4))=f(7)=12$，所以 $f(f(7))=f(12)=21$，

因为 $f(f(6))=f(9)=18$，所以 $f(10)=19$，$f(11)=20$.

因为 $f(f(9))=f(18)=27$，$f(f(10))=f(19)=30$，

所以 $f(f(18))=f(27)=54$，$f(f(19))=f(30)=57$，所以 $f(28)=55$，$f(29)=56$.

12. B **【解析】本题考查三棱锥的外接球，考查直观想象和数学建模的核心素养.**

设 $AB=x$，则 $PA=6-x$，故三棱锥 $P-ABC$ 的体积 $V=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}AB\cdot AC\cdot PA=\frac{1}{6}x^2(6-x)=-\frac{1}{6}x^3+x^2$. 设 $f(x)=-\frac{1}{6}x^3+x^2(0<x<6)$，则 $f'(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x(0<x<6)$. 由 $f'(x)>0$，得 $0<x<4$，由 $f'(x)<0$，得 $4<x<6$，则 $f(x)$在$(0,4)$上单调递增，在$(4,6)$上单调递减，从而 $f(x)_{\max}=f(4)=\frac{16}{3}$，即三棱锥 $P-ABC$ 体积的最大值是$\frac{16}{3}$，此时 $x=4$，即 $AB=AC=4$，$PA=2$. 因为 $PA\perp$平面 ABC，$AB\perp AC$，所以三棱锥 $P-ABC$ 外接球的半径 $R=\sqrt{(\frac{4}{\sqrt{2}})^2+(\frac{2}{2})^2}=3$，则三棱锥 $P-ABC$ 外接球的体积为$\frac{4}{3}\pi R^3=36\pi$.

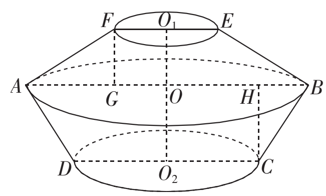
13. 9 **【解析】本题考查平面向量，考查数学运算的核心素养.**

由题意可得 $k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(k-2,2k+3)$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(3,-1)$，则$(k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=3(k-2)-(2k+3)=0$，解得 $k=9$.

14. -2 **【解析】本题考查线性规划，考查数形结合的数学思想.**

画出可行域(图略)，当直线 $z=3x+y$ 经过 $A(-1,1)$时，z 取得最小值，且最小值为-2.

15. $(84\sqrt{2}+64\sqrt{5})\pi$ **【解析】本题考查数学文化与立体几何，考查直观想象的核心素养.**



如图，作 $FG\perp AB$，垂足为 G，作 $CH\perp AB$，垂足为 H，由题意可得 $O_1F=4$，$OA=10$，$O_2C=6$，则 $AG=6$，$BH=4$. 由题意可知 $FG:CH=3:4$，则 $FG=6$，$CH=8$，从而 $AF=6\sqrt{2}$，$BC=4\sqrt{5}$，故该汝窑双耳罐的侧面积为 $\pi\cdot AF\cdot(O_1F+OA)+\pi\cdot BC\cdot(O_2C+OA)=(84\sqrt{2}+64\sqrt{5})\pi$ 平方厘米.

16. $3+\sqrt{7}$ **【解析】本题考查双曲线的离心率,考查直观想象的核心素养.**

由题意可知$\angle NF_1O=60^\circ$,$\angle ONF_1=90^\circ$,$|OF_1|=c$,则$|NF_1|=\frac{1}{2}c$. 因为$\overrightarrow{MN}=5\overrightarrow{NF_1}$,所以$|MN|=\frac{5}{2}c$,所以$|MF_1|=3c$,则$|MF_2|=3c-2a$. 在$\triangle MF_1F_2$中,由余弦定理可得$|MF_2|^2=|MF_1|^2+|F_1F_2|^2-2|MF_1|\cdot|F_1F_2|\cos\angle MF_1F_2$,即$(3c-2a)^2=(3c)^2+(2c)^2-2\times3c\times2c\times\frac{1}{2}$,整理得$c^2-6ac+2a^2=0$,即$e^2-6e+2=0$,解得$e=3+\sqrt{7}$.

17. 解:(1)年龄在40周岁以上(含40周岁)的非"编织巧手"有5人,

年龄在40周岁以下的"编织巧手"有6人.

列联表如下:

	"编织巧手"	非"编织巧手"	总计
年龄≥40岁	19	5	24
年龄<40岁	6	10	16
总计	25	15	40

………………………………………………………………………… 3分

由题中数据可得$K^2=\frac{40\times(19\times10-6\times5)^2}{24\times16\times25\times15}=\frac{64}{9}\approx7.111$, ………………………… 5分

因为$7.111>6.635$,所以有99%的把握认为是否是"编织巧手"与年龄有关. ………… 6分

(2)由题意可得这6人中年龄在40周岁以上(含40周岁)的有2人,记为a,b;年龄在40周岁以下的有4人,记为c,d,e,f. ………………………………………………… 7分

从这6人中随机抽取2人的情况有$ab,ac,ad,ae,af,bc,bd,be,bf,cd,ce,cf,de,df,ef$,共15种,………………………………………………………………………… 9分

其中符合条件的情况有ac,ad,ae,af,bc,bd,be,bf,共8种, ………………………… 11分

故所求概率$P=\frac{8}{15}$. ………………………………………………………… 12分

评分细则:

(1)在第(1)问中,直接补充完整2×2列联表,没有计算过程,只要答案正确,不扣分;

(2)在第(2)问中,算出40周岁以上(含40周岁)和40周岁以下的人数,并用符号表示,得2分,求出总的基本事件和符合条件的基本事件的个数,各得2分;

(3)若用其他解法,参照评分标准按步骤给分.

18. 解:(1)因为$5\cos 2B-14\cos B=7$,所以$5(2\cos^2B-1)-14\cos B-7=0$, …………… 1分

所以$5\cos^2B-7\cos B-6=0$,即$(5\cos B+3)(\cos B-2)=0$, ………………………… 3分

解得$\cos B=-\frac{3}{5}$. ………………………………………………………… 4分

因为$0<B<\pi$,所以$\sin B=\sqrt{1-\cos^2B}=\frac{4}{5}$. ……………………………………… 6分

(2)由余弦定理可得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=41$,则 $b=\sqrt{41}$. ………………………… 8 分
设$\triangle ABC$ 的边 AC 上的高为 h.

因为$\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}bh$,所以 $h=\frac{ac\sin B}{b}=\frac{5\times2\times\frac{4}{5}}{\sqrt{41}}=\frac{8\sqrt{41}}{41}$. …… 10 分

因为 B 是钝角,所以当 $BD\perp AC$ 时,垂足在边 AC 上,即 BD 的最小值是$\frac{8\sqrt{41}}{41}$. …… 12 分

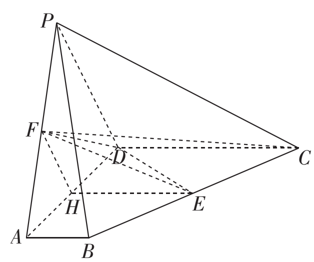
评分细则:

(1)在第(1)问中,求出 $\cos B=-\frac{3}{5}$,得 4 分,没有说明 $0<B<\pi$,不扣分;

(2)在第(2)问中,求出$\triangle ABC$ 的边 AC 上的高 $h=\frac{8\sqrt{41}}{41}$,累计得 10 分,没有说明 BD 的最小值是边 AC 上的高,直接得出 BD 的最小值为$\frac{8\sqrt{41}}{41}$,扣 1 分;

(3)若用其他解法,参照评分标准按步骤给分.

19.(1)证明:取 AD 的中点 H,连接 EH,FH.
因为 F,H 分别是棱 PA,AD 的中点,所以 $HF/\!/PD$. ………………………………… 1 分
因为 $PD\subset$平面 PCD,$HF\not\subset$平面 PCD,所以 $HF/\!/$平面 PCD. ………………………… 2 分
因为 E,H 分别是棱 BC,AD 的中点,所以 $HE/\!/CD$. ………………………………………… 3 分
因为 $CD\subset$平面 PCD,$HE\not\subset$平面 PCD,所以 $HE/\!/$平面 PCD. ……………………………… 4 分
因为 HE,$HF\subset$平面 HEF,且 $HE\cap HF=H$,所以平面 $HEF/\!/$平面 PCD. ………… 5 分
因为 $EF\subset$平面 HEF,所以 $EF/\!/$平面 PCD. ………………………………………………… 6 分



(2)解:由题意可得 $HF=1$,$HE=2$,$DF=\sqrt{2}$,$DE=\sqrt{5}$.
由(1)可知 $HF/\!/PD$,$HE/\!/CD$,则$\angle EHF=\angle PDC=120°$,故 $EF=\sqrt{7}$. ……………………………………………………………………… 8 分
因为 $DF^2+DE^2=EF^2$,所以 $DF\perp DE$. …………………… 9 分
因为平面 $PCD\perp$平面 $ABCD$,$PD=2$,$\angle PDC=120°$,所以点 P 到平面 $ABCD$ 的距离是$\sqrt{3}$.

因为 F 是 PA 的中点,则点 F 到平面 $ABCD$ 的距离是$\frac{\sqrt{3}}{2}$. ………………………… 10 分

设点 C 到平面 DEF 的距离为 d.

因为 $V_{C-DEF}=V_{F-CDE}$,所以$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{5}d=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times3\times1\times\frac{\sqrt{3}}{2}$,

解得 $d=\frac{3\sqrt{30}}{20}$,即点 C 到平面 DEF 的距离是$\frac{3\sqrt{30}}{20}$. ………………………………… 12 分

评分细则:

(1)在第(1)问中,也可以连接 AE,并延长交 CD 于 M,连接 PM,易证 EF 是$\triangle APM$ 的中位

线，从而得到 $EF/\!/PM$，进而证出 $EF/\!/$平面 PCD；

(2)在第(2)问中，也可以将点 C 到平面 DEF 的距离转化为点 B 到平面 DEF 的距离，再由等体积法求出点 B 到平面 DEF 的距离，即点 C 到平面 DEF 的距离；

(3)若用其他解法，参照评分标准按步骤给分.

20. 解：(1)由题意可得 $f'(x)=1+\sin x$，则 $f'(0)=1$. ………………………………… 2 分

因为 $f(0)=-1$，所以所求切线方程为 $y+1=x$，即 $x-y-1=0$. ……………………… 4 分

(2)由题意可得 $g(x)=\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{2}x^2+\cos x+t$，则 $g'(x)=\frac{1}{2}x^2+x-\sin x$.

设 $h(x)=g'(x)=\frac{1}{2}x^2+x-\sin x$，则 $h'(x)=x+1-\cos x$.

设 $\varphi(x)=h'(x)=x+1-\cos x$，则 $\varphi'(x)=1+\sin x\geqslant 0$，

故 $\varphi(x)$在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，即 $h'(x)$在 $\mathbf{R}$ 上单调递增. ………………………………… 6 分

因为 $h'(0)=0$，所以当 $x<0$ 时，$h'(x)<0$，当 $x>0$ 时，$h'(x)>0$，

则 $h(x)$在$(-\infty,0)$上单调递减，在$(0,+\infty)$上单调递增，

从而 $h(x)\geqslant h(0)=0$，即 $g'(x)\geqslant 0$，

故 $g(x)$在 $\mathbf{R}$ 上单调递增. ……………………………………………………………… 8 分

因为 $g(2\ln x)\leqslant g(ax)$，所以 $2\ln x\leqslant ax$，所以 $a\geqslant\frac{2\ln x}{x}$. ……………………………… 9 分

设 $m(x)=\frac{2\ln x}{x}$，则 $m'(x)=\frac{2-2\ln x}{x^2}$. ……………………………………………… 10 分

由 $m'(x)>0$，得 $0<x<\mathrm{e}$，由 $m'(x)<0$，得 $x>\mathrm{e}$，

则 $m(x)$在$(0,\mathrm{e})$上单调递增，在$(\mathrm{e},+\infty)$上单调递减，

从而 $m(x)\leqslant m(\mathrm{e})=\frac{2}{\mathrm{e}}$. ……………………………………………………………… 11 分

故 $a\geqslant\frac{2}{\mathrm{e}}$，即 a 的取值范围为$[\frac{2}{\mathrm{e}},+\infty)$. ……………………………………………… 12 分

评分细则：

(1)在第(1)问中，求导正确，得 1 分，直线方程没有写成一般式，不扣分；

(2)在第(2)问中，判断出 $g(x)$的单调性，得 4 分，求出 $m(x)$的最大值，累计得 11 分；

(3)若用其他解法，参照评分标准按步骤给分.

21. 解：(1)由题意可得$|AB|=|BF|$，即点 B 到点 F 的距离等于点 B 到直线 l_1 的距离. ……
……………………………………………………………………………………………… 1 分

因为$|EF|=4$，所以 l_1 的方程为 $x=-2$，$F(2,0)$， ………………………………………… 2 分

则点 B 的轨迹 C 是以 F 为焦点，直线 l_1：$x=-2$ 为准线的抛物线， ……………………… 3 分

故点 B 的轨迹 C 的方程为 $y^2=8x$. ……………………………………………………… 4 分

(2)由题意可知直线 l 的斜率不为 0，则设直线 l：$x=my+n$，$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$.

联立$\begin{cases}x=my+n,\\y^2=8x,\end{cases}$整理得 $y^2-8my-8n=0$，

则 $\Delta=64m^2+32n>0$，从而 $y_1+y_2=8m, y_1y_2=-8n$. ………………………………… 5 分

故 $|MN|=\sqrt{m^2+1}|y_1-y_2|=\sqrt{m^2+1}\cdot\sqrt{64m^2+32n}$.

由题意可得 $Q(2,-4)$，则点 Q 到直线的距离 $d=\dfrac{|2+4m-n|}{\sqrt{m^2+1}}$，

故△PMN 的面积 $S=\dfrac{1}{2}|MN|\cdot d=\dfrac{1}{2}\cdot|2+4m-n|\cdot\sqrt{64m^2+32n}$. ……………… 7 分

因为以线段 MN 为直径的圆恒过点 P，所以 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}=0$，

即 $(x_1-2)(x_2-2)+(y_1-4)(y_2-4)=x_1x_2-2(x_1+x_2)+y_1y_2-4(y_1+y_2)+20=0$.

因为 $x_1=\dfrac{y_1^2}{8}, x_2=\dfrac{y_2^2}{8}$，所以 $\dfrac{(y_1y_2)^2}{64}-\dfrac{y_1^2+y_2^2}{4}+y_1y_2-4(y_1+y_2)+20=0$，

即 $\dfrac{(y_1y_2)^2}{64}-\dfrac{(y_1+y_2)^2-2y_1y_2}{4}+y_1y_2-4(y_1+y_2)+20=0$，……………………………… 9 分

所以 $n^2-16m^2-12n-32m+20=0$，即 $n^2-12n+36=16m^2+32m+16$，即 $(n-6)^2=16(m+1)^2$，所以 $n-6=\pm4(m+1)$，即 $n=4m+10$ 或 $n=-4m+2$.

因为直线 l 不经过点 P，所以 $n\neq-4m+2$，所以 $n=4m+10$，……………………………… 11 分

则 $S=\dfrac{1}{2}\cdot|2+4m-n|\cdot\sqrt{64m^2+32n}=32\sqrt{(m+1)^2+4}=64\sqrt{2}$，解得 $m=1$ 或 $m=-3$，

故直线 l 的斜率为 1 或 $-\dfrac{1}{3}$. ……………………………………………………………… 12 分

评分细则：

(1)在第(1)问中，也可以设 $B(x,y)$，再由 $|AB|=|BF|$，得到 $\sqrt{(x-2)^2+y^2}=|x+2|$，从而得到点 B 的轨迹 C 的方程；

(2)在第(2)问中，也可以设直线 $l: y=kx+m$，得到 k 和 m 的等量关系，再求出△QMN 面积的表达式，从而求出△QMN 面积的取值范围，再求出直线 l 的斜率不存在时，△QMN 的面积，从而得出△QMN 面积的最小值，若直线方程用斜截式表示，没有考虑斜率不存在的情况，扣 1 分；

(3)若用其他解法，参照评分标准按步骤给分.

22. 解：(1)由 $\begin{cases}x=2+4\cos\alpha,\\ y=4\sin\alpha\end{cases}$ (α 为参数)，得 $(x-2)^2+y^2=16$，即 $x^2+y^2-4x-12=0$，

则曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2+y^2-4x-12=0$. ………………………………… 2 分

由 $\rho\cos\theta-\rho\sin\theta-3=0$，得 $x-y-3=0$，

则直线 l 的普通方程为 $x-y-3=0$. ……………………………………………………… 4 分

(2)由题意可得直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=-3+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$ (t 为参数). ……………………… 5 分

将直线 l 的参数方程代入曲线 C 的直角坐标方程，整理得 $t^2-5\sqrt{2}t-3=0$. ………… 6 分

设 A,B,M 对应的参数分别为 t_1,t_2,t,则 $t_1+t_2=5\sqrt{2}$,$t_1t_2=-3$,从而 $t=\frac{t_1+t_2}{2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$, ………………………………………………………………………………………… 8 分

故 $\frac{|PM|}{|PA|+|PB|}=\frac{\frac{t_1+t_2}{2}}{|t_1|+|t_2|}=\frac{t_1+t_2}{2\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}}=\frac{5\sqrt{31}}{62}$. ……………………… 10 分

评分细则:

(1)在第(1)问中,曲线 C 的普通方程写成 $(x-2)^2+y^2=16$,不扣分;

(2)在第(2)问中,先求出 $|PA|+|PB|=|AB|$ 的值,再由点到直线的距离公式求出圆心 C 到直线 l 的距离 d,然后由两点之间的距离公式求出 $|CP|$ 的值,从而求出 $|PM|$ 的值,最后得到 $\frac{|PM|}{|PA|+|PB|}=\frac{|PM|}{|AB|}$ 的值;

(3)若用其他解法,参照评分标准按步骤给分.

23. 解:(1)因为 $a=-3$,所以 $f(x)=|2x-3|$,则 $f(x)<3x$ 等价于 $|2x-3|<3x$. ……… 1 分

当 $2x-3<0$,即 $x<\frac{3}{2}$ 时,$-(2x-3)<3x$,解得 $\frac{3}{5}<x<\frac{3}{2}$; ……………………………… 2 分

当 $2x-3\geqslant 0$,即 $x\geqslant\frac{3}{2}$ 时,$2x-3<3x$,解得 $x\geqslant\frac{3}{2}$. ………………………………………… 3 分

综上,不等式 $f(x)<3x$ 的解集为 $(\frac{3}{5},+\infty)$. ………………………………………………… 4 分

(2) $f(x)\geqslant 2-|2x+2|$ 恒成立等价于 $|2x+a|+|2x+2|\geqslant 2$. …………………………… 5 分

因为 $|2x+a|+|2x+2|\geqslant|2x+a-(2x+2)|=|a-2|$, ……………………………… 7 分

所以 $|a-2|\geqslant 2$, …………………………………………………………………………………… 8 分

解得 $a\leqslant 0$ 或 $a\geqslant 4$,即 a 的取值范围为 $(-\infty,0]\cup[4,+\infty)$. ……………………… 10 分

评分细则:

(1)在第(1)问中,也可以将不等式 $f(x)<3x$ 等价于不等式组 $\begin{cases}x>0,\\(2x-3)^2<9x^2,\end{cases}$ 从而求出不等式的解集,只要计算正确,不扣分;

(2)在第(2)问中,最后结果没有写成集合或区间的形式,扣 1 分;

(3)若用其他解法,参照评分标准按步骤给分.