



菁师联盟 2023 届 3 月质量监测考试

文科数学

试卷满分: 150 分 考试时间: 120 分钟

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚, 将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 全部答案在答题卡上完成, 答在本试卷上无效。
3. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案用 0.5mm 黑色笔迹签字笔写在答题卡上。
4. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{x | 1 < 2^x < 4\}$, $B = \{x | 1 < x < 3\}$, 则 $A \cup B =$

- A. (1, 4) B. (1, 2) C. (0, 4) D. (0, 3)

2. 复数 $z = \frac{2 + 3i}{1 - 2i}$ 的虚部为

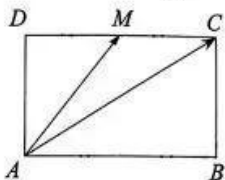
- A. $\frac{7}{5}i$ B. $\frac{7}{5}$ C. $-\frac{4}{5}$ D. $\frac{2}{5}$

3. 某校动漫社团成员共 6 人, 其中社长 2 人, 现需要选派 3 人去参加动漫大赛, 则至少有 1 名社长入选的概率为

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

4. 如图, 在矩形 ABCD 中, M 是 CD 的中点, 若 $\overrightarrow{AC} = \lambda \overrightarrow{AM} + \mu \overrightarrow{AB}$, 则 $\lambda + \mu =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2



5. 已知直线 $l_1: (a-2)x + ay + 1 = 0$, $l_2: (a-2)x + y + 2 = 0$, 则 “ $a=1$ ” 是 “ $l_1 \parallel l_2$ ” 的

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

6. 已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x + y - 3 \leq 0 \\ 3x - y + 2 \geq 0 \\ x + 2y - 2 \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = 2x - y$ 的最大值为

- A. $-\frac{11}{5}$ B. $\frac{1}{5}$ C. 2 D. $\frac{7}{3}$

7. 已知三棱锥 $A-BCD$ 中, $AD \perp$ 面 BCD , $BD \perp BC$, $AD = BD = 1$, $BC = 2$, 则异面直线 AB 与 CD 所成角的余弦值为 来源: 高三答案公众号

- A. $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

8. 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \theta\right) = \frac{1}{4}$, $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{6}$, 则 $\sin\left(\frac{5\pi}{6} + \theta\right) =$

- A. $-\frac{1}{4}$ B. $-\frac{\sqrt{15}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{15}}{4}$ D. $\frac{1}{4}$

9. 已知定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1) = f(1-x)$, 则 $f(2022) =$

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

10. 若 $a > 0$, $b > 0$, 且 $a + b = 1$, 则下列说法正确的是

- A. $\frac{1}{a} + \frac{2}{b+1} \geq \frac{3}{2} + \sqrt{2}$ B. $a^2 + b^2 \leq \frac{1}{2}$
C. $\frac{3}{a+1} - b > 2\sqrt{3} - 2$ D. $2a^2 + b > \frac{7}{8}$

11. 过抛物线 $x^2 = 6y$ 的焦点 F 的直线交抛物线于点 A, B , 且 $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{FB}$, 则直线的方程为

- A. $y = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$ B. $y = 2\sqrt{6}x + \frac{3}{2}$
C. $y = -2\sqrt{6}x - \frac{3}{2}$ D. $y = \frac{\sqrt{6}}{12}x + \frac{3}{2}$

12. 函数 $f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的可导函数, 其导函数为 $f'(x)$, 且满足 $f'(x) + \frac{2}{x}f(x) > 0$

若不等式 $\frac{ax \cdot f(ax)}{\ln x} \geq \frac{f(\ln x) \cdot \ln x}{ax}$ 在 $x \in (1, +\infty)$ 上恒成立, 则实数 a 的取值范围是

- A. $\left(0, \frac{1}{e}\right]$ B. $\left[\frac{1}{e}, +\infty\right)$
C. $(0, e]$ D. $\left(\frac{1}{e}, +\infty\right)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知圆锥的底面半径为 2, 母线长为 4, 则圆锥的侧面积为 _____

14. 某服装公司对 1-5 月份的服装销量进行了统计, 结果如下:

月份编号 x	1	2	3	4	5
销量 y (万件)	50	a	142	185	227

若 y 与 x 线性相关, 其线性回归方程为 $\hat{y} = 45x + 5$, 则 $a =$ _____

15. 已知 $A(-3, 0)$, $B(3, 0)$, P 为平面内一动点, (不与 A, B 重合), 且满足 $\frac{|PA|}{|PB|} = 2$, 则 ΔP

的面积的最大值为 _____

16. ΔABC 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且满足 $c = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $a = 2$, $a \cos C = b - \frac{1}{2}$,

ΔABC 的面积为 _____

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共60分。

17. (12分) 已知公比大于1的等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_3 + a_5 = 40$, $a_4 = 16$, $b_n = \log_2 a_n$.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 记 $c_n = a_n \cdot b_n$, 求 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (12分)

某公司进行工资改革，将工作效率作为工资定档的一个重要标准，大大提高了员工的工作积极性，但也引起了一些老员工的不满。为了调查员工的工资与工龄的情况，人力资源部随机从公司的技术研发部门中抽取了16名员工了解情况，结果如下：

工龄(年):	1	2	3	4	5	6	7	8
年薪(万):	9.95	10.12	9.96	9.96	10.01	9.92	9.98	10.04
工龄(年):	9	10	11	12	13	14	15	16
年薪(万):	10.26	9.91	10.13	10.02	9.22	10.04	10.05	9.95

经计算得 $\bar{x} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} x_i = 9.97$, $s = \sqrt{\frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{16} (\sum_{i=1}^{16} x_i^2 - 16\bar{x}^2)} \approx 0.212$,

$\sqrt{\sum_{i=1}^{16} (i - 8.5)^2} \approx 18.439$, $\sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})(i - 8.5) = -2.78$,

其中 x_i 表示工龄为 i 年的年薪, $i=1, 2, \dots, 16$.

(1) 求年薪 x_i 与工龄 i ($i=1, 2, \dots, 16$) 的相关系数 r , 并回答是否可以认为年薪与工龄具有线性相关关系 (若 $|r_1| < 0.25$, 则可以认为年薪与工龄不具有线性相关关系)

(2) 在抽取的 16 名员工中, 如果年薪都在 $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$ 之内, 则继续推进工资改革, 同时给每位老员工相应的补贴, 如果有员工年薪在 $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$ 之外, 该员工会被人力资源部约谈并进行岗位调整, 且需要重新计算原抽取的 16 名员工中留下的员工年薪的均值和标准差, 由于人力资源部需要安抚老员工的情绪, 工作繁重, 现请你帮忙计算留下的员工年薪的均值和标准差. (精确到 0.01)

附: 样本 (x_i, y_i) ($i=1, 2, 3, \dots, n$) 的相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$, $\sqrt{0.008} \approx 0.09$,

$0.212^2 + 9.97^2 \approx 99.446$, $15 \times 10.02 = 1506.006$, $9.22^2 \approx 85.008$.

20. (12分) 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 过点 $B(0, 1)$, P 为直线 $l_1: y = kx$ ($k > 0$) 上不同于原点 O 的任意一点, 线段 OP 的垂直平分线为 l_2 , 椭圆的两焦点 F_1, F_2 关于 l_2 的对称点都在以 P 为圆心, $\sqrt{3}$ 为半径的圆上.

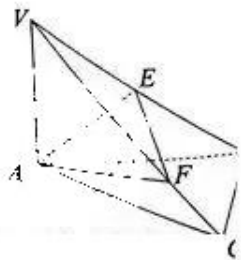
(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 若直线 l_1 与椭圆交于 M, N 两点, A 为椭圆的右顶点, 求四边形 $AMBN$ 的面积取值范围.

19. (12分) 在三棱锥 $V-ABC$ 中, $VA \perp AB$, $AB \perp BC$, $VA = AB = BC = 6$, $VC = 6\sqrt{3}$, E 为 VB 中点, F 为 VC 上一点, 且 $\frac{VF}{FC} = 2$.

(1) 证明: $AE \perp$ 平面 EBC ;

(2) 求 V 到平面 AEF 的距离.



21. (12分) 已知 $f(x) = \ln x - ax$, $g(x) = x + \ln m$ ($m \in \mathbf{R}$, $m > 0$)

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $a = -1$ 时, 若不等式 $e^{g(x)} + g(x) \geq f(x)$ 在 $x \in (0, +\infty)$ 上恒成立, 求 m 的取值范围.
(e 为自然对数的底数)

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中选定一题作答, 并用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号方框涂黑. 按所涂题号进行评分, 不涂、多涂均按所答第一题评分; 多答按所答第一题评分.

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为
$$\begin{cases} x = 4 - \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 4 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数})$$
 以坐标原点 O 为极点, x

轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 8 \sin \theta$, A 为曲线 C 上一点.

(1) 求 A 到直线 l 距离的最大值;

(2) 若点 B 为直线 l 与曲线 C 在第一象限的交点, 且 $\angle AOB = \frac{7\pi}{12}$, 求 $\triangle AOB$ 的面积.

23. [选修4—5: 不等式选讲] (10分)

已知 $f(x) = |x - a| + |x + 3a - 2|$, $g(x) = -x^2 + 2ax + 1$, ($a \in \mathbf{R}$)

(1) 当 $a = 2$ 时, 解关于 x 的不等式 $f(x) \geq 7$;

(2) 若对 $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x_1) > g(x_2)$ 成立, 求 a 的取值范围

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (网址: www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注**自主选拔在线**官方微信号: **zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线