

江苏省天一中学 2022-2023 学年春学期高一期末考试 (理强)

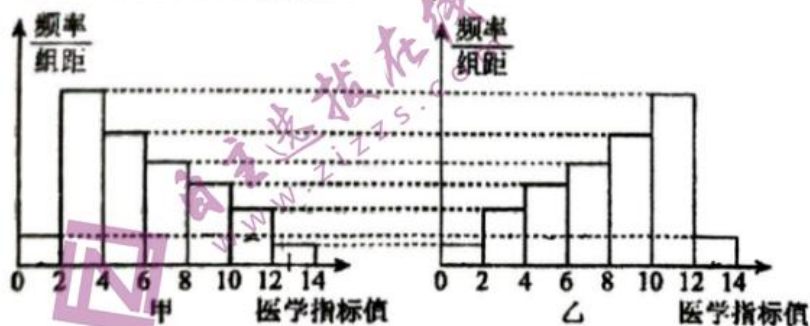
数 学

本试卷共 4 页, 22 小题, 满分 150 分。考试用时 120 分钟。

命题: 李明 审核: 秦志伟

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

- 在复平面内, 复数 z 对应的点的坐标为 $(3, 4)$, 则 $\bar{z} =$ ()
A. $3 - 4i$ B. $4 - 3i$ C. $3 + 4i$ D. $4 + 3i$
- 已知点 $A(1, 3)$, $B(m-5, 1)$, $C(3, m+1)$, 若 A, B, C 三点共线, 则 \overline{AB} 的坐标为 ()
A. $(-2, 2)$ B. $(2, -2)$ C. $(2, 2)$ D. $(-2, -2)$
- 半径 3 的球内接一个正方体, 则该正方体的体积为 ()
A. $54\sqrt{2}$ B. 36π C. $24\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{3}$
- 某小组有 5 名男生和 4 名女生, 从中随机抽取 4 名同学参加“金苹果”杯演讲比赛, 则下列四对事件中对立事件的是 ()
A. 恰有 2 名男生与恰有 4 名男生 B. 至少有 3 名男生与全是男生
C. 至少有 1 名男生与全是女生 D. 至少有 1 名男生与至少有 1 名女生
- 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边, 若 $A = \frac{\pi}{3}$, $c = 4$, $a = 2\sqrt{6}$, 则满足此条件的三角形的个数为 ()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 1 或 2
- 一组数据按从大到小的顺序排列为 $8, 7, x, 4, 4, 1$, 若该组数据的中位数是众数的 $\frac{5}{4}$ 倍, 则该组数据的平均值、方差和第 60 百分位数分别是 ()
A. $6, \frac{16}{3}, 5$ B. $5, 5, 5$ C. $5, \frac{16}{3}, 6$ D. $4, 5, 6$
- 已知点 D 为 $\triangle ABC$ 边 BC 上的中点, 点 E 满足 $\overline{AE} = \frac{1}{3}\overline{AD}$, 若 $\overline{AC} = x\overline{AB} + y\overline{BE}$, 则 $x + y =$ ()
A. 5 B. 7 C. 9 D. 11
- 病毒研究所检测甲乙两组实验小白鼠的某医学指标值, 得到样本数据的频率分布直方图 (如图所示), 则下列结论正确的是 ()



- 甲组数据中位数大于乙组数据中位数
- 甲组数据平均数大于乙组数据平均数
- 甲组数据平均数大于甲组数据中位数
- 乙组数据平均数大于乙组数据中位数

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项是符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

9. 若 z_1, z_2, z_3 为复数， $z_1 \neq 0$ ，下列命题正确的是（ ）

A. 若 $z_3 = \overline{z_2}$ ，则 $|z_2| = |z_3|$

B. 若 $z_3 = \frac{z_2}{z_1}$ ，则 $|z_3| = \frac{|z_2|}{|z_1|}$

C. 若 $|z_2| > |z_3|$ ，则 $z_2 > z_3$

D. 若 $z_1 z_2 = 0$ ，则 $z_3 = 0$

10. 单位向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为锐角，则 $|2\vec{a} - \vec{b}|$ 的取值可能为（ ）

A. 1

B. 1.5

C. 2

D. 2.5

11. 已知事件 A, B 发生的概率分别为 $P(A) = \frac{1}{3}$ ， $P(B) = \frac{1}{6}$ ，则（ ）

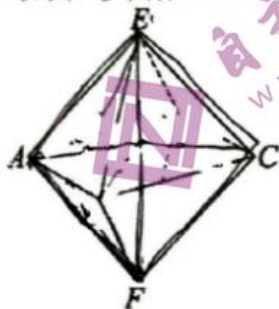
A. $P(\overline{A}) = \frac{2}{3}$

B. $\frac{1}{3} \leq P(A+B) \leq \frac{1}{2}$

C. 若 A 与 B 互斥，则 $P(A \cup B) = \frac{1}{9}$

D. 一定有 $B \subseteq A$

12. 如图，多面体 $ABCDEF$ 的8个面都是边长为2的正三角形，则（ ）



A. $AE \parallel CF$

B. 平面 $EAB \perp$ 平面 EAB

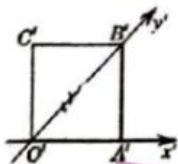
C. 直线 EA 与平面 $ABCD$ 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$

D. 点 E 到平面 ABF 的距离为 $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 掷两颗骰子，则所得的点数之和为6的概率为_____。

14. 如图所示，水平放置的一个平面图形的直观图是边长为1cm的正方形 $O'A'B'C'$ ，则原图形的周长是_____cm。



15. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，若 $a = 2$ ，且 $(2+c)(\sin A - \sin C) = b(\sin B - \sin C)$ ，则 BC 边上的高的最大值为_____。

16. 为获得天一中学高一学生的身高（单位：cm）信息，采用随机抽样方法抽取了样本量为50的样本，其中男女生样本量均为25，计算得到男生样本的均值为176，标准差为10，女生样本的均值为166，标准差为20。则总样本的均值为_____cm，方差为_____cm²。

四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10分)

已知复数 $z=4+ai$ ，其中 a 是正实数， i 是虚数单位。

(1) 如果 z^2 为纯虚数，求实数 a 的值；

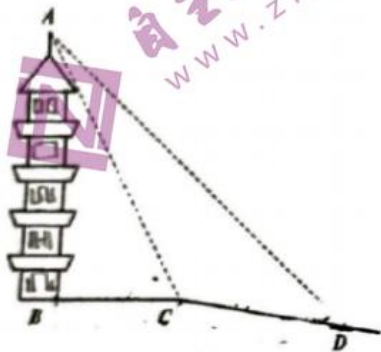
(2) 如果 $a=2$ ， $z_1 = \frac{z}{1-i}$ 是关于 x 的方程 $x^2+bx+c=0$ ($b, c \in \mathbb{R}$) 的一个复根，求 $b+c$ 的值。

18. (12分)

龙光塔始建于明朝万历二年，位于无锡市锡山山顶。如图，某学习小组为了在塔外测量龙光塔的高度，在与塔底 B 水平的 C 处测量得塔顶 A 的仰角为 60° 。受锡山地形所限，他们沿斜坡从 C 点下行 14 米到达 D 点（与 A, B, C 共面）后，测量得塔顶 A 的仰角为 45° 。已知 C, D 两点的海拔高度差为 2 米。

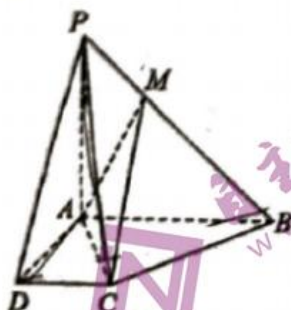
(1) 记斜坡 CD 与水平方向的夹角为锐角 γ ，计算 γ 的余弦值；

(2) 计算龙光塔的高度。



19. (12分)

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AB \perp AD$ ， $AB=AD=AP=2CD$ ， M 是棱 PB 上一点。

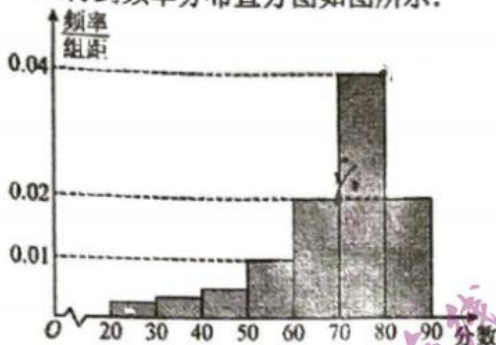


(1) 若 $BM=2MP$ ，求证： $PD \parallel$ 平面 MAC ；

(2) 若平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$ ，平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$ ，求证： $PA \perp$ 平面 $ABCD$ 。

20. (12分)

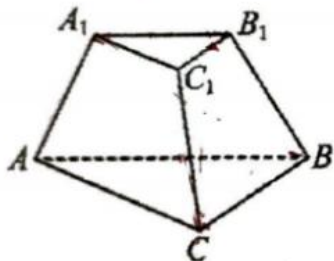
某高中高一 500 名学生参加某次测评, 根据男女学生人数比例, 使用分层抽样的方法从中随机抽取了 100 名学生, 记录他们的分数, 将数据分成 7 组: $[20, 30)$, $[30, 40)$, ..., $[80, 90]$, 并整理得到频率分布直方图如图所示.



- (1) 从总体的 500 名学生中随机抽取一人, 估计其分数小于 60 的概率;
- (2) 估计测评成绩的 75% 分位数;
- (3) 已知样本中分数小于 40 的学生有 5 人, 其中 3 名男生; 分数小于 30 的学生有 2 人, 其中 1 名男生. 从样本中分数小于 40 的学生中随机抽取一人, 则“抽到的学生分数小于 30”与“抽到的学生是男生”这两个事件是否独立? 请证明你的结论.

21. (12分)

如图, 在正三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 底面 ABC 是边长为 4 的正三角形, 且 $AA_1 = B_1C_1 = 2$.



- (1) 证明: $AA_1 \perp BC$;
- (2) 求异面直线 A_1B , B_1C 所成角的余弦值.

22. (12分)

已知 H 是 $\triangle ABC$ 内一点, $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

- (1) 若 H 是 $\triangle ABC$ 的外心, 求 $\angle BAC$ 的余弦值;
- (2) 若 H 是 $\triangle ABC$ 的垂心, P 是 $\triangle ABC$ 平面外一点, 且 $PH \perp$ 平面 ABC . 当四面体 $PABC$ 外接球体积最小时, 求 $\frac{PH}{AB}$ 的值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

