秘密 ★ 启用前【考试时间:2023 年 3 月 28 日 15:00~17:00】

眉山市高中 2023 届第二次诊断性考试

数　学(文史类)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、座位号和准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x|(x+3)(x-2)\leqslant 0\}$,$B=\{x|x\leqslant 1\}$,则 $A\cap B=$

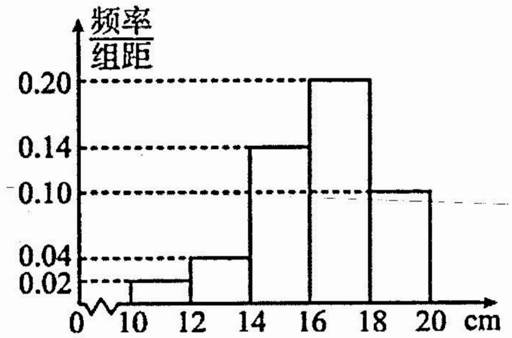
A. $\{x|-3\leqslant x<2\}$　　B. $\{x|-3\leqslant x<1\}$

C. $\{x|-3\leqslant x\leqslant 1\}$　　D. $\{x|1<x\leqslant 2\}$

2. $\dfrac{2+i}{2i}=$

A. $\dfrac{1}{2}-i$　　B. $1-\dfrac{1}{2}i$　　C. $\dfrac{1}{2}+i$　　D. $\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{4}i$

3. 某乡镇为推动乡村经济发展,优化产业结构,逐步打造高品质的农业生产,在某试验区种植了某农作物. 为了解该品种农作物长势,在实验区随机选取了 100 株该农作物苗,经测量,其高度(单位:cm)均在区间 $[10,20]$ 内,按照 $[10,12)$,$[12,14)$,$[14,16)$,$[16,18)$,$[18,20]$ 分成 5 组,制成如图所示的频率分布直方图,记高度不低于 16 cm 的为"优质苗". 则所选取的农作物样本苗中,"优质苗"株数为



A. 20　　B. 40　　C. 60　　D. 88

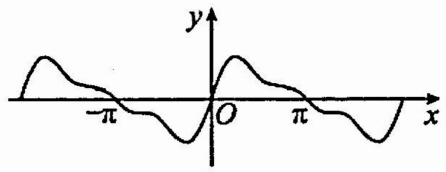
4. 已知 $\alpha\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$,$\cos 2\alpha+2\sin 2\alpha=1$,则 $\tan\alpha=$

A. 3　　B. 2　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{1}{3}$

5. 过直线 $l:x+y-5=0$ 上的点作圆 $C:(x-1)^2+(y+2)^2=6$ 的切线,则切线段长的最小值为

A. $\sqrt{6}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{15}$　　D. $3\sqrt{2}$

6. 数学与音乐有着紧密的关联,我们平时听到的乐音一般来说并不是纯音,而是由多种波叠加而成的复合音. 如图为某段乐音的图象,则该段乐音对应的函数解析式可以为



A. $y=\sin x+\dfrac{1}{2}\sin 2x+\dfrac{1}{3}\sin 3x$　　B. $y=\sin x-\dfrac{1}{2}\sin 2x-\dfrac{1}{3}\sin 3x$

C. $y=\sin x+\dfrac{1}{2}\cos 2x+\dfrac{1}{3}\cos 3x$　　D. $y=\cos x+\dfrac{1}{2}\cos 2x+\dfrac{1}{3}\cos 3x$

7. 已知函数 $f(x)=3x^4-8x^3+6x^2$,则 $f(x)$

A. 有 2 个极大值点　　B. 有 1 个极大值点和 1 个极小值点

C. 有 2 个极小值点　　D. 有且仅有一个极值点

8. 将函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin x-\cos x$ 的图象上的所有点向右平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位长度,得到的图象对应的函数可以是

A. $y=2\sin x$　　B. $y=2\cos x$

C. $y=-2\sin x$　　D. $y=-2\cos x$

9. 已知四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是正方形,$AB=2$,$AA_1=2\sqrt{2}$,点 B_1 在底面 $ABCD$ 的射影为 BC 中点 H,则点 C_1 到平面 $ABCD$ 的距离为

A. $\sqrt{6}$　　B. $\sqrt{7}$　　C. $2\sqrt{2}$　　D. 3

10. 已知定点 $D(2,0)$，直线 $l: y=k(x+2)(k>0)$ 与抛物线 $y^2=4x$ 交于两点 A,B，若 $\angle ADB=90^\circ$，则 $|AB|=$

A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 10

11. 在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC=2$，$BC=2\sqrt{3}$，D 为 BC 的中点，将 $\triangle ACD$ 绕 AD 旋转至 APD，使得 $BP=\sqrt{3}$，则三棱锥 $P-ABD$ 的外接球表面积为

A. $\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$　　B. $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}$　　C. 5π　　D. 8π

12. 已知函数 $f(x)=\frac{x+1}{e^x}$. 若过点 $P(-1,m)$ 可以作曲线 $y=f(x)$ 三条切线，则 m 的取值范围是

A. $\left(0,\frac{4}{e}\right)$　　B. $\left(0,\frac{8}{e}\right)$　　C. $\left(-\frac{1}{e},\frac{4}{e}\right)$　　D. $\left(\frac{1}{e},\frac{8}{e}\right)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

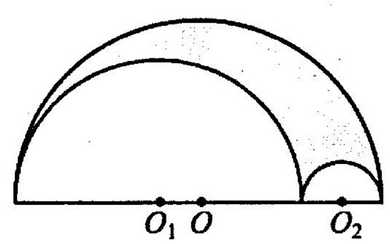
13. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{9}-y^2=1$，则 C 的离心率为______.

14. 已知 $\overrightarrow{AB}=(1,2)$，$\overrightarrow{AC}=(2,t)$，$|\overrightarrow{BC}|=1$，则实数 $t=$______.

15. $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c. 若 $(2a-c)\cos B=b\cos C$，且 $b=\sqrt{3}$，则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为______.

16.《定理汇编》记载了诸多重要的几何定理，其中有一些定理是关于鞋匠刀形的，即由在同一直线上同侧的三个半圆所围成的图形，其被阿基米德称为鞋匠刀形. 如图所示，三个半圆的圆心分别为 O,O_1,O_2，半径分别为 R,r_1,r_2（其中 $R>r_1>r_2$），在半圆 O 内随机取一点，此点取自图中鞋匠刀形（阴影部分）的概率为 $\frac{1}{4}$，则 $\frac{r_1}{r_2}=$

______.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生依据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分）

某商店销售某种产品，为了解客户对该产品的评价，现随机调查了 200 名客户，其评价结果为“一般”或“良好”，并得到如下列联表：

	一般	良好	合计
男	20	100	120
女	30	50	80
合计	50	150	200

（1）通过计算判断，有没有 99% 的把握认为客户对该产品的评价结果与性别有关系？

（2）利用样本数据，在评价结果为“良好”的客户中，按照性别用分层抽样的方法抽取了 6 名客户．若从这 6 名客户中随机选择 2 名进行访谈，求所抽取的 2 名客户中至少有 1 名女性的概率．

附表及公式：

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

其中 $K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$．

18.（12 分）

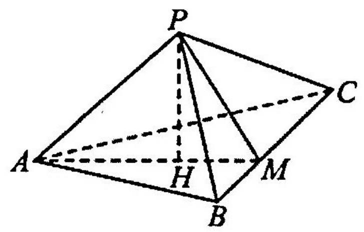
已知数列$\{a_n\}$是公差为 2 的等差数列，其前 3 项的和为 12．$\{b_n\}$是公比大于 0 的等比数列，$b_1=3$，$b_3-b_2=18$．

（1）求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

（2）若数列$\{c_n\}$满足 $c_n=\dfrac{4}{a_na_{n+1}}+b_n$，求$\{c_n\}$的前 n 项和 T_n．

19.（12 分）

如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，H 为$\triangle ABC$ 的内心，直线 AH 与 BC 交于 M，$\angle PAB=\angle PAC$，$\angle PCA=\angle PCB$．



（1）证明：平面 $PAM\perp$平面 ABC；

（2）若 $AB\perp BC$，$PA=AB=3$，$BC=4$，求三棱锥 $M-PAC$ 的体积．

20.（12 分）

已知椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$经过 $A(0,1)$，$T\left(-\dfrac{8}{5},-\dfrac{3}{5}\right)$两点，$M$，$N$ 是椭圆 E 上异于 T 的两动点，且$\angle MAT=\angle NAT$，直线 AM，AN 的斜率均存在，并分别记为 k_1，k_2．

（1）求证：k_1k_2为常数；

（2）证明直线 MN 过定点．

21.（12 分）

已知函数 $f(x)=ae^x-x^2$ 有两个极值点 x_1，x_2．

（1）求 a 的取值范围；

（2）若 $x_2\geqslant 3x_1$ 时，不等式 $x_1+\lambda x_2\geqslant 2x_1x_2$ 恒成立，求 λ 的最小值．

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题记分。

22. [选修 4－4:坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中,直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+\sqrt{3}t, \\ y=t \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点 O 为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C 的极坐标方程为 $4\rho^2\sin^2\theta=3(\rho^2-1)$.

(1)求 C 的直角坐标方程;

(2)设直线 l 与曲线 C 交于 A,B,求 $|AB|$.

23. [选修 4－5:不等式选讲](10 分)

设函数 $f(x)=|2x-3|+|2x+1|$.

(1)解不等式 $f(x)\leqslant 6-x$;

(2)令 $f(x)$ 的最小值为 T,正数 x,y,z 满足 $x+y+2z=T$,

证明:$\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{y+1}+\dfrac{2}{z+2}\geqslant\dfrac{8}{5}$.