姓名________ 座位号________________________

（在此卷上答题无效）

数　学（文科）

本试卷共 4 页，23 题（含选考题）。全卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

考生注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答：先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内，写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

C 1. 已知集合 $M=\{-1,0,1,2\}$，N 为自然数集，则 $M\cap N=$

A. $\{-1,0,1,2\}$　　B. $\{-1,1,2\}$　　C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{1,2\}$

B 2. 已知两条直线 a,b 分别在两个不同的平面 α,β 内，则“直线 a,b 不相交”是“平面 α 与平面 β 平行”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

A 3. 对于任意复数 z 和其共轭复数 $\bar{z}$，下列叙述错误的是　　$1+i$　$1-i$

A. $|z+1|=|\bar{z}-1|$　　B. $|z+i|=|\bar{z}-i|$

C. $|z+(1+i)|=|\bar{z}+(1-i)|$　　D. $|z(1+i)|=|\bar{z}(1-i)|$

A 4. 已知 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$，$\overrightarrow{OD}=\boldsymbol{d}$，且四边形 $ABCD$ 为平行四边形，则

A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}=\boldsymbol{0}$　　B. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}-\boldsymbol{d}=\boldsymbol{0}$　　C. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}-\boldsymbol{d}=\boldsymbol{0}$　　D. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}=\boldsymbol{0}$

A 5. 已知曲线 $y=e^x-x+1$ 在 $x=x_0$ 处的切线斜率大于 1，则 x_0 的取值范围是

A. $(\ln 2,+\infty)$　　B. $(-\infty,\ln 2)$　　C. $(2,+\infty)$　　D. $(-\infty,2)$

C 6. 已知 $\sin 18^\circ=\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$，则 $\sin 126^\circ=$　$\sin(\frac{\pi}{2}+36^\circ)=\cos 36^\circ$

A. $\dfrac{1-2\sqrt{5}}{4}$　　B. $\dfrac{3+\sqrt{5}}{8}$　　C. $\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$　　D. $\dfrac{4+\sqrt{5}}{8}$

A 7. 设 $f(x)=\ln\left(\dfrac{2}{1-x}+a\right)$ 是奇函数，则实数 $a=$

A. -1　　B. 1　　C. 0　　D. -1 或 1

【A-022】数学（文科）试卷　第 1 页（共 4 页）

D 8. 袋子中有6个相同的球，分别标有数字1，2，3，4，5，6，从中随机取出两个球，则取出球的数字之和是8的概率为

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{5}{36}$　　C. $\frac{1}{15}$　　D. $\frac{2}{15}$

9. 已知四面体$ABCD$的体积为3，三条棱AB,BC,CD两两垂直，若$AB=4$，则该四面体外接球半径的最小值为

A. 5　　B. $\frac{5}{2}$　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{3}$

C 10. 已知函数$f(x)=\sin x+\cos x$，则下列叙述正确的是

A. $f(x)$在$\left(-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right)$上单调递增　　B. $f(x)$在$\left(-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right)$上单调递减

C. $f(x)$在$\left(-\frac{3\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right)$单调递增　　D. $f(x)$在$\left(-\frac{3\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right)$单调递减

D 11. 已知F_1,F_2是椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左右焦点，椭圆上一点$M$满足：$MF_1=2MF_2$，$\angle F_1MF_2=60^\circ$，则该椭圆离心率是

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

12. 已知函数$f(x)=2^x+x+1$，$g(x)=\log_2x+x+1$的零点分别为a,b，则　　$2^a+a+1+\log_2 b+b+1=0$

A. $a+b=-1$　　B. $a+b=0$　　C. $a+b=1$　　D. $a+b=2$

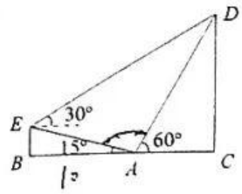
二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 抛物线$y=4x^2$的焦点坐标为 $(0,\frac{1}{16})$.

14. 已知x,y满足不等式组$\begin{cases}x+y\geqslant 3\\2x-y\geqslant 0\\x\leqslant 2\end{cases}$，则$z=2x+y-1$的最大值为 7 .

15. 已知下面四种几何体：①圆锥，②圆台，③三棱锥，④四棱锥，如图所示，某几何体的正视图与侧视图均是等腰三角形，则该几何体可能是 ①③④ (将符合条件的几何体编号都填上).

16. 某中学举行升旗仪式，在坡度为15°的看台E点和看台的坡脚A点，分别测得旗杆顶部的仰角分别为30°和60°，量得看台坡脚A点到E点在水平线上的射影B点的距离为10m，则旗杆的高是________m.



$\sin 105^\circ = \sin(45^\circ+60^\circ)$
$=\frac{\sqrt{2}}{2}(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2})$
$=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}=$ ——

$\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$
$\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos 30^\circ=2\cos^2 15^\circ-1$
$\cos^2 15^\circ=\frac{\sqrt{3}+2}{4}$

三. 解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17-21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17. (12 分)

为预防某种疾病发生,某团队研发一种药物进行提前干预,现进入临床试验阶段. 为了考察这种药物预防疾病的效果,进行动物试验,得到如下列联表.

	患病	未患病	总计
服药	10	45	55
未服药	20	30	50
总计	30	75	105

(1)请将上面的列联表补充完整;

(2)能否有 97.5%的把握认为药物对预防疾病有效?说明你的理由.

0.025

附:

$P(K^2\geqslant k)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

(参考公式 $K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,其中 $n=a+b+c+d$).

18. (12 分)

已知数列$\{a_n\}$满足:$a_1=2,a_{n+1}=a_n+2^n$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式; 累加

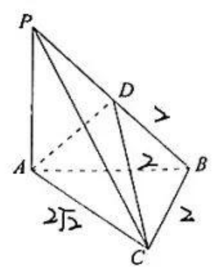
(2)若 $b_n=\log_2 a_n$,$T_n=\dfrac{1}{b_1b_2}+\dfrac{1}{b_2b_3}+\cdots+\dfrac{1}{b_nb_{n+1}}$,求 T_n.

19. (12 分)

如图在三棱锥 $P-ABC$ 中,平面 $PAB\perp$平面 PBC,$PB\perp BC$,$PD=DB=BC=AB=AD=2$.

(1)证明:$PA\perp$平面 ABC;

(2)求点 B 到平面 ACD 的距离.



20. (12 分)

已知双曲线 C 与椭圆 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$ 有相同的焦点，$P(3,\sqrt{6})$ 是 C 上一点.

(1)求双曲线 C 的方程;

(2)记 C 的右顶点为 M，与 x 轴平行的直线 l 与 C 交于 A,B 两点，求证：以 AB 为直径的圆过点 M.

21. (12 分)

已知函数 $f(x)=\ln x+mx, m\in\mathbf{R}$.

(1)求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2)若 $g(x)=f(x)+\frac{1}{2}x^2$ 有两个极值点 x_1,x_2，求证：$g(x_1)+g(x_2)+3<0$.

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题做答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.【选修 4-4：坐标系与参数方程】(10 分)

在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$.

(1)将 C 的极坐标方程化为直角坐标方程;

(2)若过点 $P(3,1)$ 倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$ 的直线 l 与 C 交于 A,B 两点，记线段 AB 的中点为 M，求 $|PM|$.

23.【选修 4-5：不等式选讲】(10 分)

已知函数 $f(x)=|x-a|-|x+1|$.

(1)当 $a=2$ 时，求不等式 $f(x)\leqslant 2$ 的解集;

(2)若 $f(x)\geqslant 2a-1$，求实数 a 的取值范围.

2022 届高三第一次联考文数参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
答案	C	B	A	B	A	C	A	D	B	C	D	A

1.【解析】由已知$M\cap N=\{0,1,2\}$，故选 C.

2.【解析】若“直线a,b不相交”不能推出“平面α与平面β平行”，若“平面α与平面β平行”能推出“直线a,b不相交”，故选 B.

3.【解析】设$z=a+bi(a,b\in R)$，则$|z+1|=\sqrt{(a+1)^2+b^2}$，$|z-1|=\sqrt{(a-1)^2+b^2}$.

4.【解析】因为四边形$ABCD$为平行四边形，所以$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$，即$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}=\boldsymbol{c}-\boldsymbol{d}$，故$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}-\boldsymbol{d}=0$，所以选 B.

5.【解析】由已知切点为$\left(x_0,e^{x_0}\right)$，$y'=e^x-x$，切线斜率为$k=e^{x_0}-1$，故$e^{x_0}-1>1$，解得$x_0>\ln 2$，所以x_0的取值范围是$(\ln 2,+\infty)$，故选 A。

6.【解析】由已知得：$\sin 18^\circ=\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$，$\sin 126^\circ=\cos 36^\circ=1-2\sin 18^\circ=\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$，故选 C.

7.【解析】由$f(x)$是奇函数可得$f(0)=0$，所以$a=-1$，故选 A.

8.【解析】基本事件共有：$(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)$，$(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)$，$(3,4),(3,5),(3,6)$，$(4,5),(4,6),(5,6)$共15种，其中数字和为 8 的基本事件有 2 种，概率为$\dfrac{2}{15}$，故选 D.

9.【解析】四面体$ABCD$的体积$V=\dfrac{1}{6}AB\cdot BC\cdot CD=3$，$AB=4$，故$BC\cdot CD=\dfrac{9}{2}$，设其外接球的半径为$R$，则$2R=\sqrt{AB^2+BC^2+CD^2}\geq\sqrt{16+2BC\cdot CD}=5$，$R\geq\dfrac{5}{2}$，故 B.

10.【解析】$f(x)=\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$，由$-\dfrac{\pi}{2}\leq x+\dfrac{\pi}{4}\leq\dfrac{\pi}{2}$，得$-\dfrac{3\pi}{4}\leq x\leq\dfrac{\pi}{4}$.所以$f(x)$在$\left(-\dfrac{3\pi}{4},\dfrac{\pi}{4}\right)$单调递增，故选 C.

11.【解析】设$MF_1=2r,MF_2=r$，由椭圆定义知：$r=\dfrac{2a}{3}$.由余弦定理得：

$4r^2+r^2-2r^2=4c^2$，即 $3r^2=4c^2$，所以 $3\cdot\frac{4a^2}{9}=4c^2$，$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.故选 D.

12.【解析】由已知得 $y=2^x$，$y=\log_2 x$ 的图象与直线 $y=-x-1$ 的交点横坐标分

又 $y=2^x$，$y=\log_2 x$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称，且 $y=-x-1$ 与 $y=x$ 交点横坐标为 $-\frac{1}{2}$，故 $a+b=-1$，所以选 A.

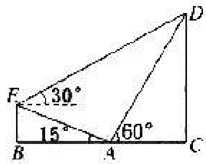
13.【解析】抛物线方程化为 $x^2=\frac{1}{4}y$，故焦点坐标为 $\left(0,\frac{1}{16}\right)$

14.【解析】做出不等式组的可行域可知 $z=2x+y-1$ 的最大值为7

15.【解析】由三视图可知，几何体为圆锥、三棱锥和四棱锥，故①③④.

16.【解析】由题意得 $\angle DEA=45°$，$\angle ADE=30°$，$AE=\frac{AB}{\cos 15°}$，所以

$AD=\frac{AE\sin 45°}{\sin 30°}=\frac{\sqrt{2}AB}{\cos 15°}$，因此 $CD=AD\sin 60°=\frac{\sqrt{2}\times 10}{\cos(45°-30°)}\times\sin 60°$ $=10(3-\sqrt{3})$.



17.【解析】（1）列联表补充如下

	患病	未患病	总计
服药	10	45	55
未服药	20	30	50
总计	30	75	105

………6 分

（2）$\because K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，

$\therefore K^2=\frac{105(10\times30-20\times45)^2}{30\times75\times55\times50}=\frac{1008}{165}\approx 6.109>5.024$，

故有 97.5%的把握认为药物对预防疾病有效.……………………………………12 分

18.【解析】（1）由已知得 $a_{n+1}-a_n=2^n$，

当 $n\geq 2$ 时，$a_n=a_1+(a_2-a_1)+(a_3-a_2)+\cdots+(a_n-a_{n-1})$………………………2 分

$=2+2+2^2+\cdots+2^{n-1}=2^n$ ……………………………………………………4 分

又 $a_1=2$，也满足上式，故 $a_n=2^n$ ……………………………………………6 分

（2）由（1）可知：$b_n=\log_2 a_n=n$，$\frac{1}{b_nb_{n+1}}=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$ ……………

$T_n=\frac{1}{b_1b_2}+\frac{1}{b_2b_3}+\cdots+\frac{1}{b_nb_{n+1}}=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=1-\frac{1}{n+1}=\frac{n}{n+1}$

故$T_n=\frac{n}{n+1}$ ……………………………………………………………………12分

19.【解析】（1）侧面$PAB\perp$底面PBC，$PB\perp BC$，所以$BC\perp$侧面PAB

又$PA\subset$侧面PAB，所以$PA\perp BC$ ……………………………………3分

又$PD=DB=DA$，所以$PA\perp AB$

又$AB\cap BC=B$，所以$PA\perp$平面ABC ……………………………………5分

（2）由（1）可知：$PA\perp$平面ABC，在直角三角形PAB中，$PA=\sqrt{PB^2-AB^2}=2\sqrt{3}$，

D是PB的中点，所以三棱锥$D-ABC$为三棱锥$P-ABC$体积的$\frac{1}{2}$，

故$V_{D-ABC}=\frac{1}{2}V_{P-ABC}=\frac{1}{6}S_{\Delta ABC}\cdot PA=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ……………………………………8分

由已知：$AC=AD=2\sqrt{2}$，又$AD=2$，ΔACD底边AD上的高为$h=\sqrt{7}$，

故ΔACD面积为：$S_{\Delta ACD}=\sqrt{7}$ ……………………………………10分

设点B到平面ACD的距离为d，则$V_{B-ACD}=V_{D-ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ACD}\cdot d=\frac{\sqrt{7}}{3}d$

所以$\frac{\sqrt{7}}{3}d=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，解得$d=\frac{2\sqrt{21}}{7}$.点$B$到平面$ACD$的距离为$\frac{2\sqrt{21}}{7}$ …………12分

20.【解析】（1）由已知设双曲线C的方程为：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$

由已知得$a^2+b^2=6$，且$\frac{9}{a^2}-\frac{6}{b^2}=1$ ……………………………………3分

解得$a^2=b^2=3$，故双曲线C的方程为$x^2-y^2=3$. ……………………………………5分

（2）设直线l的方程为：$y=m(m\neq0)$

与$x^2-y^2=3$联立解得：$x=\sqrt{m^2+3}$或$x=-\sqrt{m^2+3}$ ……………………………………7分

不妨设$A\left(-\sqrt{m^2+3},m\right)$，$B\left(\sqrt{m^2+3},m\right)$.

由（1）值点$M\left(\sqrt{3},0\right)$

AM, BM 的斜率分别为：$k_{AM}=-\dfrac{m}{\sqrt{m^2+3}+\sqrt{3}}, k_{BM}=\dfrac{m}{\sqrt{m^2+3}-\sqrt{3}}$ ……

$k_{AM}k_{BM}=-\dfrac{m}{\sqrt{m^2+3}+\sqrt{3}}\cdot\dfrac{m}{\sqrt{m^2+3}-\sqrt{3}}=-1$

所以 $AM\perp BM$，故以 AB 为直径的圆过点 M． ……………………………………12 分

21.【解析】(1) $f(x)=\ln x+mx, m\in R$，$f'(x)=\dfrac{1}{x}+m, x>0$ ……………………2 分

当 $m\geq 0$ 时，$f(x)$ 递增区间为 $(0,+\infty)$；

当 $m<0$ 时，$f(x)$ 递增区间为 $\left(0,-\dfrac{1}{m}\right)$，递减区间为 $\left(-\dfrac{1}{m},+\infty\right)$ ……………………4 分

(2) $g(x)=f(x)+\dfrac{1}{2}x^2$，$g'(x)=\dfrac{x^2+mx+1}{x}$

当 $-2\leq m\leq 2$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 递增，无极值点；……………………6 分

当 $m<-2$ 或 $m>2$ 时，由 $g'(x)=0$，得 $x_1=\dfrac{-m-\sqrt{m^2-4}}{2}, x_2=\dfrac{-m+\sqrt{m^2-4}}{2}$

若 $m>2$，则 $x_1<x_2<0$，$g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 递增，无极值点；

若 $m<-2$，则 $x_1+x_2=-m, x_1x_2=1$，不妨设 $0<x_1<1<x_2$．

此时 $g(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2．……………………………………………………8 分

$g(x_1)+g(x_2)=\ln x_1+mx_1+\dfrac{1}{2}x_1^2+\ln x_2+mx_2+\dfrac{1}{2}x_2^2$

$=\ln(x_1x_2)+m(x_1+x_2)+\dfrac{1}{2}(x_1^2+x_2^2)=-\dfrac{1}{2}m^2-1$ ……………………………10 分

因为 $m<-2$，故 $-\dfrac{1}{2}m^2-1<-3$，即 $g(x_1)+g(x_2)+3<0$． ……………………12 分

22.【解析】(1) 由已知得 $\rho^2=2\rho\cos\theta$，又 $\rho^2=x^2+y^2, \rho\cos\theta=x$ ………………2 分

故 $x^2+y^2=2x$，曲线 C 的直角坐标方程为：$(x-1)^2+y^2=1$．……………………4 分

(2) 由已知直线 l 的参数方程为：$\begin{cases}x=3+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t\\ y=1+\dfrac{1}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数） ……………………6 分

代入 $(x-1)^2+y^2=1$ 整理得：$t^2+(2\sqrt{3}+1)t+4=0$

设上方程两根为 t_1, t_2，则 $t_1+t_2=-(2\sqrt{3}+1)$ ………………………………8 分

故点 M 对应的参数为：$t_0=\dfrac{t_1+t_2}{2}=-\left(\sqrt{3}+\dfrac{1}{2}\right)$，

由参数 t_0 的几何意义可知：$|PM|=|t_0|=\sqrt{3}+\dfrac{1}{2}$．……………………………10 分

23.【解析】(1) 当 $a=2$ 时，$f(x)=|x-2|-|x+1|=\begin{cases}3, x<-1\\ 1-2x, & -1\le x\le 2\\ -3, x>2\end{cases}$ ⋯

所以 $f(x)\le 3$ 等价于 $\begin{cases}x<-1\\ 3\le 2\end{cases}$ ①或 $\begin{cases}-1\le x\le 2\\ 1-2x\le 2\end{cases}$ ②或 $\begin{cases}x>2\\ -3\le 2\end{cases}$ ③

解①得 $\varnothing$；解②得 $-\frac{1}{2}\le x\le 2$；解③ $x>2$ ⋯⋯⋯⋯4 分

所以，原不等式的解集为 $\left[-\frac{1}{2},+\infty\right)$ ⋯⋯⋯⋯5 分

(2) 由 (1) $f(x)=|x-a|-|x+1|$，几何意义可知，$f(x)_{\min}=-|a+1|$ ⋯⋯⋯⋯7 分

故 $-|a+1|\ge 2a-1$，即 $|a+1|+2a-1\le 0$ ⋯⋯⋯⋯8 分

当 $a\ge -1$ 时，解得 $a\le 0$，故 $-1\le a\le 0$；

当 $a<-1$ 时，解得 $a\le 2$，故 $a<-1$；

综合上述，实数 a 的取值范围是 $(-\infty,0]$ ⋯⋯⋯⋯10 分