秘密★启用前

2021届“3+3+3”高考备考诊断性联考卷（三）
理科数学

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚.
2. 每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 在试题卷上作答无效.
3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回. 满分150分，考试用时120分钟.

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合 $A=\{x\mid 3\leqslant x<7\}$，$B=\{x\mid x^2-12x+20<0\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{x\mid x\geqslant 10$ 或 $x\leqslant 2\}$　　B. $\{x\mid x\geqslant 10$ 或 $x\leqslant 2$ 或 $3\leqslant x<7\}$

C. $\{x\mid x\geqslant 10\}$　　D. $\{x\mid 3\leqslant x<7\}$

2. 设复数 $z=\mathrm{i}$，则复数 z 的虚部为

A. 0　　B. 1

C. i　　D. -1

3. 在古典概型中，若 A，B 为互斥但不对立事件，则

A. $P(A)+P(B)<1$　　B. $P(A)+P(B)>1$

C. $P(A)+P(B)\leqslant 1$　　D. $P(A)+P(B)=1$

4. “石龙对石虎，金银万万五，谁能识得破，买进成都府”. 这个民谣在彭山地区流传了三百多年，2020年彭山江口沉银遗址水下考古取得重大突破，出水文物超过10000件，实证确认了“张献忠江口沉银”以及“木鞘藏金”的传说. “木鞘藏金”指的是可视为圆柱的木料内放置了一个可视为球体的金疙瘩，这个金疙瘩与木料的底面和侧面都相切，则这个金疙瘩的体积与该木鞘(这个圆柱体)的体积之比为

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{1}{5}$　　D. $\frac{2}{5}$

在等腰直角三角形 ABC 中，角 B 为直角，且 $AB=1$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}=$

A. $1+\sqrt{2}$　　B. $1-\sqrt{2}$

C. -1　　D. 1

在△ABC 中，若满足 $\frac{a}{b}=\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+B\right)}{\cos(2\pi-A)}$，则该三角形的形状为

等腰三角形　　B. 直角三角形

等腰直角三角形　　D. 等腰三角形或直角三角形

7. 函数 $f(x)=\frac{x}{e^x}$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程为

A. $y=1$

B. $y=x+1$

C. $y=\frac{1}{e}$

D. $y=x+\frac{1}{e}$

8. 若等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，且 $a_1a_{10}=9$，则 $\log_9 a_1+\log_9 a_2+\cdots+\log_9 a_{10}=$

A. 6

B. 5

C. 4

D. $1+\frac{\log_3 5}{2}$

9. 已知双曲线方程为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$，左焦点 F_1 关于一条渐近线的对称点在另一条渐近线上，则该双曲线的离心率为

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $2\sqrt{2}$

D. $4\sqrt{2}$

10. 6 道题目中有 4 道理科题目和 2 道文科题目，如果不放回地依次抽取 2 道题目，则在第 1 次抽到理科题目的条件下，第 2 次抽到理科题目的概率为

A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{2}{3}$

11. 已知直线 $kx-y=0(k<0)$ 与函数 $y=\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ 的图象有且仅有两个公共点，若这两个公共点的横坐标分别为 α，β，且 $\alpha<\beta$，则下列说法正确的是

A. $\tan\left(\beta+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{1}{\beta}$

B. $\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{1}{\alpha}$

C. $\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{1}{\beta}$

D. $\tan\left(\beta+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{1}{\alpha}$

12. 在锐角三角形 ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，且满足 $a+2a\cos B=c$，则 $\frac{\tan B-\tan A}{\tan A\cdot\tan B}$ 的取值范围是

A. $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

B. $(1, 2)$

C. $\left(1, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$

D. $(1, +\infty)$

B

二、**填空题**（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13. $\left(1-\dfrac{1}{2x}\right)^5$ 的展开式中含有$\dfrac{1}{x^3}$的项的系数为________．（用数字作答）

14. 函数 $f(x)=\sin 2x+\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的单调递增区间为________．

15. 对于如图1所示的程序，若输入的 $x=2$，则输出的数为________．

```
INPUT  x
IF  x<0  THEN
x=x^2
END  IF
PRINT  x
END
```

图1

16. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 P 是直线 l 上的动点，直线 l 过点 $(-1,1)$，直线 l 在两坐标轴上的截距互为相反数且不为0，过点 P 作圆 C：$x^2-4x+y^2=0$ 的切线，切点为 A，B，当直线 AB 的斜率为正时，直线 AB 在 x 轴和 y 轴上的截距之和的最大值为________．

三、**解答题**（共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分12分）

已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 $S_n=n^2+\dfrac{1}{2}n$．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设 $b_n=\left(a_n+\dfrac{1}{2}\right)\cdot 2^{n-1}$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n．

18.（本小题满分12分）

如图2，在三棱锥 $P-ABC$ 中，三角形 ABC 为等腰直角三角形且 $\angle ABC=90°$，侧棱 PA，PB，PC 相等且 $PC=AC=4$，O 为 AC 的中点．

（1）求证：平面 $PAC\perp$ 平面 ABC；

（2）求直线 PB 与平面 PAC 所成角的正弦值．

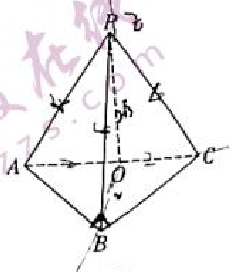

图2

19.（本小题满分12分）

新疆拥有巨大的植棉气候优势，日照时间长，光线充足，生长周期长，昼夜温差大，常年供不应求，品质属于世界顶级，植保无人机、打包采棉机、残膜回收机、智能深翻犁、……，这些智能机器，受到越来越多新疆棉农的青睐，新疆棉花生产早已经实现高度机械化，即使在忙碌的采摘季节，也不需要大量的“采棉工”．下表是新疆长绒棉近年来产量表：

年份	2015	2016	2017	2018	2019	2020
年份代码 x	1	2	3	4	5	6
年产量 y（百万吨）	6.6	6.7	7	7.1	7.2	7.4

-0.4　-0.3　0

（1）根据表中数据，建立 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$；

（2）根据线性回归方程预测2021年新疆长绒棉的年产量．

附：对于一组数据$(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$，…，$(x_n,\ y_n)$，其回归直线方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$的斜率和截距的最小二乘估计分别为$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.

（参考数据：$\sum\limits_{i=1}^{6}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=2.8$，计算结果保留到小数点后两位）

20.（本小题满分12分）

已知椭圆C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的短轴长为$2\sqrt{3}$，$F_1$，$F_2$为左、右焦点，$M$为上顶点，$O$为坐标原点，若$\triangle MOF_2$的面积为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

（1）求椭圆C的方程；

（2）已知斜率存在的直线l与椭圆C相交于A，B两点，点$P(3,\ 0)$总满足$\angle APO=\angle BPO$，证明：直线l过定点，并求出该定点坐标.

21.（本小题满分12分）

已知$f(x)=e^x+2ax(a\in\mathbf{R})$.

（1）求$f(x)$的单调区间；

（2）已知$a>0$，令$g(x)=f(x)-a(x-1)\ln(ax-a)$，若$g(x)$单调递增，求实数$a$的取值范围.

请考生在第22、23两题中任选一题作答，并用2B铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑. 注意所做题目的题号必须与所涂题目的题号一致，在答题卡选答区域指定位置答题. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（本小题满分10分）【选修4-4：坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=\cos^2\beta-\sin^2\beta,\\ y=\dfrac{\tan\beta}{1+\tan^2\beta},\end{cases}$（$\beta$为参数），以坐标原点$O$为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

（1）求曲线C的极坐标方程；

（2）若点M，N为曲线C上的两点，且满足$\angle MON=\dfrac{\pi}{6}$，求$\dfrac{1}{|OM|^2}+\dfrac{1}{|ON|^2}$的最大值.

23.（本小题满分10分）【选修4-5：不等式选讲】

（1）已知关于x的不等式$|x-3|+|x-4|<a$的解集不是空集，求实数a的取值范围；

（2）已知关于x的不等式$|x-a^2-1|+|x-4a+3|\geq 1$恒成立，求实数a的取值范围.

2021届“3+3+3”高考备考诊断性联考卷（三）
理科数学参考答案

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	B	A	B	C	D	C	B	B	A	A	C

【解析】

1．$\because x^2-12x+20<0$，$\therefore 2<x<10$．$\therefore A\cap B=\{x\mid 3\leqslant x<7\}$，故选D．

2．$\because z=\mathrm{i}$，所以虚部为1，故选B．

3．由互斥事件对立事件定义知，故选A．

4．设球的半径为r，$\therefore \dfrac{V_{球}}{V_{圆柱}}=\dfrac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\pi r^2\cdot 2r}=\dfrac{2}{3}$，故选B．

5．$\because \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}=1\times1\times\cos90^\circ+1\times\sqrt{2}\times\cos135^\circ=-1$，故选C．

6．$\because \dfrac{a}{b}=\dfrac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+B\right)}{\cos(2\pi-A)}=\dfrac{\cos B}{\cos A}$，由正弦定理得$\sin A\cos A=\sin B\cos B$，即$\sin 2A=\sin 2B$，

$\therefore A=B$或$A+B=\dfrac{\pi}{2}$，故选D．

7．$\because f'(x)=\dfrac{1-x}{\mathrm{e}^x}$，$\therefore f'(1)=0$，$f(1)=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$，所以切线方程为$y=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$，故选C．

8．$\because \log_9 a_1+\log_9 a_2+\cdots+\log_9 a_{10}=\log_9[(a_1a_{10})(a_2a_9)(a_3a_8)(a_4a_7)(a_5a_6)]=\log_9 9^5=5$，故选B．

9．由对称性知两渐近线夹角为60°，$\therefore \dfrac{b}{a}=\tan60^\circ=\sqrt{3}$，$\therefore e=2$，故选B．

10．因为不放回地抽取两次，设第一次抽到理科题目为事件A，第二次抽到理科题目为事件B，

则$P(A)=\dfrac{\mathrm{A}_4^1\mathrm{A}_5^1}{\mathrm{A}_6^2}=\dfrac{2}{3}$，$P(AB)=\dfrac{\mathrm{A}_4^2}{\mathrm{A}_6^2}=\dfrac{2}{5}$，$\therefore P(B\mid A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}=\dfrac{3}{5}$，故选A．

11．由题知，直线$kx-y=0(k<0)$与曲线$y=\cos\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)$在第二象限有一个交点，在第四象限有一个切点，由切点在切线上，切点在曲线上，曲线在切点的斜率等于曲线在切点的导

数值知$\begin{cases} k\beta=\cos\left(\beta+\dfrac{\pi}{6}\right), \\ k=-\sin\left(\beta+\dfrac{\pi}{6}\right) \end{cases}$ $\Rightarrow \tan\left(\beta+\dfrac{\pi}{6}\right)=-\dfrac{1}{\beta}$，故选 A.

12．$\because a+2a\cos B=c$，由正弦定理得$\sin A+2\sin A\cos B=\sin C$，$\because \sin C=\sin(A+B)$，即 $\sin A=\sin(B-A)$，因为三角形为锐角三角形，$\therefore B=2A$，$\therefore \begin{cases} 0<B<\dfrac{\pi}{2}, \\ 0<\pi-A-B<\dfrac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{\pi}{3}<B<\dfrac{\pi}{2}$，

$\therefore \dfrac{\tan B-\tan A}{\tan A\tan B}=\dfrac{\sin B\cos A-\cos B\sin A}{\sin A\sin B}=\dfrac{\sin(B-A)}{\sin A\sin B}=\dfrac{\sin A}{\sin A\sin B}=\dfrac{1}{\sin B}$，$\dfrac{\tan B-\tan A}{\tan A\tan B}\in \left(1,\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)$，故选 C.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

题号	13	14	15	16
答案	$-\dfrac{5}{4}$	$\left[k\pi-\dfrac{\pi}{3},k\pi+\dfrac{\pi}{6}\right]$，$k\in\mathbf{Z}$	2	0

【解析】

13．$\because T_{r+1}=C_5^r\left(-\dfrac{1}{2x}\right)^r$，令$r=3$，所以其系数为$C_5^3\left(-\dfrac{1}{2}\right)^3=-\dfrac{5}{4}$.

14．$\because f(x)=\sin 2x+\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$，$\therefore 2k\pi-\dfrac{\pi}{2}\leqslant 2x+\dfrac{\pi}{6}\leqslant\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，即单调递增区间为$\left[k\pi-\dfrac{\pi}{3},k\pi+\dfrac{\pi}{6}\right]$，$k\in\mathbf{Z}$.

15．$\because f(x)=\begin{cases} x^2, & x<0, \\ x, & x\geqslant 0, \end{cases}$ $\therefore f(2)=2$.

16．已知直线 l：$y=x+2$，设$P(a,a+2)$，已知圆的方程为$(x-2)^2+y^2=4$，所以直线 AB 方程为$(a-2)(x-2)+(a+2)y=4$，即$a(x+y-2)+2(y-x)=0$，所以直线AB过定点$(1,1)$，令直线 AB 斜率为 k，所以直线 AB 方程为$y-1=k(x-1)$，所以直线与 x 轴交点坐标为$\left(\dfrac{k-1}{k},0\right)$，与$y$轴交点坐标为$(0,1-k)$，所以截距之和为$1-k+\dfrac{k-1}{k}=2-\left(k+\dfrac{1}{k}\right)\leqslant 2-2=0$，当且仅当$k=1$时成立.

三、解答题（共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分 12 分）

解：（1）当 $n=1$ 时，$a_1=S_1=\frac{3}{2}$， ……（1 分）

当 $n\geqslant 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=2n-\frac{1}{2}$， ……（4 分）

经验证 $n=1$ 满足 $a_n=2n-\frac{1}{2}$， ……（5 分）

$\therefore a_n=2n-\frac{1}{2}$． ……（6 分）

（2）$\because b_n=n\cdot 2^n$， ……（8 分）

$\therefore T_n=1\times 2^1+2\times 2^2+\cdots+(n-1)\times 2^{n-1}+n\times 2^n$①，

$2T_n=1\times 2^2+2\times 2^3+\cdots+(n-1)\times 2^n+n\times 2^{n+1}$②， ……（10 分）

由①②得 $T_n=(n-1)\times 2^{n+1}+2$． ……（12 分）

18.（本小题满分 12 分）

（1）证明：连接 OB，$\because \triangle PAC$ 为等边三角形，O 为 AC 的中点，

$\therefore PO\perp AC$． ……（1 分）

$\because PA=PB=AC=4$，$\therefore AO=BO=2$．

$\therefore PO=2\sqrt{3}$． ……（2 分）

在 $\triangle PBO$ 中，$\because PB^2=PO^2+BO^2$，$\therefore \angle POB=90^\circ$，

即 $PO\perp OB$． ……（3 分）

又 $\because AO\cap BO=O$． ……（4 分）

$\therefore PO\perp$ 平面ABC． ……（5 分）

$\because PO\subset$ 平面 PAC，$\therefore$ 平面 $PAC\perp$ 平面 ABC． ……（6 分）

（2）解：$\because PO\perp$ 平面 ABC，$\therefore PO\perp BO$， ……（8 分）

$\because BO\perp OC$，$AC\cap PO=O$，

$\therefore BO\perp$ 平面 PAC， ……（10 分）

$\therefore \angle BPO$ 为 PB 与平面 PAC 所成的角，

$\because PB=4$，$BO=2$，$\therefore \sin\angle BPO=\frac{1}{2}$． ……（12 分）

19.（本小题满分 12 分）

解：（1）由题意可知：$\overline{x}=\dfrac{1+2+3+4+5+6}{6}=3.5$， ……………………（1 分）

$\overline{y}=\dfrac{6.6+6.7+7+7.1+7.2+7.4}{6}=7$， ……………………（2 分）

$\sum\limits_{i=1}^{6}(x_i-\overline{x})^2=(-2.5)^2+(-1.5)^2+(-0.5)^2+0.5^2+1.5^2+2.5^2=17.5$，

……………………（4 分）

所以$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\dfrac{2.8}{17.5}=0.16$， ……………………（5 分）

又$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=7-0.16\times3.5=6.44$， ……………………（6 分）

故y关于x的线性回归方程为$\hat{y}=0.16x+6.44$． ……………………（7 分）

（2）由（1）可得，当年份为 2021 年时，年份代码为$x=7$， ……………………（9 分）

此时$\hat{y}=0.16\times7+6.44=7.56$．

所以可预测 2021 年新疆长绒棉年产量约为 7.56 百万吨． ……………………（12 分）

20.（本小题满分 12 分）

（1）解：椭圆短轴长为$2\sqrt{3}$，

$\therefore b=\sqrt{3}$． ……………………（1 分）

$\because S_{\triangle MOF_2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore \dfrac{1}{2}bc=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore c=1$，$a^2=4$． ……………………（3 分）

$\therefore$椭圆方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$． ……………………（4 分）

（2）证明：当直线l与椭圆交于x轴同侧时，

有P，A，B三点共线，即$\angle APO=\angle BPO$，

此时直线l过定点$P(3,\ 0)$． ……………………（6 分）

当直线l与椭圆交于x轴两侧时，

$\because \angle APO=\angle BPO$，$\therefore k_{AP}+k_{BP}=0$． ……………………（7 分）

令直线 AB 方程为 $y=kx+m$， $A(x_1,\ y_1)$， $B(x_2,\ y_2)$，

$$\therefore \begin{cases} y=kx+m, \\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1, \end{cases}$$ 即 $(3+4k^2)x^2+8kmx+(4m^2-12)=0$，

$$\therefore \begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{8km}{3+4k^2}, \\ x_1x_2=\dfrac{4m^2-12}{3+4k^2}, \end{cases}$$ ……………………………………………………（8 分）

$$\therefore k_{AP}+k_{BP}=\frac{y_1}{x_1-3}+\frac{y_2}{x_2-3}=\frac{2k(x_1x_2)+(m-3k)(x_1+x_2)-6m}{x_1x_2-3(x_1+x_2)+9}=0,$$

即 $2k\cdot\dfrac{4m^2-12}{3+4k^2}+(m-3k)\left(-\dfrac{8km}{3+4k^2}\right)-6m=0$，

$\therefore k=-\dfrac{3}{4}m$， ……………………………………………………（10 分）

所以直线方程为 $y=-\dfrac{3}{4}mx+m$，

所以直线过定点 $\left(\dfrac{4}{3},\ 0\right)$， ……………………………………………………（11 分）

综上，直线过定点 $(3,\ 0)$ 或 $\left(\dfrac{4}{3},\ 0\right)$. ……………………………………（12 分）

21.（本小题满分 12 分）

解：（1）$\because f'(x)=e^x+2a$， ……………………………………………………（1 分）

当 $a\geqslant 0$ 时， $f'(x)>0$，

$\therefore f(x)$ 单调递增； ……………………………………………………（2 分）

当 $a<0$ 时， $\therefore x\in(-\infty,\ \ln(-2a))$， $f'(x)<0$，

$\therefore f(x)$ 单调递减， ……………………………………………………（3 分）

$\therefore x\in(\ln(-2a),\ +\infty)$， $f'(x)>0$，

$\therefore f(x)$ 单调递增. ……………………………………………………（4 分）

（2）$\because g(x)=f(x)-a(x-1)\ln(ax-a)$，

$\therefore g(x)=e^x+2ax-a(x-1)\ln(ax-a)$.

$\because g(x)$ 单调递增， $\therefore g'(x)\geqslant 0$，

即 $e^x+a\geqslant a\ln(ax-a)=a\ln a(x-1)$， ……………………………………（5 分）

即 $\frac{e^x}{a}+1\geqslant\ln a+\ln(x-1)$，

即 $\frac{e^x}{a}+x-\ln a\geqslant\ln(x-1)+(x-1)$，

即 $\frac{e^x}{e^{\ln a}}+x-\ln a\geqslant\ln(x-1)+(x-1)$，

即 $e^{x-\ln a}+(x-\ln a)\geqslant\ln(x-1)+(x-1)$， ……………………（7 分）

令 $h(t)=e^t+t$，即 $h(x-\ln a)\geqslant h(\ln(x-1))$， ……………………（8 分）

$\because h'(t)=e^t+1$，$\therefore h(t)$ 单增，

$\therefore x-\ln a\geqslant\ln(x-1)$，即 $\ln a\leqslant x-\ln(x-1)$， ……………………（9 分）

令 $m(x)=x-\ln(x-1)$，$\therefore m'(x)=\frac{x-2}{x-1}$，

$\therefore x\in(1,\ 2)$，$m'(x)<0$，$\therefore m(x)$ 单调递减，

$x\in(2,\ +\infty)$，$m'(x)>0$，$\therefore m(x)$ 单调递增，

$\therefore m(x)_{\min}=m(2)=2$， ……………………（10 分）

$\therefore \ln a\leqslant 2$，即 $a\leqslant e^2$， ……………………（11 分）

$\because a>0$，$\therefore 0<a\leqslant e^2$． ……………………（12 分）

22.（本小题满分 10 分）【选修 4-4：坐标系与参数方程】

解：（1）$\begin{cases}x=\cos^2\beta-\sin^2\beta,\\ y=\dfrac{\tan\beta}{1+\tan^2\beta},\end{cases}$（$\beta$为参数），消去 β，

$\therefore x^2+4y^2=1(x\neq-1)$． ……………………（2 分）

令 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，

$\therefore (\rho\cos\theta)^2+4(\rho\sin\theta)^2=1(\theta\neq\pi+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z})$．

……………………（4 分）

$\therefore \rho^2=\frac{1}{1+3\sin^2\theta}(\theta\neq\pi+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z})$． ……………………（5 分）

（2）不妨设 $M(\rho_1,\ \theta)$，$N\left(\rho_2,\ \theta+\frac{\pi}{6}\right)$，

则 $|OM|=\rho_1$，$|ON|=\rho_2$， ……………………（6 分）

$\therefore \dfrac{1}{|OM|^2}+\dfrac{1}{|ON|^2}=1+3\sin^2\theta+1+3\sin^2\left(\theta+\dfrac{\pi}{6}\right)$

$=5-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\cos\left(2\theta+\dfrac{\pi}{6}\right)\leqslant 5+\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. ……………………………………………（9 分）

当且仅当 $\theta=\dfrac{5\pi}{12}+k\pi$， $k\in\mathbf{Z}$ 取等号． ……………………………………（10 分）

23.（本小题满分 10 分）【选修 4-5：不等式选讲】

解：（1）设 $f(x)=|x-3|+|x-4|$，

其几何意义为 x 轴上的动点到 $(3,0)$，$(4,0)$ 的距离之和， …………………（1 分）

当动点位于 $(3,0)$，$(4,0)$ 之间时， $f(x)_{\min}=1$， ………………………………（3 分）

∵该不等式解集非空，所以 $a>1$． ……………………………………………（5 分）

（2）设 $g(x)=|x-a^2-1|+|x-4a+3|$，

$\therefore g(x)=|x-a^2-1|+|x-4a+3|\geqslant|x-a^2-1-x+4a-3|=|-a^2+4a-4|=(a-2)^2$．

……………………………………………………………………（8 分）

$\therefore (a-2)^2\geqslant 1$． ……………………………………………………（9 分）

即 $a\geqslant 3$ 或 $a\leqslant 1$． ……………………………………………………（10 分）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》