贵州省2023年普通高等学校招生适应性测试

文科数学

姓名________ 准考证号________

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 复数 $z=\dfrac{3+i}{1+i}$ 在复平面上对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

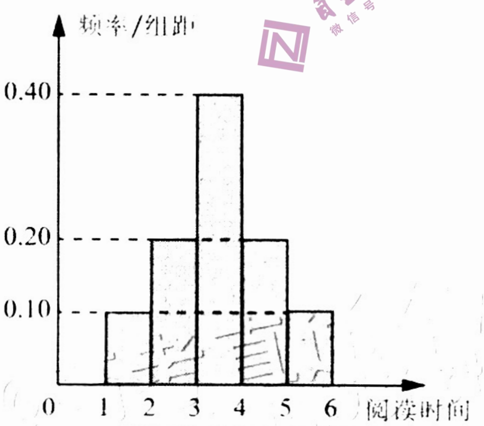
2. 设 $A=\{0,1,2,3\}$，$B=\{x\mid(x-1)(x-2)>0\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{0,1\}$　　B. $\{0,3\}$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{2,3\}$

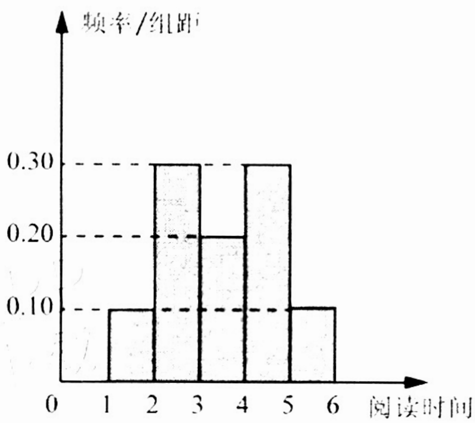
3. 实数 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x\geqslant 0,\\ x-y\leqslant 0,\\ x+y-2\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=2x+y$ 的最大值是

A. 0　　B. 2　　C. 3　　D. 4

4. 某校为了解高一学生一周课外阅读情况，随机抽取甲，乙两个班的学生，收集并整理他们一周阅读时间（单位：h），绘制了下面频率分布直方图．根据直方图，得到甲，乙两校学生一周阅读时间的平均数分别为 $\bar{x}_1$，$\bar{x}_2$，标准差分别为 s_1，s_2，则



甲班频率分布直方图



乙班频率分布直方图

A. $\bar{x}_1=\bar{x}_2$，$s_1>s_2$　　B. $\bar{x}_1=\bar{x}_2$，$s_1<s_2$

C. $\bar{x}_1>\bar{x}_2$，$s_1>s_2$　　D. $\bar{x}_1<\bar{x}_2$，$s_1<s_2$

5. 已知函数 $f(x)=|x-1|-1$，下列结论正确的是

A. $f(x)$ 是偶函数

B. $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增

C. $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称

D. $f(x)$ 的图象与 x 轴围成的三角形面积为2

6. 在直角坐标系 xOy 中，锐角 α 的顶点为坐标原点，始边与 x 轴的非负半轴重合，若终边与单位圆交于点 $A(\frac{4}{5},y_0)$，则 $\sin(\alpha+\frac{\pi}{4})=$

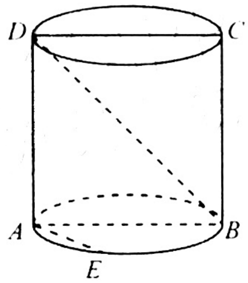
A. $\frac{\sqrt{2}}{10}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{5}$　　C. $\frac{2\sqrt{2}}{5}$　　D. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$

7. 命题 p："$\forall x\in\mathbf{R}, x^2-mx+1>0$"，命题 q："$m<2$"，则 p 是 q 的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分又不必要条件

8. 如图，圆柱的底面直径 AB 与母线 AD 相等，E 是弧 AB 的中点，则 AE 与 BD 所成的角为



A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

9. 某工厂产生的废气经过过滤后排放，已知在过滤过程中的污染物的残留含量 P(单位：mg/L)与过滤时间 t(单位：h)之间的函数关系为 $P=P_0e^{-kt}$，其中e是自然对数的底数，k 为常数，P_0 为原污染物总量．若前5个小时废气中的污染物被过滤掉了10%，则污染物被过滤掉了80%所需时间约为（$\ln 0.2\approx -1.609, \ln 0.9\approx -0.105$）

A. 73 h　　B. 75 h　　C. 77 h　　D. 79 h

10. 将函数 $f(x)=3\sin(2x+\frac{\pi}{6})$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后得到函数 $g(x)$ 的图象．若函数 $g(x)$ 在 $[-a,a]$（$a>0$）上单调递增，则实数 a 的取值范围是

A. $(0,\frac{\pi}{6}]$　　B. $(0,\frac{\pi}{4}]$　　C. $[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}]$　　D. $[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3}]$

11．椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的上顶点为$A$，$F$是$C$的一个焦点，点$B$在$C$上，若$3\overrightarrow{AF}+5\overrightarrow{BF}=\mathbf{0}$，则$C$的离心率为

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{3}{5}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

12．设$a=\frac{1}{2}\ln 3, b=\sqrt{3}-1, c=\sin 1$，则

A．$a>b>c$　　B．$c>b>a$　　C．$b>c>a$　　D．$c>a>b$

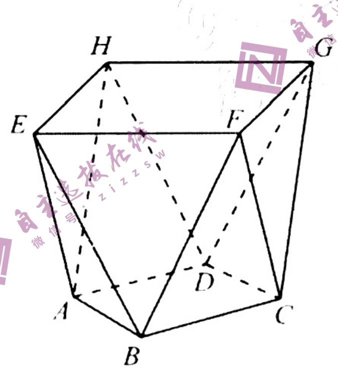
二、填空题（本题共4小题，每题5分，共20分）

13．向量$\boldsymbol{a}=(-1,-8)$，$\boldsymbol{b}=(2,1)$，$\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b}$．若$\boldsymbol{c}\perp\boldsymbol{b}$，则$k=$________．

14．已知圆M：$x^2+y^2-2x+4y=0$，双曲线N：$\frac{x^2}{4}-y^2=1$，倾斜角为锐角的直线l过M的圆心，且与N的一条渐近线平行，则l的方程为________．

15．在$\triangle ABC$中，点D在BC边上，$BD=2DC$．若$B=\frac{\pi}{4}$，$\sin\angle BAD=3\sin\angle CAD$，则$\sin C=$________．

16．如图，某环保组织设计一款苗木培植箱，其外形由棱长为2（单位：m）的正方体截去四个相同的三棱锥(截面为等腰三角形)后得到，若将该培植箱置于一球形环境中，则该球表面积的最小值为________m^2．



三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17～21题为必考题，每个考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共60分。

17．（12分）

公比为q的等比数列$\{a_n\}$满足$a_1+a_5=17$，$a_4+a_8=136$．

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若$b_n=\log_2 a_n$，记$\{b_n\}$的前n项和为T_n，求$\frac{1}{T_2}+\frac{1}{T_3}+\cdots+\frac{1}{T_{n+1}}$．

18.（12 分）

为提升学生实践能力和创新能力，某校从 2020 年开始在高一、高二年级开设“航空模型制作”选修课程．为考察课程开设情况，学校从两个年级各随机抽取 20 名同学分别制作一件航空模型，并根据每位同学作品得分绘制了如下茎叶图：

高一同学作品		高二同学作品
8 8 3 2	6	5 7
9 6 5 4 3 2 2 1 0	7	1 3 8 7 9
9 6 2 2 1	8	2 3 4 5 6 7 7 8 9 9
5 3	9	0 7 8

（1）在得分不低于 90 的作品中任选 2 件，求其制作者来自不同年级的概率；

（2）若作品得分不低于 80，评定为“优良”，否则评定为“非优良”，判断是否有 90% 的把握认为作品“优良”与制作者所处年级有关？

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2\geq k)$	0.150	0.100	0.010	0.001
k	2.072	2.706	6.635	10.828

19.（12 分）

矩形 $ABCD$ 中，$AB=\sqrt{3}, AD=1$（如图 1），将△DAC 沿 AC 折到△D_1AC 的位置，点 D_1 在平面 ABC 上的射影 E 在 AB 边上，连结 D_1B（如图 2）．

（1）证明：$AD_1\perp BC$；

（2）过 D_1E 的平面与 BC 平行，作出该平面截三棱锥 D_1-ABC 所得截面（不要求写作法）．记截面分三棱锥所得两部分的体积分别为 V_1，V_2，$V_1<V_2$，求 $\dfrac{V_1}{V_2}$．

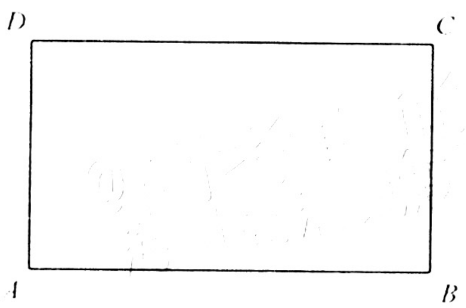


图1

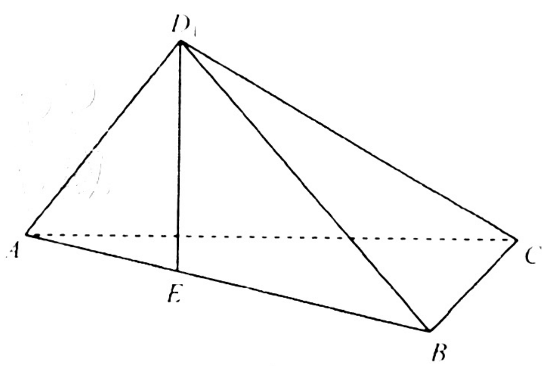


图2

20.（12 分）

过点 $S(4,0)$ 的直线 l 与抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 交于 A,B 两点，O 为坐标原点，$OA\perp OB$.

（1）求 C 的方程；

（2）在 x 轴上是否存在点 T，使得直线 TA 与直线 TB 的斜率之和为定值 k. 若存在，求出点 T 的坐标和定值 k；若不存在，请说明理由.

21.（12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x$，$g(x)=a(x-1)^2-1$.

（1）当 $a=\dfrac{1}{4}$ 时，求函数 $F(x)=f(x)-g(x)$ 的最大值；

（2）当 $a=-\dfrac{1}{4}$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 的公切线方程.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多选，则按所做的第一题计分。

22．[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = t, \\ y = \dfrac{\lambda}{t} \end{cases}$（$t$ 为参数，常数 $\lambda > 0$），以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的方程为 $\rho\sin(\theta - \dfrac{\pi}{6}) = 2$．

（1）写出 C 的极坐标方程和 l 的直角坐标方程；

（2）若直线 $\theta = \dfrac{\pi}{12}(\rho \in \mathbf{R})$ 和 C 相交于 A，B 两点，以 AB 为直径的圆与直线 l 相切，求 λ 的值．

23．[选修 4-5:不等式选讲]（10 分）

设 $a > 0, b > 0$，已知函数 $f(x) = |x + a| + |x - b|$ 的最小值为 2．

（1）求证：$\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{ab} \geqslant 3$；

（2）$\forall t \in \mathbf{R}$，求证：$\dfrac{\sin^4 t}{a} + \dfrac{\cos^4 t}{b} \geqslant \dfrac{1}{2}$．