2020~2021学年安徽名校第一学期期末联考

文科数学

本试卷共4页，23题(含选考题)。全卷满分150分，考试时间120分钟。

考生注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答：先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用2B铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内，写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并上交。

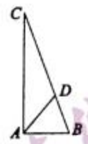
一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A=\{x|1<x<3\}$，$B=\{x|2<x<4\}$，则 $A\cup B=$

A. $\{x|2<x<3\}$　　B. $\{x|1<x<4\}$　　C. $\{x|3<x<4\}$　　D. $\{x|1\leq x<4\}$

2. 已知复数 z 满足 $z(2-i)=i$(i为虚数单位)，则 $z=$

A. $\frac{-1+2i}{5}$　　B. $\frac{-1-2i}{5}$　　C. $\frac{1-2i}{5}$　　D. $\frac{1+2i}{5}$



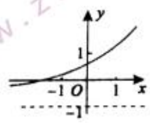
3. 如图，$AB=1$，$AC=3$，$\angle A=90°$，$\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{DB}$，则 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=$

A. $\frac{4}{3}$　　B. 1　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{1}{3}$

4. 某篮球运动员参加的6场比赛的得分绘制成如图所示的茎叶图，从中任取一场比赛的得分大于平均值的概率为

2	0	6	
3	2	4	8
4	2		

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{6}$



5. 已知函数 $y=a^x-b$ 的图象如图所示，则以下结论不正确的是

A. $a^b>1$　　B. $\ln(a+b)>0$

C. $2^{b-a}<1$　　D. $b^a>1$

6. 记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和. 若 $a_4+a_5=0$，$a_6=3$，则 $S_7=$

A. -12　　B. -7　　C. 0　　D. 7

7. 已知棱长为2的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，P,E,F,G 分别为 CC_1,CD,D_1D,A_1B_1 的中点，则异面直线 GF 与 PE 所成角的余弦值为

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$

8. 将函数 $f(x)=2\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)(0<\omega<4)$ 的周期为 π，则以下说法正确的是

A. $\omega=1$　　B. 函数 $y=f(x)$ 图象的一条对称轴为 $x=\frac{\pi}{12}$

C. $f(\frac{\pi}{3})\geq f(x)$　　D. 函数 $y=f(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增

9. 小王、小李、小杨的职业是律师、教师和医生，小李的年龄比律师大，小杨和医生不同岁，医生的年龄小于小王的年龄，则小杨的职业是

A. 律师　　B. 教师　　C. 医生　　D. 不能判断

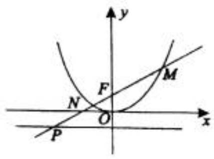
10. 在$\triangle ABC$中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，点D在边AC上，已知$A=\frac{\pi}{3}$，$AD=5$，$BD=7$，$c\sin B=b\cos\frac{C}{2}$，则$BC=$

A. 8　　B. 10　　C. $8\sqrt{3}$　　D. $10\sqrt{3}$

11. 已知函数$f(x)=\begin{cases}x+1,x\geqslant 0\\1,x<0\end{cases}$，若$f(f(a))=2$，则

A. $a=\pm 1$　　B. $a=-1$　　C. $a\leqslant 0$　　D. $a<0$

12. 设抛物线$C:x^2=4y(p>0)$的焦点为F，准线为l，过点F的直线交抛物线C于M,N两点，交l于点P，且$\overrightarrow{PF}=\overrightarrow{FM}$，则$|MN|=$



A. 2　　B. $\frac{8}{3}$　　C. 5　　D. $\frac{16}{3}$

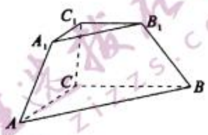
二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 设x,y满足$\begin{cases}2x+y\leqslant 4\\x-y\geqslant -1\\x+2y\leqslant 2\end{cases}$，则$z=x+y$的最大值为__________.

14. 已知$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{10}$，则$\sin 2\alpha=$__________.

15. 已知点$F(\sqrt{5},0)$为双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的焦点，$O$为坐标原点，以点$F$为圆心，2为半径的圆与双曲线$C$的一条渐近线交于$M,N$两点，若$\triangle MNF$为等边三角形，则该双曲线的离心率为__________.

16. 如图，在三棱台$ABC-A_1B_1C_1$中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC=4$，$A_1B_1=CC_1=2\sqrt{2}$，平面$AA_1B_1B\perp$平面ABC，则该三棱台外接球的表面积为__________.



三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17-21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22,23题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共60分。

17.（12分）

随着新冠疫情防控进入常态化，人们的生产生活逐步步入正轨。为拉动消费，某市发行2亿元消费券。为了解该消费券使用人群的年龄结构情况，该市随机抽取了50人，对是否使用过消费券的情况进行调查，结果如下表所示，其中年龄低于45岁的人数占总人数的$\frac{3}{5}$.

年龄（单位：岁）	[15,25)	[25,35)	[35,45)	[45,55)	[55,65)	[65,75)
调查人数	5	m	15	10	n	5
使用消费券人数	5	10	12	7	2	1

（1）求m,n值；

(2)若以"年龄45岁为分界点",由以上统计数据完成下面2×2列联表,并判断是否有99%的把握认为是否使用消费券与人的年龄有关.

	年龄低于45岁的人数	年龄不低于45岁的人数	合计
使用消费券人数			
未使用消费券人数			
合计			

参考数据:

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,其中$n=a+b+c+d$.

18.(12分)

从①$b_1+b_2+b_3+\cdots+b_n=\dfrac{n(n+1)}{2}(n\in\mathbf{N}^*)$,②$\{b_n\}$为等差数列且$b_2=2,2b_1+b_5=7$,这两个条件中选择一个条件补充到问题中,并完成解答.

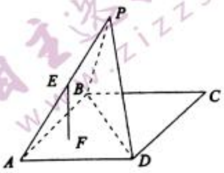
问题:已知数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$满足$a_n=2^{b_n}$,且__________.

(1)证明:数列$\{a_n\}$为等比数列;

(2)若c_m表示数列$\{b_n\}$在区间$(0,a_m)$内的项数,求数列$\{c_m\}$前m项的和T_m.

19.(12分)

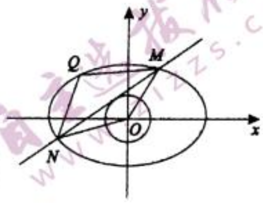
如图所示,在边长为2的棱形$ABCD$中,$\angle BAC=60°$,沿BD将三角形BCD向上折起到PBD位置,E为PA中点,若F为三角形ABD内一点(包括边界),且$EF//$平面PBD.



(1)求点F轨迹的长度;

(2)若$EF\perp$平面ABD,求证:平面$PBD\perp$平面ABD,并求三棱锥$P-ABD$的体积.

20.（12分）



已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 过点 $P\left(1,\frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$，离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）直线 l 与圆 $O:x^2+y^2=1$ 相切，且与椭圆 C 交于 M,N 两点，Q 为椭圆 C 上一个动点（点 O,Q 分别位于直线 l 两侧），求四边形 $OMQN$ 面积的最大值.

21.（12分）

已知函数 $f(x)=x^2+2mx+2\ln x+m(m\in\mathbf{R})$.

（1）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（2）函数 $f(x)$ 有两个不同的极值点 $x_1,x_2(x_1<x_2)$，求 $\frac{f(x_2)+x_1}{x_1}$ 的取值范围.

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题做答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.（10分）选修4-4：坐标系与参数方程

已知直线 $l:\begin{cases}x=2+t\cos\frac{3\pi}{4}\\ y=t\sin\frac{3\pi}{4}\end{cases}$（$t$ 为参数），曲线 $C:(x-2)^2+y^2=4$. 以坐标原点 O 为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系.

（1）求直线 l 和曲线 C 的极坐标方程；

（2）若射线 $\theta=\frac{\pi}{4}$ 分别交直线 l 和曲线 C 于 M、N 两点（N 点不同于坐标原点 O），求 $|MN|$.

23.（10分）选修4-5：不等式选讲

已知 $a>0,b>0$，若函数 $f(x)=|x+a|+|x-b|$ 的最小值为4.

（1）求 $a+b$ 的值；

（2）若 $a=1$，解关于 x 的不等式 $f(x)<5$.

2020-2021 学年安徽名校第一学期期末联考

高三文科数学参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	A	C	B	D	B	C	C	A	A	C	D

1.【解析】由题意可知 $A=\{x|1<x<3\}$，$B=\{x|2<x<4\}$，利用数轴可得，$A\cup B=\{x|1<x<4\}$.

2.【解析】因为 $z(2-i)=i$，所以 $z=\dfrac{i}{2-i}=\dfrac{-1+2i}{5}$.

3.【解析】由 $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，所以 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=(\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC})\cdot\overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}^2+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\times1^2+\frac{1}{3}|\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{AB}|\cos90^\circ=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times3\times0=\frac{2}{3}$

4.【解析】由题意知，平均值为 $\dfrac{20+26+32+34+38+42}{6}=32$，从六场比赛成绩选出一场比赛成绩的事件总数为 6，满足条件的基本事件为 3 个，所以所求的概率为 $\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$.

5.【解析】由图像可得 $a>1,0<b<1$，所以可得 $b-a<0$，$2^{b-a}<1$，经验证，除 D 不正确，其余均正确.

6.【解析】因为 $\begin{cases}a_4+a_5=2a_1+7d=0,\\a_6=a_1+5d=3,\end{cases}$，所以 $\begin{cases}a_1=-7,\\d=2,\end{cases}$ $S_7=(-7)\times7+2\times\dfrac{7(7-1)}{2}=-7$.

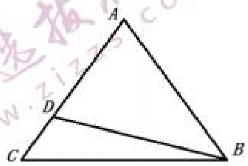
7【解析】取 D1C1 中点 H,连接 HF,则 HF//PE,即 $\angle GFH$ 为异面直线 GF 与 PE 所成的角，可得 $HF=\sqrt{2}$，$GH=2$,所以 $GF=\sqrt{6}$，从而得到 $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

8.【解析】函数 $f(x)=2\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)(0<\omega<4)$ 的周期为 π，所以 $\omega=2$，所以 $f(x)=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，可以判断 $f(\frac{\pi}{3})$ 为最大值所以 C 正确，其余均不正确.

9.【解析】小李的年龄比律师大，故小李不是律师，小杨和医生不同岁，故小杨不是医生，医生的年龄小于小王的年龄，故小王不是医生；若小杨是教师，则小李是医生，小王是律师，此时，由小李

的年龄比律师大，小李的年龄大于小王，由医生的年龄小于小王的年龄，所以小李的年龄小于小王的年龄，出现矛盾，故小杨是律师，小李是医生，小王是教师.

10.【解析】如图，在△ABD 中，$A=\frac{\pi}{3}$，$AD=5$，$BD=7$，由余弦定理可得，



$BD^2=AD^2+AB^2-2AB\cdot AD\cos\frac{\pi}{3}$，得 $AB=8$，因为

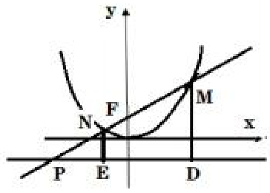
$c\sin B=b\cos\frac{C}{2}$，由正弦定理得 $\sin C\sin B=\sin B\cos\frac{C}{2}$，得

$\sin C=\cos\frac{C}{2}$，得 $2\sin\frac{C}{2}\cos\frac{C}{2}=\cos\frac{C}{2}$，得 $\sin\frac{C}{2}=\frac{1}{2}$，所以 $\frac{C}{2}=\frac{\pi}{6}$，

$C=\frac{\pi}{3}$，所以三角形△ABC 为等边三角形，即 BC=8.

11.【解析】当 $a<0$ 时，$f(a)=1$，得 $f(f(a))=f(1)=2$，当 $a=0$ 时，$f(0)=1$，$f(f(a))=f(1)=2$，成立，$a>0$，$f(a)=a+1$，得 $f(f(a))=f(a+1)=a+1+1=2$，得 $a=0$，不成立；所以 $a\le 0$.

12. 【解析】如图，过点 M 做 MD 垂直于准线 l，由抛物线定义得 MF=MD，因为 $\overline{PF}=\overline{FM}$，所以 PM=2MD，所以 $\angle DPM=30^\circ$，



则直线 MN 方程为 $x=\sqrt{3}(y-1)$，联立 $\begin{cases}x=\sqrt{3}(y-1),\\x^2=4y,\end{cases}$ 消去 x 得，$3y^2-10y+3=0$，设 $M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$，所以

$y_1+y_2=\frac{10}{3},y_1y_2=1$，得 $|MN|=y_1+y_2+2=\frac{10}{3}+2=\frac{16}{3}$.

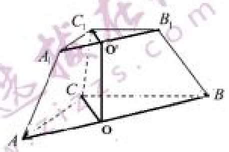
13.【答案】2【解析】由约束条件可得，当 $x=2,y=0$ 时，$z=x+y$ 取得最大值为 2.

14.【答案】 $-\frac{24}{25}$

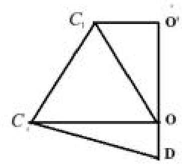
【解析】因为 $\sin(\alpha+\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{10}$，得 $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{5}$，所以 $\sin 2\alpha+1=\frac{1}{25}$，得 $\sin2\alpha=-\frac{24}{25}$.

15.【答案】 $\frac{\sqrt{10}}{2}$【解析】因为以点 F 为圆心，以 2 为半径的圆与双曲线的一条渐近线的交点为 M,N，且△MNF 为等边三角形，圆 F 与渐近线相交所得弦长 $|MN|=2$，因为焦点 F 到渐近线的距离为 b，

所以$b=\sqrt{3}$，而$c=\sqrt{5}$，所以$a^2=c^2-b^2=1$，得$a=\sqrt{2}$，所以双曲线C的离心率$e=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.



16.【答案】32π【解析】如图，取AB与A_1B_1中点O,O'，连接$CO,OO',C'O'$，则可得$CO=2\sqrt{2},C'O'=\sqrt{2}$，所以在直角梯形$C'O'OC$中可求得$O'O=\sqrt{6}$，由题意可知，该三棱台外接球的外接球的球心必在直线$O'O$上，



设球的半径为R，球心为D，则$(O'D-O'O)^2+OC^2=O'D^2+O'C^2$，得$O'D=\sqrt{6}$，所以球心恰好为点O，所以求的半径为$2\sqrt{2}$，所以该三棱台外接球的表面积为$4\pi(2\sqrt{2})=32\pi$.

17.【解析】(1) 由题意得$\begin{cases}5+m+15+10+n+5=50,\\ \dfrac{5+m+15}{50}=\dfrac{3}{5},\end{cases}$ ……2分

解得$m=10$，$n=5$；……4分

(2) 由以上统计数据填写下面2×2列联表，如下

	年龄低于45岁的人数	年龄不低于45岁的人数	合计
使用消费券人数	27	10	37
未使用消费券人数	3	10	13
合计	30	20	50

……8分

根据公式计算$K^2=\dfrac{50(10\times27-10\times3)^2}{37\times13\times30\times20}\approx9.98>6.635$，……10分

所以有99%的把握认为是否使用消费券与人的年龄有关. ……12分

18.【解析】(1) 选择①，因为$b_1+b_2+b_3+\cdots+b_n=\dfrac{n(n+1)}{2}(n\in N^*)$，

当$n=1$时，$b_1=1$. ……1分

当$n\geq2$时，$b_n=\dfrac{n(n+1)}{2}-\dfrac{n(n-1)}{2}=n$，$n=1$时也成立，故$b_n=n$，……3分

所以$a_n=2^n$，$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{2^{n+1}}{2^n}=2$，……5分

所以数列$\{a_n\}$是以2为首项，2为公比的等比数列. ……6分

若选择②，设数列$\{b_n\}$公差为d，

由题意$\begin{cases}b_1+d=2,\\2b_1+b_1+4d=7,\end{cases}$得$\begin{cases}b_1=1,\\d=1,\end{cases}$得$b_n=n$，……3分

即$\log_2 a_n=n$，得$a_n=2^n$，所以$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{2^{n+1}}{2^n}=2$. ……5分

所以数列$\{a_n\}$是以2为首项，2为公比的等比数列. ……6分

（2）若选择条件①，则$a_n=2^n$，……7分

所以c_1对应的区间为$(0,2)$，则$c_1=1$；c_2对应的区间为$(0,4)$，则$c_2=3$；

c_3对应的区间为$(0,8)$，则$c_3=7$；……；c_m对应的区间为$(0,2^m)$，则$c_m=2^m-1$；……10分

所以$T_m=2^1-1+2^2-1+\cdots 2^m-1=\frac{2(1-2^m)}{1-2}-m=2^{m+1}-2-m$. ……12分

若选择条件②，则$a_n=2^n$，……7分

所以c_1对应的区间为$(0,2)$，则$c_1=1$；c_2对应的区间为$(0,4)$，则$c_2=3$；

c_3对应的区间为$(0,8)$，则$c_3=7$；……；c_m对应的区间为$(0,2^m)$，则$c_m=2^m-1$；……10分

所以$T_m=2^1-1+2^2-1+\cdots 2^m-1=\frac{2(1-2^m)}{1-2}-m=2^{m+1}-2-m$. ……12分

（19题2个答案都算对）

19.证明：如图，取AB,AD中点为M,N,连接MN,则点F则线段MN上,证明如下：

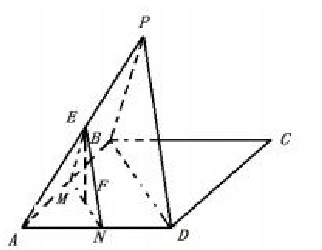
连接EM,EN, ……1分

因为E为PA中点,M为AB中点,

所以$EM\,//\,PB$,因为E为PA中点,N为AD中点,

所以$EN\,//\,PD$, ……3分

又$EM\cap EN=E$,所以平面$PBD\,//$平面EMN, ……4分



$EF \subset$ 平面EMN,所以$EF //$平面PBD，……………5 分

所以点 F 的轨迹为线段 MN,在三角形 ABD 中，因为$\angle BAC = 60^\circ$，所以$\angle BAC = 120^\circ$，

所以$MN = \frac{1}{2}BD = \sqrt{3}$；…………………………………………………………6 分

(2)连接 AF 延长交 BD 于点 O,因为平面$PBD //$平面EMN，

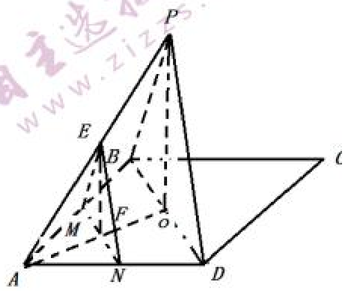
且平面$APO \cap$平面$EMN = EF$,平面$APO \cap$平面$PBD = PO$,

所以$EF // PO$，………………………………………………8 分

因为$EF \perp$平面ABD,所以$PO \perp$平面ABD

又$PO \subset$平面PBD，所以平面$PBD \perp$平面ABD,………10 分

可得 PO 为三棱锥 $P-ABD$ 的高，且$PO = 1$，



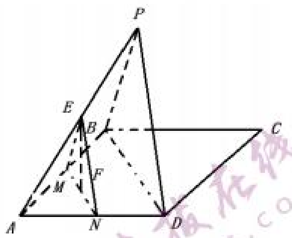
$V_{P-ABD} = \frac{1}{3} \times S_{\triangle ABD} \times PO = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$.………………………………12 分

19.【解析】证明：如图，取 AB,AD 中点为 M,N,连接 MN,则点 F 则线段 MN 上，
证明如下：连接 EM,EN,………………………………………1 分
因为 E 为 PA 中点.M 为 AB 中点，

所以$EM // PB$,因为 E 为 PA 中点.N 为 AD 中点，

所以$EN // PD$,……………………………………………3 分

又$EM \cap EN = E$,所以平面$PBD //$平面EMN,…………4 分



$EF \subset$平面EMN,所以$EF //$平面PBD，……………………………………………5 分

所以点 F 的轨迹为线段 MN，所以点 F 的轨迹为线段 MN=1；…………………………6 分

(2)连接 AF 延长交 BD 于点 O,因为平面$PBD //$平面EMN，

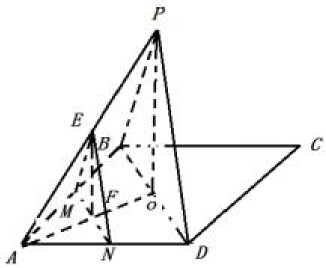
且平面$APO \cap$平面$EMN = EF$,平面$APO \cap$平面$PBD = PO$,

所以$EF // PO$，………………………………………8 分

因为$EF \perp$平面ABD,所以$PO \perp$平面ABD

又$PO \subset$平面PBD，所以平面$PBD \perp$平面ABD,……10 分

可得 PO 为三棱锥$P-ABD$的高，



$V_{P-ABD}=\frac{1}{3}\times S_{\triangle ABD}\times PO=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}=1$. ……………………………12 分

20.【解析】(1) 因为椭圆 C 过点 $P\left(1,\frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$, 所以 $\frac{1}{a^2}+\frac{32}{9b^2}=1$ ……………………1 分

因为离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$，所以 $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{3}$，……………………2 分

又 $a^2=b^2+c^2$，所以得 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$；……………………4 分

(2) (i) 当 MN 斜率存在时，设 MN 与圆 O 的切线为 $y=kx+n$，

要使四边形 $OMQN$ 的面积最大，则 Q 到 MN 距离要最大，此时过 Q 点 MN 的平行线必与椭圆 C 相切，设为 $y=kx+m$，易得 Q 到 MN 距离与 O 到 MN 距离之和等于 O 到直线 $y=kx+m$ 的距离，

设 O 到直线 $y=kx+m$ 的距离记为 d ,则 $d=\frac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}$，……………………5 分

联立 $\begin{cases} y=kx+n, \\ \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1, \end{cases}$ 消去 y 得 $(9k^2+4)x^2+18knx+9(n^2-4)=0$ ，

设 $M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$，$x_1+x_2=-\frac{18kn}{9k^2+4}$ ，$x_1x_2=\frac{9(n^2-4)}{9k^2+4}$，

所以 $|MN|=\sqrt{1+k^2}\,|x_1-x_2|=\frac{12\sqrt{1+k^2}\sqrt{9k^2+4-n^2}}{9k^2+4}$ ，……………………7 分

因为 $y=kx+n$ 与圆 O 相切,所以 $\frac{|n|}{\sqrt{1+k^2}}=1$.

因为 $y=kx+m$ 与椭圆相切，所以 $9k^2+4=m^2$，

$S_{四边形OMQN}=S_{\triangle OMN}+S_{\triangle QMN}=\frac{1}{2}|MN|\times d=\frac{1}{2}\times\frac{12\sqrt{1+k^2}\times\sqrt{9k^2+4-n^2}}{9k^2+4}\times\frac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}$

$=6\sqrt{\frac{9k^2+4-n^2}{9k^2+4}}=6\sqrt{\frac{8k^2+3}{9k^2+4}}=6\sqrt{\frac{8+\frac{3}{k^2}}{9+\frac{4}{k^2}}}$ ，……………………9 分

可得 $S_{四边形OMQN}$ 随 k 的增大而增大，即 $S_{四边形OMQN}<4\sqrt{2}$. ……………………10 分

(ii) 当 MN 斜率不存在时，不妨取 $M(1,\frac{4\sqrt{2}}{3}),N(1,-\frac{4\sqrt{2}}{3})$,此时 Q（3,0），

$S_{四边形OMQN}=4\sqrt{2}$.综上所得四边形 OMQN 的面积的最大值为 $4\sqrt{2}$ ．…………………………12 分

21.【解析】(1) 由题意知 $x\in(0,+\infty)$，因为 $f'(x)=2x+2m+\frac{2}{x}$，…………………………2 分

所以 $f'(1)=4+2m$，$f(1)=1+3m$，…………………………………………………………3 分

所以所求切线方程为 $y-(1+3m)=(4+2m)(x-1)$，即 $(4+2m)x-y+m-3=0$；…………4 分

(2) 当 $n=1$ 时，$f(x)=x^2+2mx+2\ln x+m$，

所以 $f'(x)=2x+2m+\frac{2}{x}=\frac{2(x^2+mx+1)}{x}$，…………………………………………5 分

所以 x_1,x_2 是方程 $x^2+mx+1=0$ 的两个根，所以 $x_1+x_2=-m,x_1x_2=1$，$m=-(x_2+\frac{1}{x_2})$，…6 分

易得 $x_2>1$，所以 $\frac{f(x_2)+x_1}{x_1}=\frac{x_2^2+2mx_2+2\ln x_2+m+x_1}{\frac{1}{x_2}}$

$=-x_2^3-x_2^2-2x_2+2x_2\ln x_2(x_2>1)$，…………………………………………………8 分

$g(x_2)=-x_2^3-x_2^2-2x_2+2x_2\ln x_2(x_2>1)$，$g'(x_2)=-3x_2^2+2(\ln x_2-x_2)$，…………9 分

易证明 $\ln x_2<x_2$，……………………………………………………………………10 分

所以 $g'(x_2)<0$，$g(x_2)$ 在 $x\in(1,+\infty)$ 上单调递减，$g(x_2)<g(1)=-4$，…………………11 分

从而 $\frac{f(x_2)+x_1}{x_1}$ 的取值范围为 $(-\infty,-4)$．…………………………………………12 分

22.【解析】(1) 由直线 l 的参数方程可得直角坐标方程为 $x+y=2$，…………………………1 分
代入 $x=\rho\cos\theta,y=\rho\sin\theta$，得直线 l 的极坐标方程为 $\rho(\sin\theta+\cos\theta)=2$，

即 $\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=\sqrt{2}$，…………………………………………………………3 分

将 $x=\rho\cos\theta,y=\rho\sin\theta$ 代入 $(x-2)^2+y^2=4$，
得曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$；……………………………………………5 分

(2) 由已知可设 $M(\rho_1,\frac{\pi}{4}),N(\rho_2,\frac{\pi}{4})$，

则$\rho_1=\dfrac{2}{\sin\dfrac{\pi}{4}+\cos\dfrac{\pi}{4}}=\sqrt{2}$，$\rho_2=4\cos\dfrac{\pi}{4}=2\sqrt{2}$，……………………………………8 分

$|MN|=|\rho_2-\rho_1|=\sqrt{2}$，……………………………………………………10 分

23.【解析】(1) 因为$f(x)=|x+a|+|x-b|\ge|(x+a)-(x-b)|=|a+b|=a+b$，…3 分

当且仅当$-a\le x\le b$时等号成立，$f(x)$的最小值为$a+b$，所以$a+b=4$；…………………5 分

(2) 由 (1) 知$a+b=4$且$a=1$，得$b=3$，…………………………………………6 分

所以$|x+1|+|x-3|<5$，

当$x<-1$时，得$-x-1-x+3<5$，即$x>-\dfrac{3}{2}$，所以$-\dfrac{3}{2}<x<-1$；…………………7 分

当$-1\le x\le 3$时，得$x+1-x+3<5$，即$4<5$，所以$-1\le x\le 3$；…………………8 分

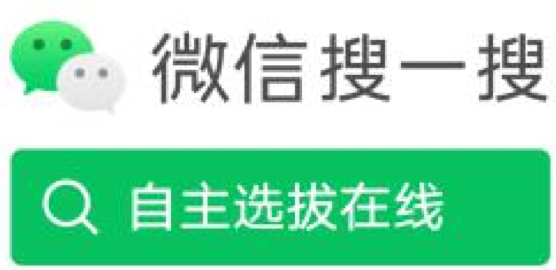
当$x>3$时，得$x+1+x-3<5$，即$x<\dfrac{7}{2}$，所以$3<x<\dfrac{7}{2}$；…………………………9 分

综上所述，不等式$f(x)<5$的解集为$\left\{x\middle|-\dfrac{3}{2}<x<\dfrac{7}{2}\right\}$.………………………

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（http://www.zizzs.com/）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》