

成都七中 2019 年高中毕业班 “三诊” 模拟考试

文科数学

本试卷共 4 页, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

第 I 卷

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合  $A = \{x | x^2 - x - 2 \geq 0\}$ ,  $B = \{x | x > 0\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- A.  $(0, 1]$       B.  $(0, 2]$       C.  $[1, +\infty)$       D.  $[2, +\infty)$

2. 设  $i$  是虚数单位, 则复数  $z = \left(1 + \frac{1}{i}\right)^3$  在复平面内对应的点位于 ( )

- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

3. “总把新桃换旧符”(王安石)、“灯前小草写桃符”(陆游), 春节是中华民族的传统节日.

在宋代人们用写“桃符”的方式来祈福避祸, 而现代人们通过贴“福”字、春联等方式来表达对新年的美好祝愿. 某商家在春节前开展商品促销活动, 顾客凡购物金额满 50 元, 则可以任意免费领取一张“福”字或一副春联.

茎叶图的统计数据是在不同时段内领取“福”字和春联的人数, 则它们的中位数依次为 ( )

(福字)叶	茎	叶(春联)
4 6	1	8 2
1 2 7 5	2	2 4 7 5
0 2 8 3	3	3 1 2

- A. 25, 27      B. 26, 25      C. 26, 27      D. 27, 25

4. 设命题  $p: \exists x_0 > 0, \sin x_0 > 1 + \cos x_0$ , 则  $\neg p$  为 ( )

- A.  $\forall x \leq 0, \sin x > 1 + \cos x$       B.  $\forall x > 0, \sin x < 1 + \cos x$   
 C.  $\forall x > 0, \sin x \leq 1 + \cos x$       D.  $\forall x \leq 0, \sin x \leq 1 + \cos x$

5. 设等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $2a_3 + a_9 = 6$ , 则  $S_9 =$  ( )

- A. 9      B. 18      C. 27      D. 36

6. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \log_4 x, & x > 0 \\ 2^x, & x \leq 0 \end{cases}$ , 则  $f(f(-1))$  的值为 ( )

- A.  $-\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\sqrt{2}$       D. -2

文科数学(第 1 页, 共 4 页)

7. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对应的边分别是  $a, b, c$ , 已知  $(b+c) \sin C = a \sin A - b \sin B$ , 则  $\angle A$  的大小为( )

- A.  $\frac{\pi}{6}$       B.  $\frac{\pi}{3}$       C.  $\frac{2\pi}{3}$       D.  $\frac{5\pi}{6}$

8. 已知一个组合体的三视图如右图所示, 则该几何体的体积(精确到整数)约为( )

- A. 32      B. 36      C. 40      D. 44

9. 设向量  $\mathbf{a} = (2, -1)$ ,  $\mathbf{b} = (x, 2)$ , 且  $(2\mathbf{a} - \mathbf{b}) \parallel (\mathbf{a} + 2\mathbf{b})$ , 则  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$  ( )

- A. -10      B. -6      C. 6      D. 10

10. 求值:  $\frac{\sin 10^\circ \cos 15^\circ - \cos 65^\circ}{\sin 10^\circ \sin 15^\circ + \sin 65^\circ} =$  ( )

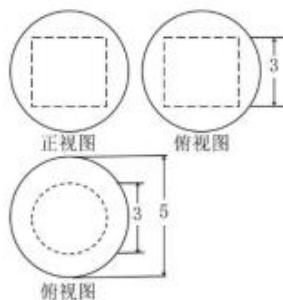
- A.  $-2 - \sqrt{3}$       B.  $\sqrt{3} - 2$       C.  $2 - \sqrt{3}$       D.  $2 + \sqrt{3}$

11. 已知函数  $f(x) = |x| + \cos x$ , 设  $a = f(2^{0.3})$ ,  $b = f(0.3^2)$ ,  $c = f(\log_{0.3} 2)$ , 则( )

- A.  $a > b > c$       B.  $c > b > a$       C.  $c > a > b$       D.  $a > c > b$

12. 设  $A, B$  是抛物线  $y^2 = 4x$  上的两点, 抛物线的准线与  $x$  轴交于点  $N$ , 已知弦  $AB$  的中点  $M$  的横坐标为 3, 记直线  $AB$  和  $MN$  的斜率分别为  $k_1$  和  $k_2$ , 则  $k_1^2 + k_2^2$  的最小值为( )

- A. 1      B.  $\sqrt{2}$       C. 2      D.  $2\sqrt{2}$



## 第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13~21 题为必考题, 每道题目考生都需要作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡相应横线上.

13. 已知实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} x - y \geq 0 \\ x + y \leq 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$ , 则  $z = 3x + 2y$  的最大值为\_\_\_\_\_.

14. 函数  $y = 1 + \tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$  在区间  $(-\pi, \pi)$  内的零点个数为\_\_\_\_\_.

15. 设  $F$  和  $l$  分别是双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的一个焦点和一条渐近线, 若  $F$  关于  $l$  的对称点恰好落在此双曲线上, 则该双曲线离心率为\_\_\_\_\_.

16. 正方形  $ABCD$  中, 点  $P$  在以  $C$  为圆心且与直线  $BD$  相切的圆上运动, 若  $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AD}$  (其中  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ ), 则  $\lambda + \mu$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

三、解答题:解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

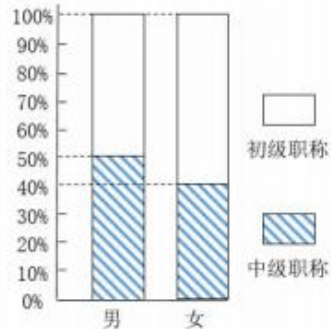
17. (本小题满分 12 分) 在数列  $\{a_n\}$  中, 已知  $a_1 = \frac{1}{2}$ , 且  $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n+1}{2n} (n \in N)^*$ .

- (I) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;
- (II) 求  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

18. (本小题满分 12 分) 某公司积极响应习总书记关于共建学习型社会的号召, 开展“学知识, 促生产, 增效益”的主题学习活动. 为进一步提高管理效率, 公司决定所有中层干部集中进行“回炉”再学——管理业务专项培训. 已知公司中层干部共有 13 名(其中女性 5 名), 初、中级职称的人数比例如等高条形图所示.

(I) 若公司随机安排 2 名性别不同的中层干部作为培训班的牵头人, 求这两人职称不同的概率;

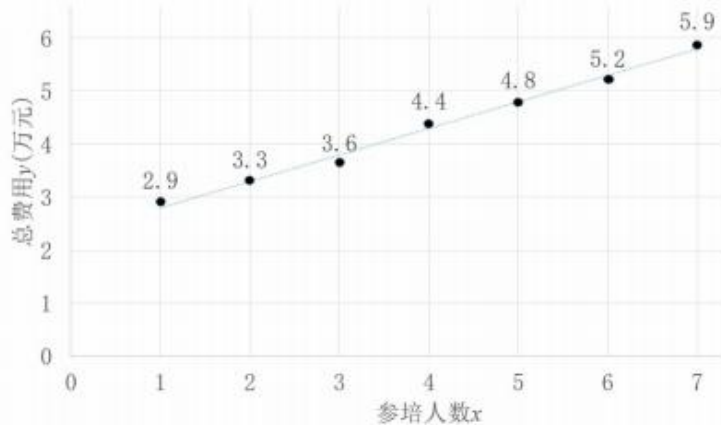
(II) 由统计数据的散点图可以看出, 参加某项管理业务培训所需总费用  $y$  (万元) 与参培人数  $x$  之间存在线性相关关系, 试根据回归方程估计该公司所有中层干部都参加此项业务培训所需要的总费用.



参考公式:

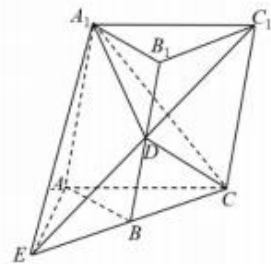
回归方程  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$  中,

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$



19. (本小题满分 12 分) 如图, 在各棱长均相等的三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中, 设  $D$  是  $BB_1$  的中点, 直线  $C_1D$  与棱  $CB$  的延长线交于点  $E$ .

- (I) 求证: 直线  $AE \parallel$  平面  $A_1CD$ ;
- (II) 若  $A_1C \perp C_1E$ , 求证: 侧面  $A_1ACC_1 \perp$  底面  $ABC$ .



文科数学(第 3 页, 共 4 页)

20. (本小题满分 12 分) 已知点  $A(\sqrt{2}, 1)$  在椭圆  $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  上, 且点  $A$  到左焦点  $F$  的距离为 3.

(I) 求椭圆  $\Gamma$  的标准方程;

(II) 设  $O$  为坐标原点, 与直线  $OA$  平行的直线  $l$  交椭圆  $\Gamma$  于不同两点  $B, C$ , 求  $\triangle ABC$  面积的最大值.

21. (本小题满分 12 分) 已知函数  $f(x) = (x+2)^2 - 2\ln x$ ,  $e = 2.71828\cdots$  为自然对数的底数.

(I) 求函数  $f(x)$  的极值点;

(II) 若对任意  $x > 1$ , 都有  $f(x) < ae^x + 5$ , 求常数  $a$  的取值范围.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 倾斜角为  $\alpha$  的直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = t \cos \alpha \\ y = 1 + t \sin \alpha \end{cases}$  (其中  $t$  为参数). 在以  $O$  为极点,  $x$  轴的非负半轴为极轴的极坐标系 (两种坐标系的单位长度相同) 中, 曲线  $C: \rho(1 + \cos 2\theta) = \lambda \sin \theta$  的焦点  $F$  的极坐标为  $(1, \frac{\pi}{2})$ .

(I) 求常数  $\lambda$  的值;

(II) 设  $l$  与  $C$  交于  $A, B$  两点, 且  $|AF| = 3|FB|$ , 求  $\alpha$  的大小.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数  $f(x) = |x-1| - |2x+1|, x \in \mathbb{R}$ .

(I) 求不等式  $|f(x)| \leq 4$  的解集;

(II) 设  $a, b, c$  为正数, 求证:  $f(x) \leq \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$ .

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注自主招生在线官方微信号：**zizzsw**。



微信扫一扫，快速关注