秘密★启用前

九江市2023年第二次高考模拟统一考试

数　学(理科)

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.全卷满分150分,考试时间120分钟.

考生注意:

1. 答题前,考生务必将自己的学号、姓名等项内容填写在答题卡上.
2. 第Ⅰ卷每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,第Ⅱ卷用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答,在试题卷上作答,答案无效.
3. 考试结束,监考员将试题卷、答题卡一并收回.

第Ⅰ卷(选择题60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1. 已知复数 z 满足 $\mathrm{i}z=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$,则 $z^2=$

A. $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$　　B. $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$　　C. $-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$　　D. $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$

2. 已知集合 $A=\{x\mid x\geq 0\}$,$B=\{x\mid y=\ln(x-\frac{1}{x})\}$,则 $(\complement_{\mathrm{R}}A)\cap B=$

A. $(-1,0)$　　B. $(-\infty,0)$　　C. $(-2,-1)$　　D. $(-\infty,-1)$

3. 已知实数 x,y 满足条件 $\begin{cases}x+2y\geq 1\\ x-y\leq 1\\ y-1\leq 0\end{cases}$,则 $z=3x-4y$ 的最大值为

A. -7　　B. 1　　C. 2　　D. 3

4. 已知命题 p:$\exists x\in\mathrm{R}, x^2+2x+2-a<0$,若 p 为假命题,则实数 a 的取值范围为

A. $(1,+\infty)$　　B. $[1,+\infty)$　　C. (

5. 已知 $\sin\frac{\theta}{2}-\cos\frac{\theta}{2}=\frac{\sqrt{6}}{3}$,$\theta\in(0,\pi)$,则 $\cos\theta=$

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　B. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $-\frac{1}{3}$

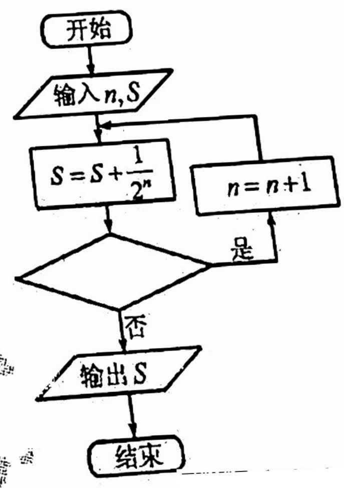
6. 执行右边的程序框图,如果输入的是 $n=1,S=0$,输出的结果为 $\frac{4095}{4096}$,则判断框中"◇"应填入的是

A. $n<13$

B. $n>12$

C. $n<12$

D. $n<11$



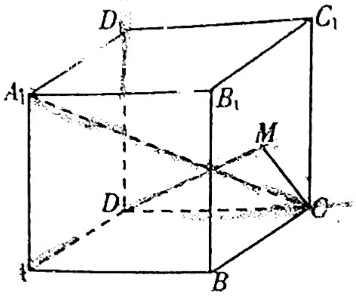
7. 已知变量的关系可以用模型 $y=ke^{mx}$ 拟合，设 $z=\ln y$，其变换后得到一组数据如右. 由上表可得线性回归方程 $z=3x+a$，则 $k=$

x	1	2	3	4	5
z	2	4	5	10	14

A. e^{-3}　　B. e^{-2}

C. e^{2}　　D. e^{3}

8. 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，M 是面 BCC_1B_1 内一动点，且 $DM\perp A_1C$，则 $DM+MC$ 的最小值为



A. $\sqrt{2}+2$

B. $2\sqrt{2}+2$

C. $\sqrt{2}+\sqrt{6}$

D. 2

9. 青花瓷又称白地青花瓷，常简称青花，中华陶瓷烧制工艺的珍品，是中国瓷器的主流品种之一，属釉下彩瓷. 一只内壁光滑的青花瓷大碗水平放置在桌面上，瓷碗底座高为 1cm，瓷碗的轴截面可以近似看成是抛物线，碗里不慎掉落一根质地均匀粗细相同长度为 22cm 的筷子，筷子的两端紧贴瓷碗内壁. 若筷子的中点离桌面的最小距离为 7cm，则该抛物线的通径长为

A. 16　　B. 18　　C. 20　　D. 22

10. 在△ABC 中，三内角 A,B,C 所对的边分别是 a,b,c，已知 $\frac{a}{\cos A}+\frac{c}{\cos C}=\frac{b}{\cos B}$，$a=\sqrt{3}$. 当 B 取最小值时，△ABC 的面积为

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. $\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{2}$

11. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a,b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，M 是双曲线 C 左支上一点，且 $\angle F_1MF_2=30°$，点 F_1 关于直线 MF_2 对称的点在 y 轴上，则 C 的离心率为

A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}+1$　　C. $\sqrt{3}+1$　　D. $\sqrt{3}$

12. 设 $a=\sin\frac{1}{4}$，$b=\sqrt[4]{e}-1$，$c=\ln\frac{5}{4}$，则 a,b,c 的大小关系为

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$　　C. $b>c>a$　　D. $c>b>a$

第Ⅱ卷（非选择题 90 分）

考生注意：

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13－21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22－23 题为选考题，学生根据要求作答.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.）

13. $(\frac{2}{x}+\sqrt{x})^6$ 的展开式中，常数项为______.

14. 已知非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|$，且 $(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}^2$，则 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为______.

15. 函数 $f(x)=4\sin\frac{\pi}{2}x-|x-1|$ 的所有零点之和为______.

16. 根据祖暅原理，界于两个平行平面之间的两个几何体，被任一平行于这两个平面的平面所截，如果两个截面的面积相等，则这两个几何体的体积相等. 如图1所示，一个容器是半径为 R 的半球，另一个容器是底面半径和高均为 R 的圆柱内嵌一个底面半径和高均为 R 的圆锥，这两个容器的容积相等. 若将这两容器置于同一平面，注入等体积的水，则其水面高度也相同. 如图2，一个圆柱形容器的底面半径为4cm，高为10cm，里面注入高为1cm的水，将一个半径为4cm的实心球缓慢放入容器内，当球沉到容器底端时，水面的高度为______cm.（注：$\sqrt[3]{2}\approx1.26$）

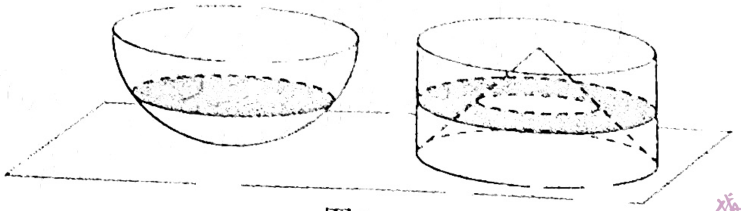


图1


图2

三、解答题（本大题共6小题，共70分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

17.（本小题满分12分）

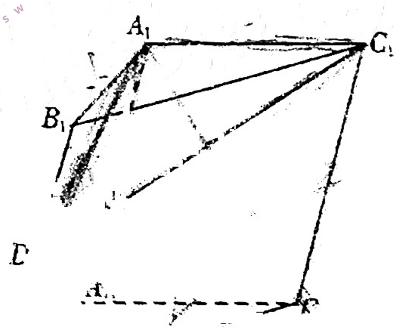
已知公差不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1+a_5=8$，且 a_2,a_5,a_{11} 成等比数列，记 $b_n=(-1)^{n+1}\dfrac{2n+3}{a_na_{n+1}}$.

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）求 $\{b_n\}$ 前 n 项和的最值.

18.（本小题满分12分）

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC\perp$ 平面 AA_1B_1B，$\angle ABB_1=\dfrac{\pi}{3}$，$AB=1$，$AC=AA_1=2$，$D$ 为棱 BB_1 的中点.



（1）求证：$AD\perp$ 平面 A_1C_1D；

（2）在棱 BC 上是否存在异于点 B 的一点 E，使得 DE 与平面 A_1C_1D 所成的角为 $\dfrac{\pi}{6}$？若存在，求出 $\dfrac{BE}{BC}$ 的值；若不存在，请说明理由.

19.（本小题满分12分）

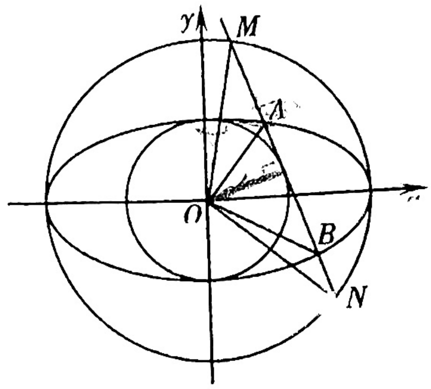
现有编号为2至5号的黑色、红色卡片各一张. 从这8张卡片中随机抽取三张，若抽取的三张卡片的编号和等于10且颜色均相同，得2分；若抽取的三张卡片的编号和等于10但颜色不全相同，得1分；若抽取的三张卡片的编号和不等于10，得0分.

（1）求随机抽取三张卡片得0分的概率；

（2）现有甲、乙两人从中各抽取三张卡片，且甲抽到了红色3号卡片和红色5号卡片，乙抽到了黑色2号卡片，求两人的得分和 X 的分布列和数学期望.

20.(本小题满分 12 分)

如图,已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$,直线 l 与圆 $C_1:x^2+y^2=b^2$ 相切于第一象限,与椭圆 C 相交于 A,B 两点,与圆 $C_2:x^2+y^2=a^2$ 相交于 M,N 两点,$|MN|=2\sqrt{3}$.



(1)求椭圆 C 的标准方程;

(2)当 $\triangle OAB$ 的面积取最大值时(O 为坐标原点),求直线 l 的方程.

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=e^x-ax^2(a\in R)$,$g(x)=x-1$.

(1)若直线 $y=g(x)$ 与曲线 $y=f(x)$ 相切,求 a 的值;

(2)用 $\min\{m,n\}$ 表示 m,n 中的最小值,讨论函数 $h(x)=\min\{f(x),g(x)\}$ 的零点个数.

请考生在第 22-23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22.(本小题满分 10 分)选修 4—4:坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中,已知直线 l 的方程为 $\sqrt{2}x+\sqrt{2}y+1=0$,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\frac{1}{\cos\alpha}\\ y=\tan\alpha\end{cases}$($\alpha$ 为参数).以 O 为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1)求直线 l 的极坐标方程和曲线 C 的普通方程;

(2)设直线 $y=kx(k>0)$ 与曲线 C 相交于点 A,B,与直线 l 相交于点 C,求 $\frac{1}{|OA|^2}+\frac{1}{|OB|^2}+\frac{1}{|OC|^2}$ 的最大值.

23.(本小题满分 10 分)选修 4—5:不等式选讲

已知函数 $f(x)=2|x-1|+|x-a|(a\in \mathbf{R})$.

(1)若 $f(x)$ 的最小值为 1,求 a 的值;

(2)若 $f(x)<a|x|+6$ 恒成立,求 a 的取值范围.

命题人:周宝、李高飞、王锋、卢志鹏、付磊波　审稿人:孙善惠、段训明、林健航