高二期末数学(文科)试卷参考答案(2023 下)

一、选择题：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	D	C	A	D	A	C	D	D	A	C	D

二、填空题：

13. $4\sqrt{2}$ 或 $-4\sqrt{2}$． **14.** $\left[\frac{1}{2},1\right]$ **15.** 6.. **16.** 1.

三、解答题：

17.【详解】（1）当 $m=-2$ 时，p：$x^2+6x+8<0$，即 $-4<x<-2$，由 $(x+2)^2<1$，得 $-3<x<-1$，

若 $p\vee q$ 为真，即 $\{x|-4<x<-2\}\cup\{x|-3<x<-1\}=\{x|-4<x<-1\}$，所以实数 x 的取值范围 $(-4,-1)$；

（2）若 $m<0$，p：$x^2-3mx+2m^2<0$，即 $2m<x<m$；q：$-3<x<-1$，$\neg q$：$x\le -3$ 或 $x\ge -1$，

且 p 是 $\neg q$ 的充分不必要条件，则 $\begin{cases}m<0\\ m\le -3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m<0\\ 2m\ge -1\end{cases}$，即 $m\le -3$ 或 $-\frac{1}{2}\le m<0$，

故实数 m 的取值范围为 $(-\infty,-3]\cup\left[-\frac{1}{2},0\right)$．

18.【解析】（1）由题意可得 $\begin{cases}f(0)=0\\ f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{2}{5}\end{cases}$，解得 $\begin{cases}b=0\\ a=1\end{cases}$，所以 $f(x)=\frac{x}{1+x^2}$，经检验满足奇函数.

设 $-1<x_1<x_2<1$，则 $f(x_1)-f(x_2)=\frac{x_1}{1+x_1^2}-\frac{x_2}{1+x_2^2}=\frac{(x_1-x_2)(1-x_1x_2)}{(1+x_1^2)(1+x_2^2)}$，$\because -1<x_1<x_2<1$，

$\therefore -1<x_1x_2<1$，且 $x_1-x_2<0$，则 $1-x_1x_2>0$，则 $f(x_1)-f(x_2)<0$，即 $f(x_1)<f(x_2)$，

所以函数 $f(x)$ 在 $(-1,1)$ 上是增函数.

（3）$\because f(x-1)+f(x)<0$，$\therefore f(x-1)<-f(x)=f(-x)$，$\because f(x)$ 是定义在 $(-1,1)$ 上的增函数，

$\therefore\begin{cases}-1<x-1<1\\ -1<x<1\\ x-1<-x\end{cases}$，得 $0<x<\frac{1}{2}$，所以不等式的解集为 $(0,\frac{1}{2})$．

19.【详解】（1）因为 $f(x)=a(x-5)^2+6\ln x$，故 $f'(x)=2a(x-5)+\frac{6}{x}$．令 $x=1$，得 $f(1)=16a$，

$f'(1)=6-8a$，

所以曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $y-16a=(6-8a)(x-1)$，

由点 $(0,6)$ 在切线上，可得 $6-16a=8a-6$，解得 $a=\frac{1}{2}$；

（2）由（1）知，$f(x)=\frac{1}{2}(x-5)^2+6\ln x\ (x>0)$，$f'(x)=x-5+\frac{6}{x}=\frac{(x-2)(x-3)}{x}$．

令 $f'(x)=0$，解得 $x_1=2$，$x_2=3$．当 $0<x<2$ 或 $3<x<4$ 时，$f'(x)>0$，故 $f(x)$ 的递增区间是 $(0,2)$，$(3,4)$；

当 $2<x<3$ 时，$f'(x)<0$，故 $f(x)$ 的递减区间是 $(2,3)$．

$f(2)=\frac{9}{2}+6\ln 2$，$f(4)=\frac{1}{2}+12\ln 2$，因为 $f(2)-f(4)=\frac{9}{2}+6\ln 2-\left(\frac{1}{2}+12\ln 2\right)=4-6\ln 2<0$，

所以 $f(x)$ 在(0, 4]上的最大值为 $f(4)=\frac{1}{2}+12\ln 2$．

20.【详解】（1）由题意得 $M(1,8)$，则 $a=8$，故曲线段 ***MPN*** 的函数关系式为 $y=\frac{8}{x}$，

又得 $N\left(10,\frac{4}{5}\right)$，所以定义域为 $[1,10]$．

（2）$P\left(p,\frac{8}{p}\right)$，设 $AB:y-\frac{8}{p}=k(x-p)$，由 $\begin{cases}y-\frac{8}{p}=k(x-p)\\ y=\frac{8}{x}\end{cases}$ 得 $kpx^2+(8-kp^2)x-8p=0$，

$\Delta=(8-kp^2)^2+32kp^2=(kp^2+8)^2=0$，$\therefore kp^2+8=0,\therefore k=-\frac{8}{p^2}$，得直线 AB 方程为 $y-\frac{8}{p}=-\frac{8}{p^2}(x-p)$，

得 $A\left(0,\frac{16}{p}\right),B(2p,0)$，故点 P 为 AB 线段的中点，由 $2p-\frac{16}{p}=2\times\frac{p^2-8}{p}>0$ 即 $p^2-8>0$．

得 $p>2\sqrt{2}$ 时，$OA<OB$，所以，当 $2\sqrt{2}<p\le 10$ 时，经点 A 至 P 路程最近.

21.【详解】（1）解：当 $a=1$ 时，$f(x)=(x^2-2x)\ln x+\frac{1}{2}x^2$，该函数的定义域为 $(0,+\infty)$，

$f'(x)=(2x-2)\ln x+(x-2)+x=2(x-1)(\ln x+1)$，由 $f'(x)<0$ 可得 $\frac{1}{e}<x<1$，由 $f'(x)>0$ 可得

$0<x<\frac{1}{e}$ 或 $x>1$．

故当 $a=1$ 时，函数 $f(x)$ 的增区间为 $\left(0,\frac{1}{e}\right)$ 和 $(1,+\infty)$，减区间为 $\left(\frac{1}{e},1\right)$．

（2）解：函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，$f'(x)=(2x-2a)\ln x+(x-2a)+x=2(x-a)(\ln x+1)$，

由 $f'(x)=0$，得 $x_1=\frac{1}{e}$，$x_2=a\left(a>\frac{1}{e}\right)$，由 $f'(x)<0$ 可得 $\frac{1}{e}<x<a$，由 $f'(x)>0$ 可得 $0<x<\frac{1}{e}$ 或 $x>a$．

所以，函数 $f(x)$ 的增区间为 $\left(0,\frac{1}{e}\right)$、$(a,+\infty)$，减区间为 $\left(\frac{1}{e},a\right)$，

所以，函数 $f(x)$ 的极大值为 $f\left(\frac{1}{e}\right)=\frac{4ae-1}{2e^2}>0$，极小值为 $f(a)=\frac{1}{2}a^2-a^2\ln a=a^2\left(\frac{1}{2}-\ln a\right)$，

当 $0<x<\frac{1}{e}$ 时，$f(x)=x\ln x\left(x+\frac{x}{2\ln x}-2a\right)$，

令 $p(x)=x+\frac{x}{2\ln x}-2a$，其中 $0<x<\frac{1}{e}$，

则 $p'(x)=1+\frac{\ln x-1}{2(\ln x)^2}=\frac{(2\ln x-1)(\ln x+1)}{2(\ln x)^2}>0$，即函数 $p(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{e}\right)$ 上单调递增，

故当 $0<x<\frac{1}{e}$ 时，$p(x)<p\left(\frac{1}{e}\right)=\frac{1}{2e}-2a<0$，

此时，$f(x)=x\ln x\left(x+\frac{x}{2\ln x}-2a\right)>0$，所以 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{e}\right)$ 上不存在零点；

①当 $\frac{1}{e}<a<\sqrt{e}$ 时，$f(a)=a^2\left(\frac{1}{2}-\ln a\right)>0$，此时函数 $f(x)$ 无零点；

②当 $a=\sqrt{e}$ 时，$f(a)=0$，此时函数 $f(x)$ 只有一个零点；

③当 $a>\sqrt{e}$ 时，$f(a)<0$，$f(2a)=2a^2>0$，则 $f(x)$ 在 $\left(\frac{1}{e},a\right)$ 与 $(a,+\infty)$ 上各有一个零点.

综上所述，(i) 当 $\frac{1}{e}<a<\sqrt{e}$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上不存在零点；

(ii) 当 $a=\sqrt{e}$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上存在一个零点；

(iii) 当 $a>\sqrt{e}$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上存在两个零点.

22.【解析】(1)因为 $y=\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1$，$x=\cos\theta$，

所以曲线 C：$y=2x^2-1(-1\le x\le 1)$，

由 $\begin{cases}x=t,\\y=2\sqrt{2}t-5\end{cases}$ 得 $y=2\sqrt{2}x-5$，所以直线 l 的普通方程为 $y=2\sqrt{2}x-5$.

(2)作直线 l'：$y=2\sqrt{2}x+b$ 与曲线 C 相切，则 $|PQ|$ 的最小值为直线 l 与直线 l' 的距离.

将 l' 与 C 的方程联立，消去 y，可得 $2x^2-2\sqrt{2}x-(b+1)=0$，

则 $\Delta=8+8(b+1)=0$，解得 $b=-2$，故直线 l'：$y=2\sqrt{2}x-2$，从而直线 l 与直线 l' 的距离为 $\frac{|-2-(-5)|}{\sqrt{(2\sqrt{2})^2+1}}$

$=1$，即 $|PQ|$ 的最小值为 1(当且仅当切点 Q 的横坐标为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时取到最小值.

23.【详解】(1) 若 $x\le a$，则 $f(x)=2a-2x-a<x$，即 $3x>a$，解得 $x>\frac{a}{3}$，即 $\frac{a}{3}<x\le a$，

若 $x>a$，则 $f(x)=2x-2a-a<x$，解得 $x<3a$，即 $a<x<3a$，综上，不等式的解集为 $\left(\frac{a}{3},3a\right)$.

(2) $f(x)=\begin{cases}-2x+a, x\le a\\2x-3a, x>a\end{cases}$.画出 $f(x)$ 的草图，则 $f(x)$ 与坐标轴围成 $\triangle ADO$ 与 $\triangle ABC$，$\triangle ABC$ 的高为 $a, D(0,a), A\left(\frac{a}{2},0\right), B\left(\frac{3a}{2},0\right)$，所以 $|AB|=a$，所以 $S_{\triangle OAD}+S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}|OA|\cdot a+\frac{1}{2}|AB|\cdot a=\frac{3}{4}a^2=2$，解得 $a=\frac{2\sqrt{6}}{3}$