昆明一中 2023 届高三第十次联考
数学参考答案

命题、审题组教师　杨昆华 彭力 顾先成 莫利琴 孙思应 梁云虹 丁茵 张远雄 崔锦 秦绍卫

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	A	D	C	C	B	B

1. 解析：因为 $z=\dfrac{1+\mathrm{i}}{\mathrm{i}}=1-\mathrm{i}$，则 $\overline{z}=1+\mathrm{i}$，所以 $\overline{z}-az=1-a+(1+a)\mathrm{i}=2$，所以 $a=-1$，选 B.

2. 解析：因为 $A=[-3,4]$，$B=[0,4]$，$C=[-3,1]$，$B\cap C=[0,1]$，所以 $\complement_A(B\cap C)=[-3,0)\cup(1,4]$，选 D.

3. 解析:因为 $a_n+a_{n+1}=n$，所以 $a_{n+1}+a_{n+2}=n+1$，两式相减，得：$a_{n+2}-a_n=1$，所以数列 $\{a_n\}$ 中的奇数项是以 $a_1=1$ 为首项，1 为公差的等差数列，所以 $a_{2023}=1+1\times1011=1012$，选 A.

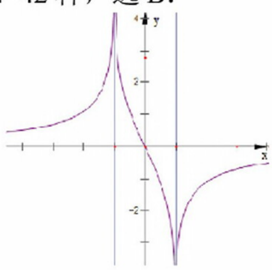
4. 解析：因为 $(\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{c}$，所以 $\langle\vec{a},\vec{c}\rangle=\dfrac{\pi}{3}$ 或 $\dfrac{2\pi}{3}$，则 $\vec{a}\cdot\vec{c}=|\vec{a}||\vec{c}|\cos\langle\vec{a},\vec{c}\rangle=1$ 或 -1，选 D.

5. 解析：在△ ACD 中，由正弦定理得 $AC=\dfrac{CD\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}$，所以，这座建筑物的高度为 $AB=AE+BE$
$=AC\sin\alpha+BE=\dfrac{CD\sin\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}+BE=\dfrac{10\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{6}}{4}-\frac{\sqrt{2}}{4}}+1.5\approx15.2$ 米，选 C.

6. 解析：将三棱柱补成四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，则所求角为 $\angle BC_1D$，设 $AB=2$，则 $BD=BC_1=2\sqrt{3}$，$DC_1=2$，所以 $\cos\angle BC_1D=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$，选 C.

7. 解析：把 4 月 29 日至 5 月 3 日的 5 天依次设为第 1 天，第 2 天，第 3 天，第 4 天，第 5 天，考虑不安排同一个人连续两天值班，可以先安排第 3 天，再安排第 2，4 两天，最后安排第 1，5 两天．先安排第 3 天的值班有 $C_3^1=3$ 种，安排第 2，4 两天时，当第 2，4 两天值班人员是同一人，有 $C_2^1=2$ 种，此时安排第 1，5 两天值班有 $C_1^1+A_2^2=3$ 种；当第 2，4 两天值班人员不是同一人时，有 $A_2^2=2$ 种，此时安排第 1，5 两天值班有 4 种方法，所以不同的排班方法有 $3\times2\times3+3\times2\times4=18+24=42$ 种，选 B.

8. 解析：函数 $f(x)=\ln|x-1|-\ln|x+1|$，定义域为 $(-\infty,-1)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$，



原函数可化为 $f(x)=\ln\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right|=\ln\left|1-\dfrac{2}{x+1}\right|$，

$f(-x)=\ln\left|\dfrac{x+1}{x-1}\right|=-\ln\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right|=-f(x)$，函数 $f(x)=\ln|x-1|-\ln|x+1|$ 为奇函

数，$x\in(-\infty,-1)$时，函数$f(x)$单调递增，且$f(x)>0$；$x\in(-1,0)$时，函数$f(x)$单调递减，且$f(x)>0$，作函数$f(x)$的图象　知，　由$f(x_1)=f(x_2)$，$\ln\left|\frac{x_1-1}{x_1+1}\right|=\ln\left|\frac{x_2-1}{x_2+1}\right|$，$\left|\frac{x_1-1}{x_1+1}\right|=\left|\frac{x_2-1}{x_2+1}\right|$，得$\frac{x_1-1}{x_1+1}=\frac{x_2-1}{x_2+1}$或$\frac{x_1-1}{x_1+1}=-\frac{x_2-1}{x_2+1}$，化简得 $x_1=x_2$(舍去)或$x_1x_2=1$，选 B.

二、多选题

题号	9	10	11	12
答案	AB	BD	BCD	AB

9. 解析：由$f(-x)=|\sin(-x)|+e^{|\sin(-x)|}=|-\sin x|+e^{|-\sin x|}=|\sin x|+e^{|\sin x|}=f(x)$，知 A 正确；

$f(x+\pi)=|\sin(x+\pi)|+e^{|\sin(x+\pi)|}=|-\sin x|+e^{|-\sin x|}=|\sin x|+e^{|\sin x|}=f(x)$，知 B 正确；

当$0\le x\le\pi$，$0\le\sin x\le1$，$f(x)=\sin x+e^{\sin x}$，$f'(x)=\cos x\left(1+e^{\sin x}\right)$，所以$x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$时，

$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增；$x\in\left(\frac{\pi}{2},\ \pi\right)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减；$x=\frac{\pi}{2}$时，$f'(x)=0$，

$f(x)$取得最大值$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=e+1$；$x=0$或$x=\pi$时，$f(x)$取得最小值$f(0)=f(\pi)=1$，结合函数的图象，知 CD 错误，选 AB.

10. 解析：连接上、下底面的中心OO_1，分别过O，O_1作$OH\perp AB$，$O_1H_1\perp A_1B_1$，连接HH_1，由已知计算得四棱台$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的高$OO_1=\sqrt{3}$，斜高$HH_1=\frac{\sqrt{14}}{2}$，所以四棱台的表面积为

$S=\frac{1}{2}\times\left(\sqrt{2}+2\sqrt{2}\right)\times\frac{\sqrt{14}}{2}\times4+2+8=6\sqrt{7}+10$，A 错误；又四棱台的体积$V=\frac{1}{3}\left(2+8+\sqrt{2\times8}\right)\times\sqrt{3}=\frac{14\sqrt{3}}{3}$，

B 正确，C 错误；由正四棱台的性质可得：该四棱台的外接球的球心都在OO_1上，且$R_{外}=2$，计算可知 D 正确，选 BD.

11. 解析：由抛物线$C:y^2=8x$得$2p=8$，准线方程是$x=-\frac{p}{2}=-2$，选项 A 不正确；

不妨设PQ的倾斜角为$\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$，则由$|PF|\cos\theta+p=|PF|$，$p-|QF|\cos\theta=|QF|$得

$|PF|=\frac{p}{1-\cos\theta}$，$|QF|=\frac{p}{1+\cos\theta}$，所以$|MF|=\frac{p}{1-\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}=\frac{p}{1+\sin\theta}$，

$|NF|=\frac{p}{1+\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}=\frac{p}{1-\sin\theta}$，

所以$\dfrac{1}{|PF|}+\dfrac{1}{|QF|}=\dfrac{1-\cos\theta}{p}+\dfrac{1+\cos\theta}{p}=\dfrac{2}{p}$，$\dfrac{1}{|MF|}+\dfrac{1}{|NF|}=\dfrac{1+\sin\theta}{p}+\dfrac{1-\sin\theta}{p}=\dfrac{2}{p}$，

所以$\dfrac{1}{|PF|}+\dfrac{1}{|QF|}=\dfrac{1}{|MF|}+\dfrac{1}{|NF|}$，选项 B 正确；

$|PQ|=|PF|+|QF|=\dfrac{p}{1-\cos\theta}+\dfrac{p}{1+\cos\theta}=\dfrac{2p}{\sin^2\theta}$，$|MN|=\dfrac{2p}{\sin^2\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)}=\dfrac{2p}{\cos^2\theta}$，所以$\dfrac{1}{|PQ|}+\dfrac{1}{|MN|}=\dfrac{1}{2p}=\dfrac{1}{8}$，

选项 C 正确；四边形$PMQN$的面积$S=\dfrac{1}{2}|PQ|\cdot|MN|=\dfrac{2p^2}{\sin^2\theta\cos^2\theta}=\dfrac{32}{\sin^2\theta\cos^2\theta}=\dfrac{128}{\sin^2 2\theta}$，当且仅当

$\sin^2 2\theta=1$，即$\theta=\dfrac{\pi}{4}$时，四边形$PMQN$的面积取得最小值128，选项 D 正确；所以选 BCD.

12. 解析：将$(-x,-y)$带入方程，显然成立，所以方程$x^2+2|y|=2xy$的曲线关于原点对称，只需研究$x>0,y>0$的情况.当$x>0,y>0$时，原方程可化为$x^2+2y=2xy$，变形得$y=\dfrac{x^2}{2x-2}$，显然$x>1$，

又$y=\dfrac{x^2}{2x-2}=\dfrac{1}{2}\left(x-1+\dfrac{1}{x-1}\right)+1\geq 2$，当且仅当$x-1=\dfrac{1}{x-1}$，即$x=2$时等号成立.所以$x+y>3$，据对称性可知，$x+y<-3$，A，B 都正确；当$x>0$时，$x^2+2|y|=x^2+2y=\dfrac{x^3}{x-1}$，令$g(x)=\dfrac{x^3}{x-1}$，求导可得$g'(x)=\dfrac{x^2(2x-3)}{(x-1)^2}$，可知$g(x)_{\min}=g(\frac{3}{2})=\dfrac{27}{4}$，根据对称性可知：$x^2+2|y|\geq\dfrac{27}{4}$或

$x^2+2y\leq-\dfrac{27}{4}$，C，D 都错，选 AB.

三、填空题

13. 解析：由成绩$X\sim N(80,25)$知，$\mu=80$，$\delta=5$，$\mu-\delta=75$，$\mu+\delta=85$，$\mu-2\delta=70$，$\mu+2\delta=90$，所以$P(75\leq X\leq 85)=0.6826$，$P(70\leq X\leq 90)=0.9544$，所以$P(X>90)=\dfrac{1}{2}(1-0.9544)=0.0228$，则该年级数学考试成绩在 90 以上的人数为$1000\times 0.0228\approx 23$人.

14. 解析：由题意，$x>0$，$f'(x)=\dfrac{x-1}{x^2}$，在$[1,\mathrm{e}]$上$f'(x)=\dfrac{x-1}{x^2}\geq 0$，函数$f(x)$单调递增，$M=f(\mathrm{e})=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$，$m=f(1)=0$，$M-m=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$，故$M-m$的值是$\dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

15. 解析：设$P(t,3-2t)$，则直线AB的方程为$tx+(3-2t)y-1=0$，即$3y-1+t(x-2y)=0$，当$3y-1=0$且$x-2y=0$，即$x=\dfrac{2}{3}$，$y=\dfrac{1}{3}$时该方程恒成立，所以直线AB过定点$M\left(\dfrac{2}{3},\dfrac{1}{3}\right)$，当$Q$与$M$的连线垂直于直线$AB$时，点$Q$到直线$AB$的距离最大，此时最大值即为$Q$，$M$之间的距离，易知$|QM|=1$，即点$Q\left(\dfrac{5}{3},\dfrac{1}{3}\right)$到直线$AB$的距离的最大值为$1$.

16.　　解析：据题意 $c=\sqrt{5}$，$\dfrac{b^2}{a}=\dfrac{4}{3}$　　即 $a^2-b^2=5$，$b^2=\dfrac{4}{3}a$，解得 $a^2=9$，$b^2=4$，所以椭圆 C：$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$；

设圆 $x^2+y^2=4$ 的切线方程为 $x=my+n$，由 $\dfrac{|-n|}{\sqrt{1+m^2}}=2$ 得 $n^2=4+4m^2$，

联立 $\begin{cases} x=my+n \\ \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1 \end{cases}$ 消去 x 得 $\left(4m^2+9\right)y^2+8mny+4n^2-36=0$，

$\Delta=64m^2n^2-4(4m^2+9)(4n^2-36)=144(4m^2-n^2+9)=144\times 5$，

设 $M\left(x_1,y_1\right)$，$N\left(x_2,y_2\right)$,则 $y_1+y_2=-\dfrac{8mn}{4m^2+9}$，$y_1y_2=\dfrac{4n^2-36}{4m^2+9}$，

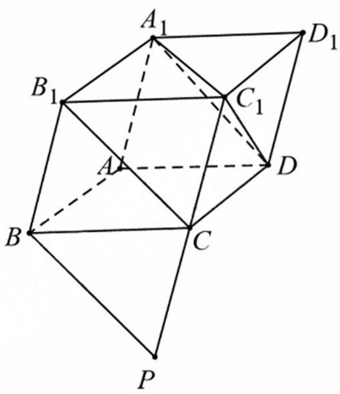
$|MN|=\sqrt{1+m^2}\,|y_1-y_2|=\sqrt{1+m^2}\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\sqrt{1+m^2}\dfrac{\sqrt{\Delta}}{|A|}=\sqrt{1+m^2}\dfrac{12\sqrt{5}}{4m^2+9}$，

设 $\sqrt{1+m^2}=t$ $(t\geq 1)$，$|MN|=\dfrac{12\sqrt{5}t}{4t^2+5}=\dfrac{12\sqrt{5}}{4t+\dfrac{5}{t}}\leq\dfrac{12\sqrt{5}}{2\sqrt{4t\times\dfrac{5}{t}}}=3$，

当且仅当 $4t=\dfrac{5}{t}$，即 $t=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ 时，$|MN|$ 取得最大值3.

四、解答题

17. 解：（1）延长 C_1C 至点 P，使得 $C_1C=CP$，连 BP，可知 BP // 平面 A_1DC_1，证明如下：



连 B_1C，由于 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为四棱柱，得 BB_1 // CC_1，又 $C_1C=CP$，

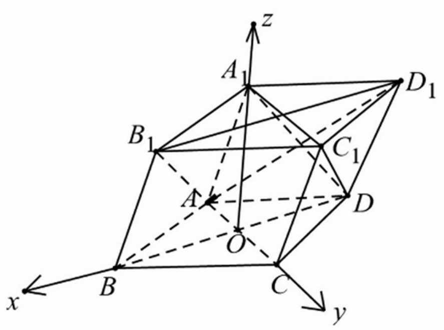
则 $BPCB_1$ 为平行四边形，所以 BP // B_1C，又 A_1D // B_1C，

则 BP // A_1D，由于 $A_1D\subset$ 平面 A_1DC_1，$BP\not\subset$ 平面 A_1DC_1，

所以 BP // 平面 A_1DC_1；　　　　………5 分

（2）由题意，$AC=2$ 则 $OA=1$，又 $AA_1=2$，可得 $A_1O=\sqrt{3}$.

如图，以 O 为原点，OB，OC，OA_1 所在直线分别为 x，y，z 轴建立直角坐标系，则 $A(0,-1,0)$，



$C(0,1,0)$，$A_1(0,0,\sqrt{3})$，$D(-\sqrt{3},0,0)$，

则 $\overrightarrow{A_1C_1}=\overrightarrow{AC}=(0,2,0)$，$\overrightarrow{A_1D}=(-\sqrt{3},0,-\sqrt{3})$，

可得平面 A_1DC_1 的一个法向量 $\vec{n}=(1,0,-1)$，

又平面 A_1ACC_1 的一个法向量为 $\overrightarrow{BD}=(-2\sqrt{3},0,0)$，

设平面 A_1DC_1 与平面 A_1ACC_1 的夹角为 θ，则 $\cos\theta=\left|\cos\left\langle\vec{m},\vec{n}\right\rangle\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

即平面 A_1DC_1 与平面 A_1ACC_1 的夹角为 45°． ………10 分

18. 解：（1）因为 $a_n=2a_{n-1}+2^n-1(n\ge 2)$，

所以 $(a_n-1)-2(a_{n-1}-1)=2^n$，两边同除以 2^n，得 $\dfrac{a_n-1}{2^n}-\dfrac{a_{n-1}-1}{2^{n-1}}=1$，

所以 $\left\{\dfrac{a_n-1}{2^n}\right\}$ 是以 $\dfrac{a_1-1}{2}=2$ 为首项，1为公差的等差数列. ………6 分

（2）由（1）知，$\dfrac{a_n-1}{2^n}=2+(n-1)=n+1$，整理得：$a_n=2^n(n+1)+1$，

则 $b_n=(-1)^n\log_2\left(\dfrac{a_n-1}{n+1}\right)=(-1)^n\log_2 2^n=(-1)^n n$，

当 n 为偶数时，$S_n=(-1+2)+(-3+4)+\cdots+[-(n+1)+n]=\dfrac{n}{2}$，

当 n 为奇数时，$S_n=S_{n-1}+b_n=\dfrac{n-1}{2}-n=\dfrac{-n-1}{2}$，

所以 $S_n=\begin{cases}\dfrac{-n-1}{2} & (n\text{为奇数})\\ \dfrac{n}{2} & (n\text{为偶数})\end{cases}$. ………12 分

19. 解：（1）由正弦定理得 $(2\sin B-\sin C)\cos A=\sin A\cos C$，

所以 $2\sin B\cos A=\sin C\cos A+\sin A\cos C=\sin B$，

而 $\sin B\ne 0$，所以 $2\cos A=1$，因为 $0<A<\pi$，所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$. ………6 分

（2）由（1）得：$A=\dfrac{\pi}{3}$，所以 $y=\cos(\omega x+A)=\cos\left(\omega x+\dfrac{\pi}{3}\right)$，

因为 $y=\cos\left(\omega x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\pi}{2}\right)=\sin\left(\omega(x+\dfrac{2\pi}{3\omega})+\dfrac{\pi}{6}\right)$，

所以，只需将 $y=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的图象向左平移 $\dfrac{2\pi}{3\omega}$ 个单位长度，即向左平移函数 $y=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的 $\dfrac{T}{3}$（T 为函数 $y=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的最小正周期）个单位长度，就可以得到 $y=\cos\left(\omega x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图象，

所以两个函数图象的对称轴之间的最短距离为 $\dfrac{T}{2}-\dfrac{T}{3}=\dfrac{T}{6}=\dfrac{\pi}{6}$，即：$T=\pi=\dfrac{2\pi}{\omega}$，

所以 $\omega=2$. ………12 分

20. 解：（1）事件 A 为小李同学前三个多选题最多错一个题

$P(A)=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{6}+\dfrac{3}{4}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{6}+\dfrac{3}{4}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{5}{6}+\dfrac{3}{4}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{11}{24}$. ………5 分

（2）因为小李完全不会做最后一道多选题题，如果这道题有两个正确选项：

小李只随机填涂一个选项，则他得 2 分的概率为 $\frac{1}{2}$，得 0 分的概率也是 $\frac{1}{2}$，得分的期望为 1；他随机填涂两个选项，则他得 5 分的概率为 $\frac{1}{6}$，得 0 分的概率为 $\frac{5}{6}$，得分的期望为 $\frac{5}{6}$；他随机填涂三个选项，一定得 0 分，得分的期望为 0.

如果有三个正确选项：

小李只随机填涂一个选项，则他得 2 分的概率为 $\frac{3}{4}$，得 0 分的概率为 $\frac{1}{4}$，得分的期望为 $\frac{3}{2}$；

他随机填涂两个选项，则他得 2 分的概率为 $\frac{1}{2}$，得 0 分的概率为 $\frac{1}{2}$，得分的期望为 1；

他随机填涂三个选项，则他得 5 分的概率为 $\frac{1}{4}$，得 0 分的概率为 $\frac{3}{4}$，得分的期望为 $\frac{5}{4}$.

无论正确选项是两个或三个，小李不选或选四个选项均得 0 分。

综上可知，小李填涂一个选项得分的期望最大，所以他应该随机填涂一个选项. ………12 分

21. 解：（1）由题目可知圆 $N:(x-1)^2+y^2=16$，因为 $(-1-1)^2-0^2=4<16$，所以点 M 在圆 N 内，

于是圆 P 与圆 N 内切，因此 $|PN|+|PM|=4>|MN|=2$，故动点 P 的轨迹是以 M,N 为焦点的椭圆.

所以 $a=2,c=1,b=\sqrt{3}$.即轨迹方程 $\Omega:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.　　………4 分

（2）设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，直线 AB 的方程为 $x=my+1$，

联立 $\begin{cases}x=my+1,\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1,\end{cases}$ 得 $(3m^2+4)y^2+6my-9=0$，所以 $y_1+y_2=-\frac{-6m}{3m^2+4}$，$y_1y_2=-\frac{9}{3m^2+4}$.

设 $C(x_3,y_3),D(x_4,y_4)$，直线 CD 的方程为 $x=ny+1$，同理可得 $y_3+y_4=-\frac{-6n}{3n^2+4}$，$y_3y_4=-\frac{9}{3n^2+4}$.

又因为直线 AD 的方程为 $y=\frac{y_4-y_1}{x_4-x_1}(x-x_1)+y_1$，

令 $x=1$，得 $y_E=\frac{(n-m)y_1y_4}{ny_4-my_1}$，同理 $y_F=\frac{(n-m)y_2y_3}{ny_3-my_2}$.

现只需证 $y_E+y_F=0$，即证

$ny_1y_3y_4+ny_2y_3y_4-my_1y_2y_4-my_1y_2y_3$
$=n(y_1+y_2)y_3y_4-m(y_3+y_4)y_1y_2$
$=(-\dfrac{6m}{3m^2+4})(-\dfrac{9n}{3n^2+4})-(-\dfrac{6n}{3n^2+4})(-\dfrac{9m}{3m^2+4})=0,$

显然成立，故$|EN|=|FN|$． ………12 分

22. 证明：（1）设$h(x)=f(x)-f(-x)=(1+x)\mathrm{e}^{-x}-(1-x)\mathrm{e}^{x}$，

$h'(x)=-(1+x)\mathrm{e}^{-x}+\mathrm{e}^{-x}-(1-x)\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{x}=-x\mathrm{e}^{-x}+x\mathrm{e}^{x}=x(\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x})$，

因为$0\le x\le 1$，所以$\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x}\ge 0$，所以$h'(x)\ge 0$，

所以$h(x)$在$[0,1]$上单调递增，

所以$h(x)\ge h(0)=0$． ………4 分

（2）$f(x)\ge g(x)\Leftrightarrow (1+x)\mathrm{e}^{-x}\ge \mathrm{e}^{x}(\dfrac{1}{2}x^3+ax+1+2x\cos x)$，

令$F(x)=(1+x)\mathrm{e}^{-x}-\mathrm{e}^{x}(\dfrac{1}{2}x^3+ax+1+2x\cos x)$，因为$F(0)=0$，

又$F'(x)=\mathrm{e}^{-x}-(1+x)\mathrm{e}^{-x}-\mathrm{e}^{x}(\dfrac{3}{2}x^2+a+2\cos x-2x\sin x+\dfrac{1}{2}x^3+ax+1+2x\cos x)$

$=-x\mathrm{e}^{-x}-\mathrm{e}^{x}(\dfrac{1}{2}x^3+\dfrac{3}{2}x^2+ax+2\cos x+2x\cos x-2x\sin x+a+1)$，
所以$F'(0)=-(2+a+1)=-a-3$，

若$f(x)\ge g(x)$在$[0,1]$上恒成立，则$F'(0)\ge 0$为必要条件，即$-a-3\ge 0\Rightarrow a\le -3$．
下证充分性

当$a\le -3$时，$\mathrm{e}^{x}(\dfrac{1}{2}x^3+ax+1+2x\cos x)\le \mathrm{e}^{x}(\dfrac{1}{2}x^3-3x+1+2x\cos x)$，

由（1）知$(1+x)\mathrm{e}^{-x}\ge(1-x)\mathrm{e}^{x}$，$(0\le x\le 1)$

所以只需证明$(1-x)\mathrm{e}^{x}\ge \mathrm{e}^{x}(\dfrac{1}{2}x^3-3x+1+2x\cos x)$，也只需证明$1-x\ge\dfrac{1}{2}x^3-3x+1+2x\cos x$

令$G(x)=(1-x)-(\dfrac{1}{2}x^3-3x+1+2x\cos x)=-\dfrac{1}{2}x^3+2x-2x\cos x=x(-\dfrac{1}{2}x^2+2-2\cos x)$，

令$T(x)=-\dfrac{1}{2}x^2+2-2\cos x$，所以$T'(x)=-x+2\sin x$，所以$T''(x)=-1+2\cos x\ge 0\ (0\le x\le 1)$，

所以$T'(x)$在$[0,1]$上单调递增，所以$T'(x)\ge T'(0)=0$，

所以$T(x)$在$[0,1]$上单调递增，所以$T(x)\ge T(0)=0$，

所以$G(x)=xT(x)\ge 0$， 即$1-x\ge\dfrac{1}{2}x^3-3x+1+2x\cos x$，

所以$(1-x)\mathrm{e}^{x} \geq \mathrm{e}^{x}(\frac{1}{2}x^{3}-3x+1+2x\cos x)$，所以$(1+x)\mathrm{e}^{-x} \geq \mathrm{e}^{x}(\frac{1}{2}x^{3}+ax+1+2x\cos x)$成立.

综上可得a的取值范围为$(-\infty,-3]$. ………12 分