

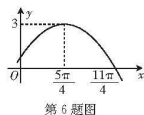
阜阳市 2022~2023 学年度高一年级教学质量统测
数 学

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{-1, 1, 3, 5, 7\}$, $B = \{x | 2^x > 2\sqrt{2}\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{5, 7\}$ B. $\{3, 5, 7\}$ C. $\{-1, 1\}$ D. $\{-1, 1, 3, 5, 7\}$
2. 已知 $(1-2i)z = 2i$, 则 z 的共轭复数 $\bar{z} =$
A. $\frac{4}{5} + \frac{2}{5}i$ B. $-\frac{4}{5} + \frac{2}{5}i$ C. $\frac{4}{5} - \frac{2}{5}i$ D. $-\frac{4}{5} - \frac{2}{5}i$
3. 若 $\sin(\frac{3\pi}{8} - x) = \frac{1}{3}$, 且 $0 < x < \frac{\pi}{2}$, 则 $\sin(\frac{\pi}{8} + x) =$
A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$
4. 中国古典数学先后经历了三次发展高潮,即两汉时期、魏晋南北朝时期和宋元时期,并在宋元时期达到顶峰,而南宋时期的数学家秦九韶正是其中的代表人物。作为秦九韶的集大成之作,《数书九章》一书所承载的数学成就非同一般。可以说,凡是实际生活中需要运用到数学知识的地方,《数书九章》一书皆有所涉及,例如“验米夹谷”问题:今有谷 3318 石,抽样取谷一把,数得 168 粒内有秕谷 22 粒,则粮仓内的秕谷约为
A. 321 石 B. 166 石 C. 434 石 D. 623 石
5. 在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 已知 $p: \frac{a}{\sin C} = \frac{b}{\sin A} = \frac{c}{\sin B}$, $q: \triangle ABC$ 是等腰三角形. 则 p 是 q 的
A. 必要不充分条件 B. 充分不必要条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. 已知函数 $f(x) = 3\sin(\omega x + \varphi)$ ($x \in \mathbf{R}, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示,则下列说法正确的是
A. $f(x) = 3\sin(\frac{1}{3}x - \frac{\pi}{12})$
B. $f(\frac{3\pi}{4}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$



- C. 不等式 $f(x) \geq \frac{3}{2}$ 的解集为 $[6k\pi + \frac{\pi}{4}, 6k\pi + \frac{9\pi}{4}]$, $k \in \mathbf{Z}$
- D. 将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后所得的函数图象在 $[6\pi, 8\pi]$ 上单调递增

7. 设 $a = \tan \frac{9\pi}{8}$, $b = 2^{\frac{1}{3}}$, $c = \log_2 3$, 则

- A. $a < c < b$ B. $a < b < c$ C. $c < a < b$ D. $b < a < c$

8. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$, 若函数 $y = f(x+1)$ 是偶函数, 且 $f(x)$ 对任意 $x_1, x_2 \in [1, +\infty)$ ($x_1 \neq x_2$), 都有 $(x_2 - x_1)[f(x_2) - f(x_1)] < 0$, 若 $f(\ln a) \geq f(-1)$, 则实数 a 的取值范围是

- A. $(0, \frac{1}{e}]$ B. $[\frac{1}{e}, e]$ C. $[\frac{1}{e}, e^3]$ D. $[e^3, +\infty)$

二、多项选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分。

9. 下面命题正确的是

- A. 任意两个单位向量都相等
B. 方向相反的两个非零向量一定共线
C. 若 $a = (1, 2)$, $b = (m, 1)$, 且 a 与 b 的夹角为锐角, 则 $m > -2$
D. 若非零向量 a, b 满足 $|a+b| = |a-b|$, 则 a, b 的夹角为 $\frac{\pi}{2}$

10. 已知函数 $f(x) = |\sin x| \cos x$, 则以下结论正确的是

- A. $f(x)$ 的最小值为 $-\frac{1}{2}$ B. $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{8}]$ 上单调递增
C. $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上有且仅有 1 个零点 D. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{8}$ 对称

11. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M 为棱 AA_1 上的动点(含端点), 则下列说法正确的是

- A. 存在点 M , 使得 $C_1M \parallel$ 平面 AB_1C
B. 对于任意点 M , 都有平面 $C_1MB \perp$ 平面 A_1B_1CD
C. 异面直线 C_1M 与 BC 所成角的余弦值的取值范围是 $[\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$
D. 若 $C_1M \perp$ 平面 a , 则平面 a 截该正方体的截面图形的周长最大值为 $6\sqrt{2}$

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x - 1, & x \geq m, \\ -(x+2)^2, & x < m \end{cases}$ ($m \in \mathbf{R}$), 则

- A. 对任意的 $m \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x)$ 都只有 1 个零点
B. 当 $m \leq -3$ 时, 对 $\forall x_1 \neq x_2$, 都有 $(x_1 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)] > 0$ 成立
C. 当 $m = 0$ 时, 方程 $f(f(x)) = 0$ 有 4 个不同的实数根
D. 当 $m = 0$ 时, 方程 $f(x) + f(-x) = 0$ 有 3 个不同的实数根

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。把答案填在答题卡的相应位置。

13. 已知 b 与单位向量 a 的夹角为 60° , 且 $|a-b| = \sqrt{7}$, 则 $|b| =$ $\underline{\hspace{1cm}}$.
14. 已知一个样本容量为 7 的样本的平均数为 5, 方差为 2, 现在样本中加入一个新数据 5, 则此时方差是 $\underline{\hspace{1cm}}$.

15. 已知 A, B, C, D 四点共圆, 且 $AB=CD=2, AD=1, BC=3$, 则 $\triangle ABC$ 外接圆的面积为 .

16. 四棱锥 $P-ABCD$ 的四个顶点都在球 O 的球面上, 现已知其平面展开图如图所示, 四边形 $ABCD$ 是矩形, $AD=1, AB=2, AE=BE=\frac{\sqrt{21}}{3}$, 且 $AD \perp AH$, 则球 O 的表面积为 .



第 16 题图

四、解答题: 本题共 6 小题, 第 17 题 10 分, 其余每小题 12 分, 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 .

① $c \sin B + 2 \cos A = b \sin C + 1$; ② $\cos 2A - 3 \cos(B+C) - 1 = 0$; ③ 向量 $m = (\sqrt{3}b, a)$, 向量 $n = (\sin B, \cos A)$, 且 $m \parallel n$. 在这三个条件中选择一个, 补充在横线中, 并解答.

(注: 若选择多个不同条件分别作答, 则按照第一个解答计分)

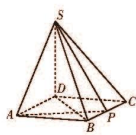
(1) 求角 A 的大小;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 求 a 的最小值.

18. 如图, 在四棱锥 $S-ABCD$ 中, SD, AD, DC 两两相互垂直, $AB \parallel DC$, P 为 BC 的中点, 且 $BS \perp AP$.

(1) 证明: 平面 $SAP \perp$ 平面 SBD ;

(2) 若 $SD=DC=2$, 求四棱锥 $S-ABCD$ 的体积.



第 18 题图

19. 为分析某次数学考试成绩, 现从参与本次考试的学生中随机抽取 100 名学生的成绩作为样本, 得到以 $[80, 90), [90, 100), [100, 110), [110, 120), [120, 130), [130, 140), [140, 150]$ 分组的样本频率分布直方图, 如图所示.

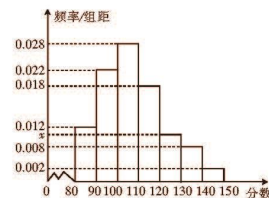
(1) 求频率分布直方图中 x 的值;

(2) 试估计本次数学考试成绩的平均数和第 50 百分位数;

【高一数学 第 3 页(共 4 页)】

• 23 - 557A •

(3) 从样本分数在 $[130, 140), [140, 150]$ 的两组学生中, 用分层抽样的方法抽取 5 名学生, 再从这 5 名学生中随机选出 2 人, 求选出的 2 名学生中恰有 1 人成绩在 $[130, 140)$ 中的概率.



第 19 题图

20. 已知 $a = (\sqrt{3} \sin x, 2 \cos^2 x)$, $b = (2 \cos x, 1)$, 函数 $f(x) = a \cdot b$.

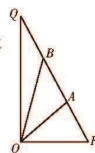
(1) 求 $f(x)$ 图象的对称中心坐标及其在 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 内的单调递增区间;

(2) 若函数 $g(x) = f(\frac{\pi x}{4})$, 计算 $g(1) + g(2) + g(3) + \dots + g(2023)$ 的值.

21. 为打造美好生态校园, 缓解学生的学习压力, 培养学生的责任和担当意识, 某校北校区拟开设饲养动物的课程. 校园内有一块空地 $\triangle OPQ$ (如图所示), 其中 $OP=30$ m, $OQ=30\sqrt{3}$ m, $\angle POQ = \frac{\pi}{2}$. 学校拟在空地中间规划动物休息区域 $\triangle OAB$, 活动区域 $\triangle OPA$, 且 $\angle AOB = \frac{\pi}{6}$, 现需要在 $\triangle OPB$ 的周围安装防护网.

(1) 当 $PA=15$ m 时, 求防护网的总长度;

(2) 为了节约成本投入, 要求动物休息区域 $\triangle OAB$ 尽可能小, 问如何规划, 能让 $\triangle OAB$ 的面积最小? 最小面积是多少?



第 21 题图

22. 若函数 $y=f(x)$ 满足在定义域内的某个集合 A 上, 对任意 $x \in A$, 都有 $e^x[f(x) - e^x]$ 是一个常数, 则称 $f(x)$ 在 A 上具有 M 性质.

(1) 设 $y=f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上具有 M 性质的奇函数, 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 设 $y=g(x)$ 是在区间 $[-1, 1]$ 上具有 M 性质的偶函数, 若关于 x 的不等式 $g(2x) - 2eg(x) + n > 0$ 在 $[-1, 1]$ 上恒成立, 求实数 n 的取值范围.

【高一数学 第 4 页(共 4 页)】

• 23 - 557A •

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：
www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线