# 高三数学学科参考答案及解析

一、选择题：本大题共 **10** 小题，每小题 **4** 分，共 **40** 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.答案：A.

解析：$C_R B=\{x|x\le 1\}$，所以$A\cap(C_R B)=\{x|0<x\le 1\}$，选A.

2.答案：D

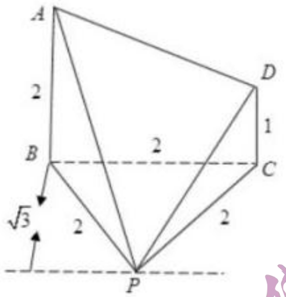
解析：$z=\frac{2}{1+i}=\frac{2(1-i)}{(1+i)(1-i)}=1-i$，所以$|z|=\sqrt{2}$，故A错误；$\bar{z}=1+i$，故B错误；复数$z$的虚部为$-1$，故C错误；因为$(x-1)^2=-1$，所以$x^2-2x+2=0$的根为$x=1\pm i$，D正确.

3.答案：C

解析：由几何体的三视图可得该几何体的直观图，计算可得：

$PD=AD=\sqrt{5}$，$AP=2\sqrt{2}$，$PB=PC=BC=AB=2$，$CD=1$.

选C.




4.答案：A

解析：阴影区域对应的不等式组为$\begin{cases}-\pi<x<\pi,\\ -\pi<y<\pi,\\ x+y>0,\\ x+y<\pi\end{cases}$，所以

$0<x+y<\pi$，则$\sin(x+y)>0$.选A.

5.答案：B

解：由$ln\frac{2a}{b}=ln(2a)-lnb>3^b-3^{2a}$，得$ln(2a)+3^{2a}>lnb+3^b$，令$f(x)=lnx+3^x$，$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，又$f(2a)>f(b)$，则$2a>b$．即当$a>0$，$b>0$时，$ln\frac{2a}{b}>3^b-9^a\Leftrightarrow 2a>b$.显然，$a>b\Rightarrow 2a>b$，但由$2a>b$不能得到$a>b$.选B.

6.答案：D

解析：连接$C_1D$、$BD$，则$PQ\parallel BD$，所以A，B，C正确，D错误。

7.答案：C

解析：当$x>0$时，均有$\ln x<x-1$成立，A错；当$x\in(0,\frac{\pi}{2})$时，均有$\sin x<x<\tan x$成立，B错；$x\in(0,\frac{\pi}{2})$，所以$0<\frac{\pi}{2}-x<\frac{\pi}{2}$，又$\sin(\frac{\pi}{2}-x)<\frac{\pi}{2}-x$，所以$x+\cos x<\frac{\pi}{2}$，D错；结合

图形可知，C 对.

作为选择题，本题用特殊值排除更快.

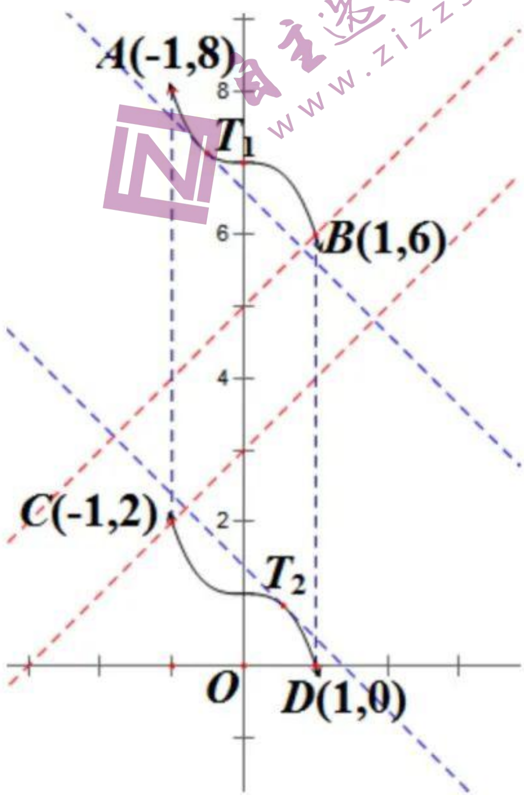
8.答案：D

解析：对①，$x,y$ 满足 $x^2-xy+y^2=3$，则 $(x+y)^2=3+3xy\le 3+\frac{3}{4}(x+y)^2$，即可得 $(x+y)^2\le 12$，所以 $-2\sqrt{3}\le x+y\le 2\sqrt{3}$；或 $x^2+y^2=3+xy\ge 2|xy|$，解得 $-1\le xy\le 3$，所以 $(x+y)^2=3+3xy\in[0,12]$，即可得 $-2\sqrt{3}\le x+y\le 2\sqrt{3}$。对②，由①可知，$2\le x^2+y^2=3+xy\le 6$，所以②正确；③将 $-x$ 替换 $x$，$-y$ 替换 $y$，代入可得 $x^2-xy+y^2=3$，所以曲线 $C$ 关于原点对称；同理，将 $x,y$ 互换，方程不变，所以曲线关于直线 $y=x$ 对称；用 $-y$ 代 $x$，$-x$ 代 $y$，方程不变，所以曲线关于直线 $y=-x$ 对称，所以③正确；对④，令 $x=1$，则 $y^2-y-2=0$，解得 $y=-1$，或 $y=2$，即过两个整点 $A(1,-1)$，$B(1,2)$，同理令 $y=1$，可知曲线经过整点 $C(-1,1)$，$D(2,1)$，再由③可知，曲线还经过点 $E(-1,-2)$，$F(-2,-1)$，故④正确。选 D。

9.答案：C

方法一：由 $f(x)=\left|x^3+|x-a|-4\right|$ 在 $[-1,1]$ 上的最大值为 3，则 $\left|x^3+|x-a|-4\right|\le 3$ 对 $x\in[-1,1]$ 恒成立，且至少存在一个 $x_0\in[-1,1]$，使等号成立。

即 $1-x^3\le|x-a|\le 7-x^3$ 对 $x\in[-1,1]$ 恒成立，且至少存在一个 $x_0\in[-1,1]$，使等号成立。




如图所示：若 $y=a-x$ 与 $y_1=7-x^3,x\in[-1,1]$ 相切于 $T_1$ 点，令 $y'=-3x^2=-1$，则 $x_1=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，$y_1=7+\frac{\sqrt{3}}{9}$，此时 $a=x_1+y_1=7-\frac{2\sqrt{3}}{9}$。同理可得当 $y=a-x$ 与 $y_2=1-x^3,x\in[-1,1]$ 相切于 $T_2$ 点，可求得 $a=1+\frac{2\sqrt{3}}{9}$。又直线 $y=x-a$ 经过 $B$ 时，

$a=-5$；经过 $C$ 时，$a=-3$。

所以满足条件的 $a$ 的值为 $7-\frac{2\sqrt{3}}{9}$，$1+\frac{2\sqrt{3}}{9}$，$-5$，$-3$.

方法二：由 $f(x)=\left|x^3+|x-a|-4\right|$ 在 $[-1,1]$ 上的最大值为 3，则 $\left|x^3+|x-a|-4\right|\le 3$ 对 $x\in[-1,1]$ 恒成立，且至少存在一个 $x_0\in[-1,1]$，使等号成立。即 $1-x^3\le|x-a|\le 7-x^3$ 对 $x\in[-1,1]$ 恒成立，且至少存在一个 $x_0\in[-1,1]$，使等号成立。

若 $|x-a|\le 7-x^3$ 恒成立，可化为 $x^3+x-7\le a\le -x^3+x+7$ 对 $x\in[-1,1]$ 恒成立，且至少存在一个 $x_0\in[-1,1]$，使等号成立。所以 $a=(x^3+x-7)_{\min}$，或 $a=(-x^3+x+7)_{\max}$，可求得 $a=-5$ 或 $a=7-\frac{2\sqrt{3}}{9}$。

若 $1-x^3\le|x-a|$ 恒成立，可化为 $a\le x^3+x-1$，或 $a\ge -x^3+x+1$ 对 $x\in[-1,1]$ 恒成立，且至少存在一个 $x_0\in[-1,1]$，使等号成立。所以 $a=(x^3+x-1)_{\max}$，或 $a=(-x^3+x+1)_{\min}$，可求得 $a=-3$ 或 $a=1+\frac{2\sqrt{3}}{9}$。

所以满足条件的 $a$ 的值为 $7-\frac{2\sqrt{3}}{9}$，$1+\frac{2\sqrt{3}}{9}$，$-5$，$-3$.

10.答案：B

解析：显然，对任意 $n\in N^*$，$a_n>0$，$a_{n+1}=\sqrt{(a_n+1)(a_n+\frac{1}{a_n}-1)}$ 化简可得 $a_{n+1}^2-a_n^2=\frac{1}{a_n}>0$，

所以 $a_{n+1}>a_n$，则 $a_{n+1}^3-a_n^3>a_n(a_{n+1}^2-a_n^2)=1$，累加可得 $a_n^3-a_1^3>n-1$，所以 $a_n>\sqrt[3]{n}$.又

$a_{n+1}^2-a_n^2=\frac{1}{a_n}$ 所以 $a_{n+1}-a_n=\frac{1}{a_n(a_{n+1}+a_n)}$

$<\frac{1}{2a_n^2}<\frac{1}{2n^{\frac{2}{3}}}$，则 $a_{n+1}-a_1=(a_{n+1}-a_n)+(a_n-a_{n-1})+\cdots+(a_2-a_1)$

$<\frac{1}{2}[\frac{1}{n^{\frac{2}{3}}}+\frac{1}{(n-1)^{\frac{2}{3}}}+\cdots+\frac{1}{1^{\frac{2}{3}}}]=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}[\frac{1}{3n^{\frac{2}{3}}}+\frac{1}{3(n-1)^{\frac{2}{3}}}+\cdots+\frac{1}{3\times 2^{\frac{2}{3}}}]$，注意到

$\frac{1}{3k^{\frac{2}{3}}}<\frac{k-(k-1)}{k^{\frac{2}{3}}+k^{\frac{1}{3}}(k-1)^{\frac{1}{3}}+(k-1)^{\frac{2}{3}}}=k^{\frac{1}{3}}-(k-1)^{\frac{1}{3}}$，所以$\frac{3}{2}[\frac{1}{3n^{\frac{2}{3}}}+\frac{1}{3(n-1)^{\frac{2}{3}}}+\cdots+\frac{1}{3\times 1^{\frac{2}{3}}}]$

$<\frac{1}{2}+\frac{3}{2}(n^{\frac{1}{3}}-1)=\frac{3}{2}n^{\frac{1}{3}}-1$，则$a_{n+1}<\frac{3}{2}n^{\frac{1}{3}}$，所以$a_n<a_{n+1}<\frac{3}{2}n^{\frac{1}{3}}$.综上$\sqrt[3]{n}<a_n<\frac{3}{2}\sqrt[3]{n}$.

**二、填空题：本大题共 7 小题，共 36 分.多空题每小题 6 分，单空题每小题 4 分.**

11.答案：$-\frac{1}{4}$

方法一：$\log_2(\log_4 x)+\log_4(\log_{16} x)+\log_{16}(\log_2 x)=0$可化为

$\log_2[\frac{1}{2}(\log_2 x)]+\log_4[\frac{1}{4}(\log_2 x)]+\log_{16}(\log_2 x)=0$，即

$\log_2(\log_2 x)-1+\log_4(\log_2 x)-1+\log_{16}(\log_2 x)=0$，即

$\log_2(\log_2 x)-1+\frac{1}{2}\log_2(\log_2 x)-1+\frac{1}{4}\log_2(\log_2 x)=0$，则$\log_2(\log_2 x)=\frac{8}{7}$。同理

$\log_2(\log_{16} x)+\log_{16}(\log_4 x)+\log_4(\log_2 x)=\frac{7}{4}\log_2(\log_2 x)-\frac{9}{4}=-\frac{1}{4}$。

方法二：$\log_2(\log_{16} x)+\log_{16}(\log_4 x)+\log_4(\log_2 x)-$

$\log_2(\log_4 x)+\log_4(\log_{16} x)+\log_{16}(\log_2 x)$

$=\log_2(\log_{16} 4)+\log_4(\log_2 16)+\log_{16}(\log_4 2)=-\frac{1}{4}$。

12.答案：29.

解析：方法一：在原式中令$x=0$可得$a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7+a_8=0$，故只要求

$a_2$。$x^2+x^8=[(x+1)-1]^2+[(x+1)-1]^8$，所以$a_2=C_2^0(-1)^0+C_8^6(-1)^6$=29.

方法二：对原式两边连续求导二次可得：

$2+8\times 7\times x^6=2a_2+6a_3(x+1)+\ldots+8\times 7\times a_8(x+1)^6$，再令$x=-1$，即可得$2a_2=58$，所以$a_2$=29.

13.答案：0；$x\le -2$，或$x\ge 2$。

方法一：根据函数奇偶性，求出$x<0$的函数解析式，再求解。

解析：若$y=f(x)$为奇函数，则$f(g(-1))=f(f(-1))=f(-f(1))=f(2)$=0；若$y=f(x)$为偶函数，则$f(x)=f(|x|)\ge 0$，又$y=f(x)$在$[0,+\infty)$递增，所以$2^{|x|}-4\ge 0$，解得$|x|\ge 2$，所以$x\le -2$，或$x\ge 2$。

14.答案：1,1.

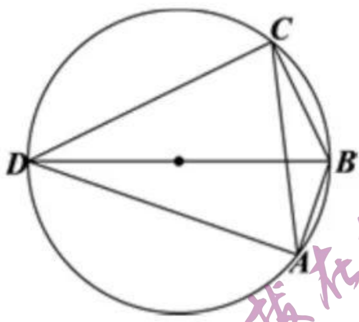
解析：$\xi$ 的所有可能取值为 0,1,2,3. $p(\xi=0)=\frac{A_4^4A_2^2}{A_5^5}=\frac{2}{5}$； $p(\xi=1)=\frac{C_3^1A_2^2A_3^3}{A_5^5}=\frac{3}{10}$；

$p(\xi=2)=\frac{C_3^2A_2^2A_2^2A_2^2}{A_5^5}=\frac{1}{5}$； $p(\xi=3)=\frac{A_2^2A_3^3}{A_5^5}=\frac{1}{10}$. $E(\xi)=$

$0\times\frac{2}{5}+1\times\frac{3}{10}+2\times\frac{1}{5}+3\times\frac{1}{10}=1$， $E(\xi^2)=0\times\frac{2}{5}+1\times\frac{3}{10}+4\times\frac{1}{5}+9\times\frac{1}{10}=2$，所以

$D(\xi)=E(\xi^2)-E^2(\xi)=1$.

15.答案: $\sqrt{10}$ , $\frac{\sqrt{5}}{5}$



解析：$\Delta ABD$ 和 $\Delta CBD$ 是同一平面内共斜边的两个直角三角形，所以 $A,B,C,D$ 四点共圆，且 $BD$ 为直径，又 $\angle ABC=\frac{3\pi}{4}$，所以 $\angle ADC=\frac{\pi}{4}$，在 $\Delta ABC$ 中，由余弦定理得 $AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos\frac{3\pi}{4}=5$，所以 $AC=\sqrt{5}$，设 $\Delta ABC$ 的外接圆半径为 $R$，则

$2R=\frac{AC}{\sin\angle ABC}=\frac{\sqrt{5}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{10}$，所以 $BD=\sqrt{10}$. 在 $Rt\Delta ABD$ 中， $\cos\angle DBA=\frac{\sqrt{5}}{5}$。又因为同弧所对的圆周角相等，所以 $\angle DCA=\angle DBA$，所以 $\cos\angle DCA=\frac{\sqrt{5}}{5}$。

16.答案： $\sqrt{7}$

解析：由题意，作出图形，则 $F_1F_2=2c$， $\because \overrightarrow{CB}=3\overrightarrow{F_2A}$，所以 $F_2A\parallel CB\therefore \triangle F_1AF_2\backsim\triangle F_1BC$，$\therefore F_2C=4c$，设 $AF_2=t$，则 $BC=3t$ .由 $\frac{\overrightarrow{BF_2}\cdot\overrightarrow{BF_1}}{|\overrightarrow{BF_1}|}=\frac{\overrightarrow{BF_2}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BC}|}$ 可知， $BF_2$ 平分 $\angle F_1BC$，

由角分线定理可知，$\therefore \frac{BF_1}{BC}=\frac{F_1F_2}{F_2C}=\frac{2c}{4c}=\frac{1}{2}$，$\therefore BF_1=\frac{3t}{2}$， $AF_1=\frac{1}{3}BF_1=\frac{t}{2}$， $AB=\frac{2}{3}BF_1=t$，由

理知，$\cos\angle F_2BC=\dfrac{BF_2^2+BC^2-F_2C^2}{2\cdot BF_2\cdot BC}$，即$\dfrac{1}{2}=\dfrac{t^2+9t^2-16c^2}{2\cdot t\cdot 3t}$，化简得，$7t^2=16c^2$②，由①②可得，

$\dfrac{c^2}{a^2}=7$，∴ 离心率$e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{7}$．

17.答案：6，5.

方法一：建系用坐标运算.

方法二：记正$n$边形的中心为$O$（也是外接圆的圆心），则$\overrightarrow{OA_1}+\overrightarrow{OA_2}+\cdots+\overrightarrow{OA_n}=\vec{0}$，即

$\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{PA_1}+\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{PA_2}+\cdots+\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{PA_n}=\vec{0}$，所以$\overrightarrow{PA_1}+\overrightarrow{PA_2}+\cdots+\overrightarrow{PA_n}=n\overrightarrow{PO}$.则

$\left|\overrightarrow{PA_1}+\overrightarrow{PA_2}+\cdots+\overrightarrow{PA_n}\right|=\left|n\overrightarrow{PO}\right|=n\left|\overrightarrow{PO}\right|\le n$.

三、解答题：本大题共 **5** 小题，共 **74** 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

18.解析：（1）由题意，可得$g(x)=2\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})$，因为$x\in[0,\dfrac{\pi}{4}]$，$2x+\dfrac{\pi}{6}\in[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{2\pi}{3}]$，$g(x)$先增后减，且$g(0)=1$，$g(\dfrac{\pi}{6})=2$，$g(\dfrac{\pi}{4})=\sqrt{3}$，所以$g(x)$在$[0,\dfrac{\pi}{4}]$上的值域为$[1,2]$.

（2）$g(\dfrac{C}{2})=2\sin(C+\dfrac{\pi}{6})=\sqrt{3}$，$\because C\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，则$\dfrac{\pi}{6}<C+\dfrac{\pi}{6}<\dfrac{2\pi}{3}$，所以，$C+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{3}$，所以，$C=\dfrac{\pi}{6}$，

$$\tan A+\tan B=\frac{\sin A}{\cos A}+\frac{\sin B}{\cos B}=\frac{\sin A\cos B+\sin B\cos A}{\cos A\cos B}=\frac{\sin(A+B)}{\cos A\cos\left(\dfrac{5\pi}{6}-A\right)}$$

$$=\frac{\sin C}{-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos^2A+\dfrac{1}{2}\sin A\cos A}=\frac{2}{\sin 2A-\sqrt{3}\cos 2A-\sqrt{3}}=\frac{2}{2\sin\left(2A-\dfrac{\pi}{3}\right)-\sqrt{3}}$$，$\because\triangle ABC$是锐角三角形，由$\begin{cases}0<A<\dfrac{\pi}{2}\\0<B=\dfrac{5\pi}{6}-A<\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$，解得$\dfrac{\pi}{3}<A<\dfrac{\pi}{2}$，所以，$\dfrac{\pi}{3}<2A-\dfrac{\pi}{3}<\dfrac{2\pi}{3}$，$\dfrac{\sqrt{3}}{2}<\sin\left(2A-\dfrac{\pi}{3}\right)\le 1$，则

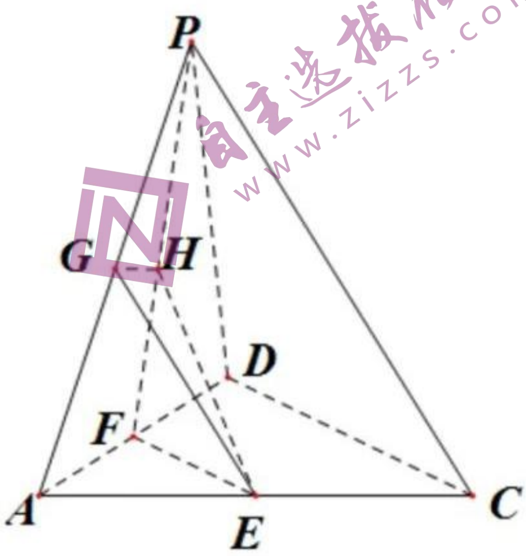
$\tan A+\tan B\ge\dfrac{2}{2-\sqrt{3}}=4+2\sqrt{3}$.

19.解析（1）证明：因为面$PAD\perp$面$ADC$，面$PAD\cap$面$ADC=AD$，$CD\subset$平面$ACD$，

$CD\perp AD$，所以$CD\perp$平面$PAD$，又$EF\parallel CD$，所以$EF\perp$平面$PAD$。

（2）如图，取$PA$中点$G$,连接$EG$，则$PC$与$EQ$所成角即为$EG$与$EQ$所成角$\angle GEQ$。当$Q$在

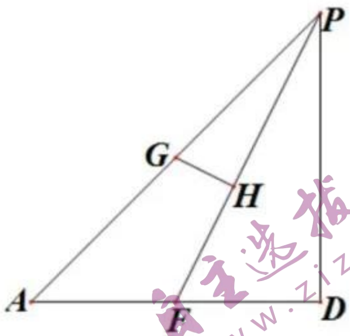
线段 $PF$ 上运动时，$EQ$ 为平面 $PEF$ 内的动直线，而 $EG$ 是平面的斜线。则当 $EG$ 与 $EQ$ 所成角取得最小值时，$\angle GEQ$ 为直线 $EG$ 与平面 $PEF$ 所成的线面角，又 $EF\perp$ 平面 $PAD$。在 $\Delta PAD$ 内过 $G$ 作 $GH\perp PF$，则 $GH\subset$ 平面 $PAD$，所以 $EF\perp GH$，又 $GH\perp PF$，所以 $GH\perp$ 平面 $PEF$，所以 $\angle GEH$ 就是直线 $EG$ 与平面 $PEF$ 的所成的角，此时的 $H$ 就是满足条件的点 $Q$。




如图，等腰直角三角形 $PAD$ 中，$AD=PD=2$，所以 $PF=\sqrt{5}$，$PG=AG=\sqrt{2}$，

$\sin\angle PFD=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，$\sin\angle PFD=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，则

$\sin\angle APF=\sin(\angle PFA-\dfrac{\pi}{4})=\sin\angle PFD\cdot\cos\dfrac{\pi}{4}-\cos\dfrac{\pi}{4}\cdot\sin\angle PFD=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$，所以




$PH=PG\cdot\cos\angle APF=\sqrt{2}\cdot\dfrac{3\sqrt{10}}{10}=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$，所以

$FH=PF-PH=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$。

20.解析:（1）由 $a_{n+1}=3a_n+2$，可得 $a_{n+1}+1=3(a_n+1)$，所以数列 $\{a_n+1\}$ 是首项为 $a_1+1=2$，公比为 3 的等比数列，所以 $a_n+1=2\cdot 3^{n-1}$，所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2\cdot 3^{n-1}-1$.因为 $S_{n+1}-n=S_n+b_n+n+1$，所以 $b_{n+1}=b_n+2n+1$，所以

$$b_n=(b_n-b_{n-1})+(b_{n-1}-b_{n-2})+\cdots+(b_2-b_1)+b_1=(2n-1)+(2n-3)+\cdots+3+1$$

$$=\frac{(2n-1+1)n}{2}=n^2$$，所以数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n=n^2$.

（2）由（1）可得 $c_n=\frac{2(n^2+n)}{2n\cdot 3^{n-1}}=\frac{n+1}{3^{n-1}}$，所以 $T_n=\frac{2}{3^0}+\frac{3}{3^1}+\frac{4}{3^2}+\cdots+\frac{n}{3^{n-2}}+\frac{n+1}{3^{n-1}}$ ①，

$3T_n=\frac{2\times 3}{3^0}+\frac{3}{3^0}+\frac{4}{3^1}+\cdots+\frac{n}{3^{n-3}}+\frac{n+1}{3^{n-2}}$ ②，②-①得

$2T_n=6+\left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\dots+\frac{1}{3^{n-2}}\right)-\frac{n+1}{3^{n-1}}=6+\frac{1-\frac{1}{3^{n-1}}}{1-\frac{1}{3}}-\frac{n+1}{3^{n-1}}=\frac{15}{2}-\frac{2n+5}{2\cdot 3^{n-1}}$，所以

$T_n=\frac{15}{4}-\frac{2n+5}{4\cdot 3^{n-1}}$.

$T_{n+1}=\frac{15}{4}-\frac{2n+7}{4\cdot 3^n}$，$T_{n+1}-T_n=\frac{2n+5}{4\cdot 3^{n-1}}-\frac{2n+7}{4\cdot 3^n}=\frac{n+2}{3^n}>0$，所以 $\{T_n\}$ 递增，所以

$T_n\ge T_1=\frac{15}{4}-\frac{2\times 1+5}{4\cdot 3^{1-1}}=2$，又当 $n\to+\infty$ 时，$\frac{2n+5}{4\cdot 3^{n-1}}\to 0$，所以 $T_n<\frac{15}{4}$。因此，$2\le T_n<\frac{15}{4}$。

21.解析：（1）证明：记 $A(x_1,\frac{1}{4}x_1^2)$，$B(x_2,\frac{1}{4}x_2^2)$，由 $y=\frac{1}{4}x^2$，所以 $y'=\frac{1}{2}x$，则 $k_{PA}=\frac{1}{2}x_1$，

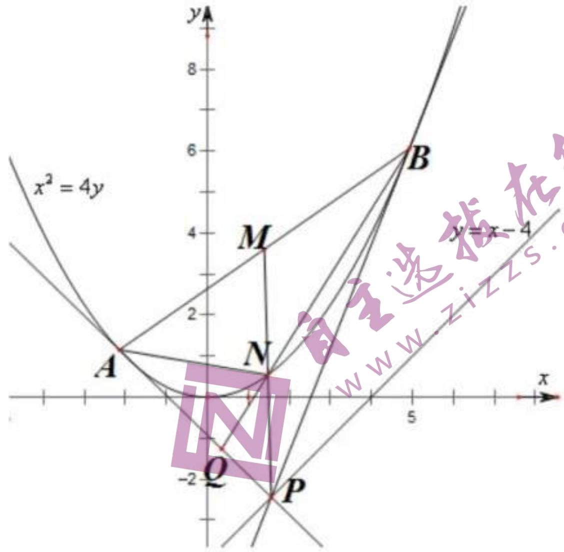
$l_{PA}:y-\frac{1}{4}x_1^2=\frac{1}{2}x_1(x-x_1)$，即

$l_{PA}:y=\frac{1}{2}x_1x-\frac{1}{4}x_1^2$，同理

$l_{PB}:y=\frac{1}{2}x_2x-\frac{1}{4}x_2^2$。设 $P(x_0,x_0-4)$，则

$\begin{cases}x_0-4=\frac{1}{2}x_1x_0-\frac{1}{4}x_1^2,\\ x_0-4=\frac{1}{2}x_2x_0-\frac{1}{4}x_2^2\end{cases}$ 两式相减可得

$x_1+x_2=2x_0$，两式相加可得 $x_1x_2=4(x_0-4)$，




则 $k_{AB}=\frac{\frac{1}{4}x_2^2-\frac{1}{4}x_1^2}{x_2-x_1}=\frac{1}{2}x_0$，所以 $l_{AB}$：

$y-\frac{1}{4}x_1^2=\frac{1}{2}x_0(x-x_1)=\frac{1}{4}(x_1+x_2)x-\frac{1}{4}(x_1+x_2)x_1$，则 $y=\frac{1}{2}x_0x-\frac{1}{4}x_1x_2=$

$\frac{1}{2}x_0x-(x_0-4)$，即 $y-4=\frac{1}{2}x_0(x-2)$，所以直线 $AB$ 过定点 $(2,4)$。

（2）由（1）可知，$P(x_0,x_0-4)$，$M(x_0,\frac{1}{2}x_0^2-x_0+4)$，所以直线 $PM\perp x$ 轴，则 $x_N=x_0$，且

$y_N=\frac{1}{4}x_0^2=\frac{y_P+y_M}{2}$，则 $N$ 为 $MP$ 中点。$\overrightarrow{BN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BP}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BP}+\frac{1}{4}\overrightarrow{BA}$，所以

$\frac{4}{3}\overrightarrow{BN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BP}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BQ}$，则 $AQ=2QP$，且 $BQ=4NQ$，所以 $S_{\Delta ANQ}=\frac{2}{3}S_{\Delta ANP}=\frac{1}{6}S_{\Delta ABP}$。

由（1）可知，$k_{AB}=\frac{1}{2}x_0$，$x_1+x_2=2x_0$，$x_1x_2=4(x_0-4)$，所以

$$|AB|=\sqrt{1+\frac{1}{4}x_0^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{1+\frac{1}{4}x_0^2}\sqrt{(2x_0)^2-4\times4(x_0-4)}=\sqrt{4+x_0^2}\ \sqrt{x_0^2-4x_0+16}$$

。又直线 $AB$ 方程为 $y-4=\frac{1}{2}x_0(x-2)$，即 $x_0x-2y-2x_0+8=0$，所以点 $P$ 到直线 $AB$ 的距离为

$d=\frac{|x_0^2-4x_0+16|}{\sqrt{x_0^2+4}}$，所以 $S_{\Delta ABP}=\frac{1}{2}|AB|\cdot d=\frac{1}{2}(x_0^2-4x_0+16)^{\frac{3}{2}}$，所以当 $x_0=2$ 时，$S_{\Delta ABP}$ 的最小值为 $12\sqrt{3}$，所以 $S_{\Delta ANQ}$ 的最小值为 $2\sqrt{3}$。

22.解析：（1）$f'(x)=x-a+\frac{a}{x}$，$f'(2)=2-a+\frac{a}{2}=1$，解得 $a=2$.

（2）① $f'(x)=x-a(1-\frac{1}{x})=\frac{x^2-ax+a}{x}(x>0)$，因为 $f(x)$ 有两个极值点为 $x_1,x_2$，所以关于 $x$ 的方程 $x^2-ax+a=0$ 有两正根 $x_1,x_2$，且 $x_1+x_2=a>0,x_1x_2=a>0,\Delta=a^2-4a>0$，解得：$a>4$.

②由 $x_1^2-ax_1+a=0$ 可得：$x_1^2=ax_1-a$，同理：$x_2^2=ax_2-a$，所以不等式 $f(x_1)-f(x_2)>b(x_1^2-x_2^2)$ 可化为：$\frac{1}{2}(x_1^2-x_2^2)+a(x_2-x_1)+a(\ln x_1-\ln x_2)>b(x_1^2-x_2^2)$，把 $x_1+x_2=a$ 代入，则有：

$\frac{1}{2}(x_1^2-x_2^2)+(x_2^2-x_1^2)+(x_1+x_2)(\ln x_1-\ln x_2)>b(x_1^2-x_2^2)$，化简得

$(x_1+x_2)(\ln x_1-\ln x_2)>(b+\frac{1}{2})(x_1^2-x_2^2)$，则 $\ln x_1-\ln x_2>(b+\frac{1}{2})(x_1-x_2)$，因为 $x_1>0,x_2>0$，且 $x_2>e^2x_1$，所以 $x_2>x_1$，所以 $b+\frac{1}{2}>\frac{\ln x_2-\ln x_1}{x_2-x_1}$，只需 $b+\frac{1}{2}>(\frac{\ln x_2-\ln x_1}{x_2-x_1})_{\max}$.因为 $x_1+x_2=a,x_1x_2=a$，

所以 $\frac{\ln x_2-\ln x_1}{x_2-x_1}=\frac{\ln x_2-\ln x_1}{x_2-x_1}\bullet\frac{x_1x_2}{x_1+x_2}=\frac{\ln\frac{x_2}{x_1}\cdot\frac{x_2}{x_1}}{(\frac{x_2}{x_1})^2-1}$，令 $t=\frac{x_2}{x_1}$，则 $t>1$. $\frac{\ln x_2-\ln x_1}{x_2-x_1}=\frac{t\ln t}{t^2-1}$，记

$h(t)=\frac{t\ln t}{t^2-1}(t>1)$，则 $h'(t)=\frac{-(t^2+1)}{(t^2-1)^2}\left(\ln t-1+\frac{2}{t^2+1}\right)$，设 $\varphi(t)=\ln t-1+\frac{2}{t^2+1}(t>1)$，则

$\varphi'(t)=\frac{1}{t}-\frac{4t}{(t^2+1)^2}=\frac{(t^2-1)^2}{t(t^2+1)^2}>0$，所以 $\varphi(t)=\ln t-1+\frac{2}{t^2+1}(t>1)$ 单调递增，当 $t>1$ 时，有

$\varphi(t)>\varphi(1)=0$，则$h'(t)=\dfrac{-(t^2+1)}{(t^2-1)^2}\bullet m(t)<0$，所以$h(t)=\dfrac{t\ln t}{t^2-1}(t>1)$单调递减，$h(t)<h(1)$，由洛必达法则，$\lim\limits_{t\to 1}\dfrac{t\ln t}{t^2-1}=\lim\limits_{t\to 1}\dfrac{\ln t+1}{2t}=\dfrac{1}{2}$，即$b+\dfrac{1}{2}\geq\dfrac{1}{2}$，所以$b\geq 0$，所以$b$的范围是$[0,+\infty)$.