2022～2023 学年度下期高中 2021 级期末联考
文科数学参考答案及评分标准

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	A	B	B	C	D	D	C	A	A	C	D

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．-1　　14．$(0,+\infty)$　　15．0　　16．$(-2,0)$

三、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）

解：（1）$f(x)=\frac{1}{3}x^3+mx^2-3x+1$，$f'(x)=x^2+2mx-3$，　……………………………2 分

由 $f'(x)=x^2+2mx-3=0$，可知 $x_1+x_2=-2m$，$x_1x_2=-3$，　……………………………4 分

$\therefore \frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{-2m}{-3}=\frac{2}{3}$，解得 $m=1$；　……………………………6 分

（2）$f'(x)=x^2+2x-3=(x+3)(x-1)$，　……………………………8 分

得下表：

x	0	$(0,1)$	1	$(1,3)$	3
$f'(x)$		<0	0	>0	
$f(x)$	1	单调递减	极小值 $-\frac{2}{3}$	单调递增	10

$f(x)$ 在区间 $[0,3]$ 上的最大值为 $f(3)=10$，最小值为 $f(1)=-\frac{2}{3}$，　………………………11 分

$\therefore f(x)$ 在区间 $[0,3]$ 上的值域为 $[-\frac{2}{3},10]$．　……………………………12 分

18．（12 分）

解：（1）$\overline{x}=\frac{100+90+80+70+60}{5}=80$，$\overline{y}=\frac{5+7.5+8+9+10.5}{5}=8$，　……………………………2 分

$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})=-125$，$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2=1000$，$\sum_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2=16.5$，　………………………4 分

则 $r=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}}=\frac{-125}{\sqrt{1000}\times\sqrt{16.5}}=\frac{-125}{128.452}\approx-0.973$，

$\therefore$ 有很强的相关性；　……………………………6 分

（2）$\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\dfrac{-125}{1000}=-0.125$， ……………………………8 分

$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=8-(-0.125)\times 80=18$， ……………………………9 分

$\therefore y$ 关于 x 的线性回归方程为：$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}=-0.125x+18$， ……………………………10 分

当 $x=50$ 时，$y=-0.125\times 50+18=11.75$． ……………………………12 分

19．（12 分）

解：（1）在 $\triangle QCD$ 中，$QC=\sqrt{5}$，$CD=1$，$QD=2$，$\therefore QC^2=QD^2+CD^2$， ……………………………1 分

$\therefore \triangle QCD$ 为直角三角形且 $CD\perp QD$， ……………………………2 分

又底面 $ABCD$ 是矩形，则 $CD\perp AD$， ……………………………3 分

$\because QD\cap AD=D$，$\therefore CD\perp$ 平面 QAD， ……………………………5 分

又 $\because CD\subset$ 平面 $ABCD$，$\therefore$ 平面 $QAD\perp$ 平面 $ABCD$； ……………………………6 分

（2）$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\times 2\times 1=1$， ……………………………8 分

利用等体积法，$V_{A-PBC}=V_{P-ABC}=\dfrac{1}{2}V_{Q-ABC}$ ……………………………10 分

$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}S_{\triangle ABC}\times h=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}\times 1\times\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$． ……………………………12 分

20．（12 分）

解：（1）由题意可知：$\begin{cases}\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\ \dfrac{ab}{2}=\sqrt{2}\end{cases}$，可得 $a=2$，$b=c=\sqrt{2}$， ……………………………2 分

$\therefore$ 椭圆 C 的方程为：$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$； ……………………………4 分

（2）设直线为 $y=kx+m$，

由 $\dfrac{|m|}{\sqrt{k^2+1}}=1$，得 $m^2=k^2+1$，

联立 $\begin{cases}y=kx+m\\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1\end{cases}$，得 $(2k^2+1)x^2+4kmx+2m^2-4=0$， ……………………………6 分

显然 $\Delta>0$，设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，则 $\begin{cases}x_1+x_2=-\dfrac{4km}{2k^2+1}\\ x_1x_2=\dfrac{2m^2-4}{2k^2+1}\end{cases}$，

$\therefore y_1y_2=(kx_1+m)(kx_2+m)=k^2x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2$， ……………………………8 分

$|MN|=\sqrt{1+k^2}\,|x_1-x_2|=\sqrt{1+k^2}\cdot\dfrac{\sqrt{24k^2+8}}{2k^2+1}=2\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{(k^2+1)(3k^2+1)}}{2k^2+1}=2\sqrt{2}\cdot\sqrt{1-\dfrac{k^4}{(2k^2+1)^2}}$，

……………………………10 分

$\because |MN|$ 的取值范围为 $[\frac{8}{3},2\sqrt{2}]$，

则 $\frac{8}{3}\leqslant 2\sqrt{2}\cdot\sqrt{1-\frac{k^4}{(2k^2+1)^2}}\leqslant 2\sqrt{2}$，解得 $0\leqslant k^2\leqslant 1$， ……………………………11 分

$\therefore k$ 的取值范围为 $[-1,1]$． ……………………………12 分

21．（12 分）

解：（1）当 $a=1$ 时，$f(x)=x-\sin x$，$f'(x)=1-\cos x\geqslant 0$，$\therefore$ 函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 单调递增，

$\therefore f(x)\geqslant f(0)=0$，$\therefore x\geqslant 0$ 时，$f(x)\geqslant 0$ 恒成立； ……………………………3 分

（2）$\because g'(x)=2x-\frac{a}{x}$，$g'(1)=2-a=1$，$\therefore a=1$，

$\because g'(x)=2x-\frac{1}{x}=\frac{2x^2-1}{x}$，当 $g'(x)=\frac{2x^2-1}{x}=0$，得 $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$； ……………………………5 分

$\therefore g(x)$ 在 $[\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}]$ 单调递减，$g(x)$ 在 $[\frac{\sqrt{2}}{2},2]$ 单调递增，

$\because g(\frac{1}{2})=\frac{1}{4}+\ln 2$，$g(\frac{\sqrt{2}}{2})=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ln 2$，$g(2)=4-\ln 2$，$g(2)>g(1)$，

$\therefore$ 函数 $g(x)$ 在区间 $[\frac{1}{2},2]$ 上的值域为 $[\frac{1}{2}(1+\ln 2),4-\ln 2]$； ……………………………7 分

（3）由题意 $f(x)+\sin x=\ln x$ 有两个不同的零点，

即 $ax=\ln x\Rightarrow a=\frac{\ln x}{x}$ 有两个不同的交点， ……………………………9 分

设 $h(x)=\frac{\ln x}{x}$，$h'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$，$h'(x)=0\to x=\mathrm{e}$，

当 $x\in(0,\mathrm{e})$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)$ 单增，

当 $x\in(\mathrm{e},+\infty)$ 时，$h'(x)<0$，$h(x)$ 单减， ……………………………10 分

当 $x\to 0$，$h(x)\to-\infty$，当 $x\to+\infty$，$h(x)\to 0$，$h(\mathrm{e})=\frac{1}{\mathrm{e}}$， ……………………………11 分

要使 $a=\frac{\ln x}{x}$ 有两个不同的交点，则 $a\in(0,\frac{1}{\mathrm{e}})$． ……………………………12 分

22．（10 分）

解：（1）由圆 C 的参数方程 $\begin{cases}x=2+2\cos\theta\\ y=2\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数）得：

$(x-2)^2+y^2=4\Rightarrow x^2+y^2=4x$， ……………………………3 分

根据 $\begin{cases}x=\rho\cos\theta\\ y=\rho\sin\theta\end{cases}$， ……………………………4 分

则圆 C 的极坐标方程为：$\rho^2=4\rho\cos\theta\Rightarrow\rho=4\cos\theta$； ……………………………5 分

（2）把直线 l 的参数方程 $\begin{cases}x=1+\frac{1}{2}t\\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$ 代入圆 C 的方程 $x^2+y^2=4x$ 得 $t^2-t-3=0$， ……………………8 分

设 A，B 两点对应的参数分别为 t_1，t_2，$\therefore |PA|\cdot|PB|=|t_1t_2|=3$． ……………………………10 分

解析：

1．解：$A:\dfrac{x+2}{x-3}<0\Rightarrow -2<x<3$，$B:x>0$，则 $A\cap B=(0,3)$，故选：A．

2．解：四川大学和电子科技大学学生人数之比为 $25:15=5:3$，则从四川大学学生中抽取的人数为 $16\times\dfrac{5}{8}=10$，故选：A．

3．解：由 $x^2-y^2-x-y=0$ 可得 $(x+y)(x-y-1)=0$，$\therefore x+y=0$ 或 $x-y-1=0$，

$\therefore$“$x=-y$”是“$x^2-y^2-x-y=0$”的充分不必要条件，故选：B．

4．解：$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}\cdot(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})=\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AC}=a^2$，故选：B．

5．解：$f(x)=\mathrm{e}^x(x^2+1)$，$f'(x)=\mathrm{e}^x(x^2+2x+1)$，$f'(0)=1$，则切线为 $y=x+1$，$\therefore a$ 的值为 1，故选：C．

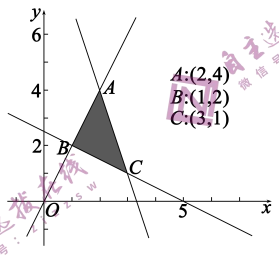
6．解：$\because mn\leqslant(\dfrac{m+n}{2})^2=\dfrac{1}{4}$，$\therefore$ A 正确，

$\because \dfrac{m+n}{2}\leqslant\sqrt{\dfrac{m^2+n^2}{2}}\Rightarrow m^2+n^2\geqslant\dfrac{(m+n)^2}{2}=\dfrac{1}{2}$，$\therefore$ B 正确，

$\because m$，$n\in(0,1)$，$mn<n\Rightarrow m(n+1)<n+m=1$，$\therefore$ C 正确，

$\because \dfrac{\sqrt{m}+\sqrt{n}}{2}\leqslant\sqrt{\dfrac{m+n}{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\sqrt{m}+\sqrt{n}\leqslant\sqrt{2}\Rightarrow\dfrac{1}{\sqrt{m}+\sqrt{n}}\geqslant\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，D 错误，故选：D．

7．解：画出可行域如图，$z=x^2+y^2$ 表示 (x,y) 到原点距离的平方，则 z 的最大值为 $OA^2=2^2+4^2=20$，故选：D．



8．解：$f(-2)=f(0)=f(2)=2^2=4$，$f(4)=16$，故选：C．

9．解：由图可知，$f(x)$ 为偶函数，则排除 B、D，C 选项 $x^2+\dfrac{1}{x^2}$ 的极值点为 -1 和 1，与图象不符，故选：A．

10．解：设 $l:x=ky+2$，$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，$D(-\dfrac{1}{2},t)$，与抛物线联立可得：$y^2-2ky-4=0$，

则 $y_1+y_2=2k$，$y_1\cdot y_2=-4$，

$\overrightarrow{DM}\cdot\overrightarrow{DN}=(x_1+\dfrac{1}{2})(x_2+\dfrac{1}{2})+(y_1-t)(y_2-t)=(k^2+1)y_1y_2+(\dfrac{5}{2}k-t)(y_1+y_2)+t^2+\dfrac{25}{4}=(k-t)^2+\dfrac{9}{4}>0$，

$\therefore\angle MDN$ 为锐角，故选：A．

11．解：由已知可得，$BC\perp CA$，$BC\perp PA$，$CA\cap PA=A\Rightarrow BC\perp$ 面 PAC，$\because PB$ 是 $\mathrm{Rt}\triangle PBC$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle PBA$ 的公共斜边，$\therefore PB$ 是三棱锥的外接球直径，由 $S=4\pi R^2=5\pi\Rightarrow R=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$，设 $AC=AP=m$，则 $PB=2R=\sqrt{m^2+4}=\sqrt{5}$，则 $m=1$，$BC=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$，故选：C．

12．解：设 $P(x_0,y_0)$，则 $\dfrac{{x_0}^2}{a^2}-\dfrac{{y_0}^2}{b^2}=1$，即 $b^2{x_0}^2-a^2{y_0}^2=a^2b^2$，渐近线方程为 $y=\pm\dfrac{b}{a}x$，即 $bx\pm ay=0$，

$d_1=\dfrac{|bx_0-ay_0|}{\sqrt{b^2+a^2}}=\dfrac{|bx_0-ay_0|}{c}$，$d_2=\dfrac{|bx_0+ay_0|}{\sqrt{b^2+a^2}}=\dfrac{|bx_0+ay_0|}{c}$，

则 $d_1d_2=\dfrac{|b^2x_0^2-a^2y_0^2|}{c^2}=\dfrac{a^2b^2}{c^2}=\dfrac{(2c)^2}{16}=\dfrac{c^2}{4}$，

则 $c^4=4a^2b^2$，$c^2=2ab=a^2+b^2$，$\therefore (a-b)^2=0$，$a=b$，$\therefore$ 双曲线 C 的渐近线方程为 $y=\pm x$，故选：D.

13．解：$z(1-\mathrm{i})=\mathrm{i}\Rightarrow z=\dfrac{\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=\dfrac{\mathrm{i}(1+\mathrm{i})}{1-\mathrm{i}^2}=\dfrac{\mathrm{i}+\mathrm{i}^2}{2}=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\mathrm{i}$，则 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}=-1$，故答案为 -1.

14．解：$y=\dfrac{1}{x}-\ln x\,(x>0)$，$y'=-\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x}=-(\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{x})<0$，则单调递减区间为 $(0,+\infty)$，故答案为 $(0,+\infty)$.

15．解：由离心率为 $\sqrt{2}$ 可解得 $a=1$，则 $C:x^2-y^2=1$ 的渐近线为 $y=\pm x$，则 m 可能取的值为 ±1，和为 0，故答案为 0.

16．解：$f(x)$ 的图象如图所示，$f^2(x)+(t-2)f(x)-2t=[f(x)-2][f(x)+t]=0$，

$f(x)=2$ 有两个根，则 $f(x)+t=0$ 有 3 个根，$\therefore 0<-t<2$，$t\in(-2,0)$，故答案为 $(-2,0)$.