高三期初考试数学试卷 2020. 2

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.

1．设全集$U=R$，集合$A=\{x|0<x\le 2\}$，$B=\{x|x<1\}$，则集合$\complement_U(A\cup B)=$

A.$(-\infty,2]$　　B.$(-\infty,1]$　　C.$(2,+\infty)$　　D.$[2,+\infty)$

2．若$z=\dfrac{3}{1+2i}$（i表示虚数单位），则复数z在复平面内对应的点位于

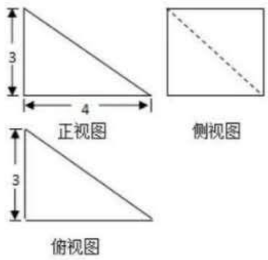
A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．点$(-2,0)$关于直线$x-y+1=0$对称的点的坐标为

A.$(2,0)$　　B．$(0,2)$　　C.$(1,1)$　　D．$(-1,-1)$

4．某四棱锥的三视图如图所示，则该四棱锥的侧面积是

A．27　　B．30　　C．32　　D．36



5．已知向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为30°，且$|\vec{a}|=\sqrt{3}$ $|\vec{b}|=2$，则$|\vec{a}-\vec{b}|$等于

A．1　　B．$\sqrt{13}$

C．13　　D．$\sqrt{7-2\sqrt{3}}$

6．设$a=4^{0.1},b=\log_3 0.1,c=0.5^{0.1}$，则

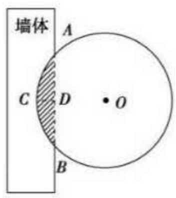
A．$a>b>c$　　B．$b>a>c$　　C．$a>c>b$　　D．$b>c>a$

7．“$m<8$”是“方程$\dfrac{x^2}{m-10}-\dfrac{y^2}{m-8}=1$表示双曲线”的

A.充分而不必要条件　　B.必要而不充分条件

C.充分必要条件　　D.既不充分也不必要条件

8．《九章算术》是我国古代著名数学经典。其中对勾股定理的论述比西方早一千多年，其中有这样一个问题：“今有圆材埋



在壁中，不知大小。以锯锯之，深一寸，锯道长一尺。问径几何？”其意为：今有一圆柱形木材，埋在墙壁中，不知其大小，用锯去锯该材料，锯口深一寸，锯道长一尺。问这块圆柱形木料的直径是多少？长为1丈的圆柱形木材部分镶嵌在墙体中，截面图如图所示(阴影部分为镶嵌在墙体内的部分)。已知弦 AB=1 尺，弓形高 CD=1 寸，估算该木材镶嵌在墙中的体积约为 （注：1丈=10尺=100寸，$\pi\approx3.14$，$\sin22.5^\circ\approx\frac{5}{13}$）

A．600立方寸　　B．610立方寸　　C．620立方寸　　D．633立方寸

9．已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2 & x\geq0\\ x^2+2x & x<0\end{cases}$ 则不等式 $f(f(x))\leq3$ 的解集为

A. $(-\infty,1]$　　B. $(-\infty,\sqrt{2}]$　　C. $(-\infty,\sqrt{3}]$　　D. $(-\infty,2]$

10．已知集合 $M=\{x\in\mathbf{N}^*|1\leq x\leq15\}$，集合 A_1，A_2，A_3 满足

①每个集合都恰有5个元素；

② $A_1\cup A_2\cup A_3=M$．

集合 A_i 中元素的最大值与最小值之和称为集合 A_i 的特征数，记为 X_i（$i=1,2,3$），则 $X_1+X_2+X_3$ 的值不可能为

A．37　　B．39　　C．48　　D．57

二、填空题：本大题共5小题，每小题5分，共25分．把答案填在答题卡上．

11．若 $(1-2x)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$，则 $a_3=$__________．

12．若数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_1=1,a_n=\frac{1}{2}a_{n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$，则 $S_n=$_______．

13．已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 $F(2,0)$，则 $p=$_______，过点 $A(3,2)$ 向其准线作垂线，记与抛物线的交点为 E，则 $|EF|=$_____．

14．设当 $x=\theta$ 时，函数 $f(x)=\sin x-2\cos x$ 取得最大值，则 $\cos\theta=$______．

15．数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_{n-1}+a_{n+1}>2a_n(n>1,n\in N^*)$，给出下述命题：

2/4

①若数列$\{a_n\}$满足：$a_2>a_1$，则$a_n>a_{n-1}\,(n>1,n\in N^*)$成立；

②存在常数c，使得$a_n>c\,(n\in N^*)$成立；

③若$p+q>m+n$(其中$p,q,m,n\in N^*$)，则$a_p+a_q>a_m+a_n$；

④存在常数d，使得$a_n>a_1+(n-1)d\,(n\in N^*)$都成立．

上述命题正确的是____．（写出所有正确结论的序号）

三、解答题：本大题共6小题，共85分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

16.（本小题满分14分）

在ΔABC中，A,B,C的对边分别为a,b,c，且满足$c\sin A=a\cos C$．

（Ⅰ）求角C的大小；

（Ⅱ）求$\sqrt{3}\sin A-\cos(B+\frac{\pi}{4})$的最大值，并求取得最大值时角$A,B$的大小．

17.（本小题满分14分）

一款击鼓小游戏的规则如下：每盘游戏都需要击鼓三次，每次击鼓要么出现一次音乐，要么不出现音乐；每盘游戏击鼓三次后，出现一次音乐获得10分，出现两次音乐获得20分，出现三次音乐获得100分，没有出现音乐则扣除200分（即获得-200分）．设每次击鼓出现音乐的概率为$\frac{1}{2}$，且各次击鼓出现音乐相互独立．

（Ⅰ）设每盘游戏获得的分数为X，求X的分布列；

（Ⅱ）玩三盘游戏，至少有一盘出现音乐的概率是多少？

（Ⅲ）玩过这款游戏的许多人都发现，若干盘游戏后，与最初的分数相比，分数没有增加反而减少了．请运用概率统计的相关知识分析分数减少的原因．

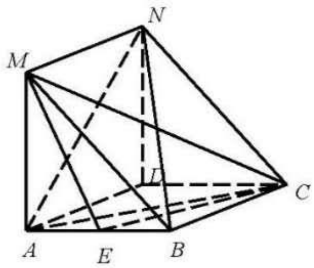
18.（本小题满分15分）

如图，在菱形$ABCD$中，$\angle DAB=60^\circ$，E是AB的中点，$MA\perp$平面$ABCD$，且在矩形$ADNM$中，$AD=2$，$AM=\frac{3\sqrt{7}}{7}$．

（Ⅰ）求证：$AC \perp BN$；

（Ⅱ）求证：AN // 平面MEC；

（Ⅲ）求二面角$M-EC-D$的大小.



19.（本小题满分 14 分）

已知函数 $f(x)=x^2+ax+b\ln x \quad (a,b\in R)$.

（Ⅰ）若$b=1$, 求函数的单调区间;

（Ⅱ）若$b=-1$, $f(x)\geq 0$对$x>0$恒成立, 求a的取值范围.

20.（本小题满分 15 分）

已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的短轴长为2，离心率$e=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

（Ⅰ）求椭圆C方程；

（Ⅱ）若直线$l: y=kx+m$与椭圆交于不同的两点A,B，与圆$x^2+y^2=\dfrac{2}{3}$相切于点M，

①证明：$OA\perp OB$（其中O为坐标原点）；

②设$\lambda=\dfrac{|AM|}{|BM|}$，求实数$\lambda$的取值范围。

21.(本小题满分 13 分)

各项均为非负整数的数列$\{a_n\}$同时满足下列条件：

①$a_1=m \quad (m\in \mathbf{N}^*)$；②$a_n\leq n-1 \quad (n\geq 2)$；③$n$是$a_1+a_2+\cdots+a_n$的因数（$n\geq 1$）.

（Ⅰ）当$m=5$时，写出数列$\{a_n\}$的前五项；

（Ⅱ）若数列$\{a_n\}$的前三项互不相等，且$n\geq 3$时，a_n为常数，求m的值；

（Ⅲ）求证：对任意正整数m，存在正整数M，使得$n\geq M$时，a_n为常数.

2020.2 期初考试参考答案

一、选择题（每题 5 分，共 50 分）

1---5 CDDAA　　6---10 CADCA

二、填空题（每题 5 分，共 25 分）

11、-80

12、2^n-1

13、4；$\frac{5}{2}$

14、$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

15、①

三、解答题

16.（本题满分 12 分）

（1）方法一：正弦定理得 $\sin C\sin A=\sin A\cos C$ ，------------------2 分

$\because 0<A<\pi$　$\therefore \sin A>0$　------------------3 分

从而 $\sin C=\cos C$，又 $\cos C\neq 0$

$\therefore \tan C=1$　又 $0<C<\pi$　------------------4 分

$\therefore C=\frac{\pi}{4}$　------------------5 分

方法二：正弦定理得 $\sin C\sin A=\sin A\cos C$ ，------------------2 分

$\because 0<A<\pi$　$\therefore \sin A>0$　------------------3 分

从而 $\sin C=\cos C$，

即 $\sin C-\cos C=\sqrt{2}\sin(C-\frac{\pi}{4})=0$　------------------4 分

即 $\sin(C-\frac{\pi}{4})=0$，　$-\frac{\pi}{4}<C-\frac{\pi}{4}<\frac{3}{4}\pi$ ，

$\therefore C-\frac{\pi}{4}-0$,，即 $\therefore C=\frac{\pi}{4}$　------------------5 分

（2）由（1）知 $B=\frac{3}{4}\pi-A$ ，

则 $\sqrt{3}\sin A-\cos(B+\frac{\pi}{4})=\sqrt{3}\sin A-\cos(\pi-A)$　------------------6 分

$=\sqrt{3}\sin A+\cos A$　------------------7 分

$=2\sin(A+\frac{\pi}{6})$　------------------8 分

$\because 0<A<\frac{3}{4}\pi$　　$\therefore \frac{\pi}{6}<A+\frac{\pi}{6}<\frac{11}{6}\pi$　------------------9 分

当$A+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，即$A=\frac{\pi}{3}$时，$2\sin(A+\frac{\pi}{6})$取最大值2 ，------------------11分

此时$B=\frac{3}{4}\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{5}{12}\pi$． ------------------12分

17. （本题满分12分）

（1）X 可能取值有$-200,10,20,100$ ，- ------------------1分

$P(X=-200)=C_3^0(\frac{1}{2})^0(\frac{1}{2})^3=\frac{1}{8}$ ------------------2分

$P(X=10)=C_3^1(\frac{1}{2})^1(\frac{1}{2})^2=\frac{3}{8}$ ------------------3分

$P(X=20)=C_3^2(\frac{1}{2})^2(\frac{1}{2})^1=\frac{3}{8}$ ------------------4分

$P(X=100)=C_3^3(\frac{1}{2})^3(\frac{1}{2})^0=\frac{1}{8}$ ------------------5分

故X的分布列为：

X	-200	10	20	100
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

------------------6分

（2）设“第i盘游戏没有出现音乐”为事件$A_i\ (i=1,2,3)$ ，

则$P(A_i)=\frac{1}{8}$， ------------------7分

所以三盘游戏中至少有一盘出现音乐的概率为：$1-P(A_1A_2A_3)=1-(\frac{1}{8})^3=\frac{511}{512}$. --------9分

（3）X的均值为：$E(X)=-200\times\frac{1}{8}+10\times\frac{3}{8}+20\times\frac{3}{8}+100\times\frac{1}{8}=-\frac{5}{4}$ ，----------------11分

这表明得分的均值为负数，所以许多人玩过若干盘游戏后，与最初的分数相比，分数没有增加反而减少了. ----------12分

18、（本题满分13分）解：（Ⅰ）连结BD，则$AC\perp BD$.

由已知$DN\perp$平面$ABCD$，

因为$DN\bigcap DB=D$，

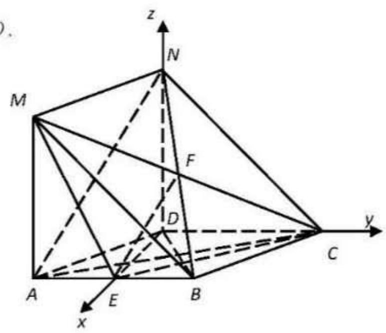
所以$AC\perp$平面NDB. ························2分

又因为$BN\subset$平面NDB，

所以$AC\perp BN$. ························4分

（Ⅱ）CM与BN交于F，连结EF.

由已知可得四边形$BCNM$是平行四边形，



所以F是BN的中点.

因为E是AB的中点,

所以$AN // EF$. ……………………………6 分

又$EF \subset$平面MEC,

$AN \not\subset$平面MEC,

所以$AN //$平面MEC. ……………………………………………………………8 分

(III) 由于四边形$ABCD$是菱形,E是AB的中点,可得$DE \perp AB$.

如图建立空间直角坐标系$D-xyz$,则$D(0,0,0)$,$E(\sqrt{3},0,0)$,$C(0,2,0)$,

$M(\sqrt{3},-1,\frac{3\sqrt{7}}{7})$.

$\overrightarrow{CE}=(\sqrt{3},-2.0)$,$\overrightarrow{EM}=(0,-1,\frac{3\sqrt{7}}{7})$. ……………………………………………9 分

设平面MEC的法向量为$\boldsymbol{n}=(x,y,z)$.

则$\begin{cases}\overrightarrow{CE}\cdot\boldsymbol{n}=0,\\ \overrightarrow{EM}\cdot\boldsymbol{n}=0.\end{cases}$

所以$\begin{cases}\sqrt{3}x-2y=0,\\ y-\frac{3\sqrt{7}}{7}z=0.\end{cases}$

令$x=2$.

所以$\boldsymbol{n}=(2,\sqrt{3},\frac{\sqrt{21}}{3})$. ……………………………………………………………11 分

又平面ADE的法向量$\boldsymbol{m}=(0,0,1)$,

所以$\cos<\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}>=\frac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}=\frac{1}{2}$.

所以二面角$M-EC-D$的大小是60°. ……………………………………………13 分

19. (本题满分 13 分)(I) 当$b=1$时,$f(x)=x^2+ax+\ln x(x>0)$,

$f'(x)=2x+a+\frac{1}{x}=\frac{2x^2+ax+1}{x}$ ………………1 分

考虑$2x^2+ax+1=0$的$\Delta=a^2-8$:

1° 当$-2\sqrt{2}\le a\le 2\sqrt{2}$时,$\Delta\le 0$,即$2x^2+ax+1\ge 0$,

故 $f'(x)\ge 0$ 在 $(0,+\infty)$ 恒成立，

$\therefore f(x)$ 增区间为 $(0,+\infty)$； ……………… 2 分

2° 当 $a>2\sqrt{2}$ 时，$f'(x)>0$ 在 $(0,+\infty)$ 恒成立，

$\therefore f(x)$ 增区间为 $(0,+\infty)$； ……………… 3 分

3° 当 $a<-2\sqrt{2}$ 时，有 $\Delta>0$，即 $2x^2+ax+1=0$ 有二根：

$$x_1=\frac{-a-\sqrt{a^2-8}}{4},x_2=\frac{-a+\sqrt{a^2-8}}{4},$$

且 $x_1+x_2=\frac{-a}{2}>0$，$x_1x_2=\frac{1}{2}>0$，故 $x_2>x_1>0$.

令 $f'(x)>0$ 得 $0<x<\frac{-a-\sqrt{a^2-8}}{4}$ 或 $x>\frac{-a+\sqrt{a^2-8}}{4}$，

$\therefore f(x)$ 增区间为 $(0,\frac{-a-\sqrt{a^2-8}}{4})$，$(\frac{-a+\sqrt{a^2-8}}{4},+\infty)$；

令 $f'(x)<0$ 得 $\frac{-a-\sqrt{a^2-8}}{4}<x<\frac{-a+\sqrt{a^2-8}}{4}$，

$\therefore f(x)$ 的减区间为 $(\frac{-a-\sqrt{a^2-8}}{4},\frac{-a+\sqrt{a^2-8}}{4})$. ……………… 5 分

综上，若 $a\ge -2\sqrt{2}$，$f(x)$ 增区间为 $(0,+\infty)$；

若 $a<-2\sqrt{2}$，$f(x)$ 增区间为 $(0,\frac{-a-\sqrt{a^2-8}}{4})$，$(\frac{-a+\sqrt{a^2-8}}{4},+\infty)$，

$f(x)$ 的减区间为 $(\frac{-a-\sqrt{a^2-8}}{4},\frac{-a+\sqrt{a^2-8}}{4})$. ……………… 6 分

（II）**法一**：当 $b=-1$ 时，$f(x)=x^2+ax-\ln x(x>0)$，$f'(x)=\frac{2x^2+ax-1}{x}(x>0)$

设 $g(x)=2x^2+ax-1(x>0)$，由 $g(0)<0$ 可知，$g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 有且只有一个零点 x_0，

当 $x\in(0,x_0)$，$g(x)<0$，即 $f'(x)<0$，故 $f(x)$ 在 $(0,x_0)$ 单调递减；……… 7 分

当 $x\in(x_0,+\infty)$，$g(x)>0$，即 $f'(x)>0$，故 $f(x)$ $(x_0,+\infty)$ 单调递增；……… 8 分

$\therefore f(x)_{\min}=f(x_0)=x_0{}^2+ax_0-\ln x_0$，……………… 9 分

又 $g(x_0)=2x_0^2+ax_0-1=0$，所以 $ax_0=1-2x_0^2$，

$\therefore f(x)_{\min}=1-x_0^2-\ln x_0$，…………………10 分

依题意 $1-x_0^2-\ln x_0\geq 0$，即 $x_0^2+\ln x_0-1\leq 0$；

设 $h(x)=x^2+\ln x-1$，易知 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 递增.

又 $h(1)=0$，所以 $x_0^2+\ln x_0-1\leq 0$ 的解集为 $(0,1]$…………………11 分

又 $a=\dfrac{1}{x_0}-2x_0$ 在 $(0,1]$ 单减，

$\therefore a\geq\dfrac{1}{1}-2\times 1=-1$.

又 $x\to 0^+$，$a\to+\infty$，…………………12 分

$\therefore a$ 范围为 $[-1,+\infty)$.…………………13 分

法二：当 $b=-1$ 时，$f(x)=x^2+ax-\ln x(x>0)$，

$\because f(x)\geq 0$ 在 $(0,+\infty)$ 恒成立

$\therefore a\geq\dfrac{\ln x}{x}-x$ 在 $(0,+\infty)$ 恒成立…………………7 分

令 $g(x)=\dfrac{\ln x}{x}-x(x>0)$，

$\therefore g'(x)=\dfrac{1-\ln x-x^2}{x^2}$…………………8 分

设 $\varphi(x)=1-\ln x-x^2(x>0)$，因为 $\varphi'(x)=-\dfrac{1}{x}-2x<0$，

所以 $\varphi(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递减. …………………9 分

又 $\varphi(1)=0$

$\therefore x\in(0,1)$，$\varphi(x)>0$，$g'(x)>0$，$g(x)$ 在 $(0,1)$ 上单增；…………………10 分

$x\in(1,+\infty)$，$\varphi(x)<0$，$g'(x)<0$，$g(x)$ 在 $(0,1)$ 上单减；…………………11 分

$\therefore g(x)_{\max}=g(1)=-1$…………………12 分

$\therefore a\geq -1$

$\therefore a$ 范围为 $[-1,+\infty)$.…………………13 分

20（本题满分 13 分）解（1） $\because 2b=2 \therefore b=1$ ……………………1 分

又 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}, a^2=b^2+c^2$ ……………………3 分

$\therefore a^2=2$

$\therefore$ 椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ ……………………4 分

①$\because$ 直线 $l: y=kx+m$ 与 $x^2+y^2=\frac{2}{3}$ 相切

$\therefore d=\frac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}=\sqrt{\frac{2}{3}}$，即 $m^2=\frac{2}{3}(1+k^2)$ ……………………5 分

由 $\begin{cases} y=kx+m \\ \frac{x^2}{2}+y^2=1 \end{cases}$ 消去 y 得 $(1+2k^2)x^2+4kmx+2m^2-2=0$

设 $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$

则 $x_1+x_2=-\frac{4km}{1+2k^2}, x_1x_2=\frac{2m^2-2}{1+2k^2}$ ……………………7 分

$\because \vec{OA}\cdot\vec{OB}=x_1x_2+y_1y_2=x_1x_2+(kx_1+m)(kx_2+m)$

$=(1+k^2)\frac{2m^2-2}{1+2k^2}+km(-\frac{4km}{1+2k^2})+m^2$

$=\frac{3m^2-2k^2-2}{1+2k^2}=\frac{2(1+k^2)-2k^2-2}{1+2k^2}=0$

$\therefore OA\perp OB$ ……………………9 分

②法一：$\because$ 直线 $l: y=kx+m$ 与椭圆交于不同的两点 A,B

$\therefore \frac{x_1^2}{2}+y_1^2=1, \frac{x_2^2}{2}+y_2^2=1$

$\therefore \lambda=\frac{|AM|}{|BM|}=\frac{\sqrt{OA^2-r^2}}{\sqrt{OB^2-r^2}}=\frac{\sqrt{x_1^2+y_1^2-r^2}}{\sqrt{x_2^2+y_2^2-r^2}}=\frac{\sqrt{\frac{x_1^2}{2}+\frac{1}{3}}}{\sqrt{\frac{x_2^2}{2}+\frac{1}{3}}}$ ……………………10 分

由（2）①知 $x_1x_2+y_1y_2=0$

$\therefore x_1^2x_2^2=y_1^2y_2^2=(1-\frac{x_1^2}{2})(1-\frac{x_2^2}{2})$ 即

$x_2^2=\frac{4-2x_1^2}{2+3x_1^2}$ ………………11 分

$\therefore \lambda=\frac{\sqrt{\frac{x_1^2}{2}+\frac{1}{3}}}{\sqrt{\frac{x_2^2}{2}+\frac{1}{3}}}=\frac{2+3x_1^2}{4}$ ………………12 分

又 $0\le x_1^2\le 2$

$\therefore \lambda$ 的取值范围为 $[\frac{1}{2},2]$ ………………13 分

法二：$\because OA\perp OB, OM\perp AB$

$\therefore |OM|^2=|AM|\cdot|BM|=\frac{2}{3}$ ………………10 分

$\therefore \lambda=\frac{3}{2}|AM|^2$

$=\frac{3}{2}(|OA|^2-r^2)$

$=\frac{3}{2}(x_1^2+y_1^2-r^2)$

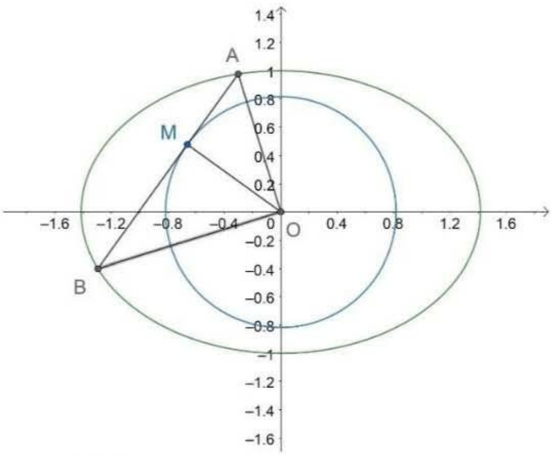
$=\frac{3}{2}(\frac{x_1^2}{2}+\frac{1}{3})$ ………………12 分

$\because 0\le x_1^2\le 2$

$\therefore x_1^2=0$ 时 $\lambda_{\min}=\frac{1}{2}$

$x_1^2=2$ 时 $\lambda_{\max}=2$

$\therefore \lambda$ 的取值范围为 $[\frac{1}{2},2]$ ………………13 分



21、（本题满分 12 分）

解：（Ⅰ）5，1，0，2，2. ……………………2 分

（Ⅱ）因为 $0\le a_n\le n-1$，所以 $0\le a_2\le 1, 0\le a_3\le 2$， ……………………3 分

又数列 $\{a_n\}$ 的前 3 项互不相等，

（1）当 $a_2=0$ 时，

若 $a_3=1$，则 $a_3=a_4=a_5=\cdots=1$，

且对 $n\ge 3$，$\dfrac{m+0+(n-2)}{n}=\dfrac{m-2}{n}+1$ 都为整数，所以 $m=2$； ……………4 分

若 $a_3=2$，则 $a_3=a_4=a_5=\cdots=2$，

且对 $n\ge 3$，$\dfrac{m+0+2(n-2)}{n}=\dfrac{m-4}{n}+2$ 都为整数，所以 $m=4$； ……………5 分

（2）当 $a_2=1$ 时，

若 $a_3=0$，则 $a_3=a_4=a_5=\cdots=0$，且对 $n\ge 3$，$\dfrac{m+1+0\cdot(n-2)}{n}=\dfrac{m+1}{n}$ 都为整数，

所以 $m=-1$，不符合题意； ……………………6 分

若 $a_3=2$，则 $a_3=a_4=a_5=\cdots=2$，

且对 $n\ge 3$，$\dfrac{m+1+2(n-2)}{n}=\dfrac{m-3}{n}+2$ 都为整数，所以 $m=3$； ……………………7 分

综上，m 的值为 $2,3,4$. ……………………8 分

（Ⅲ）对于 $n\ge 1$，令 $S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$，

则 $\frac{S_{n+1}}{n+1} < \frac{S_{n+1}}{n} = \frac{S_n + a_{n+1}}{n} \le \frac{S_n + n}{n} = \frac{S_n}{n} + 1$.

又对每一个 n，$\frac{S_n}{n}$ 都为正整数，所以 $\frac{S_{n+1}}{n+1} \le \frac{S_n}{n} \le \ldots \le \frac{S_1}{1} = m$，

其中“$<$”至多出现 $m-1$ 个. ············9 分

故存在正整数 $M > m$，当 $n > M$ 时，必有 $\frac{S_{n+1}}{n+1} = \frac{S_n}{n}$ 成立. ··················10 分

当 $\frac{S_{n+1}}{n+1} = \frac{S_n}{n}$ 时，则 $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n = \frac{(n+1)S_n}{n} - S_n = \frac{S_n}{n}$.

从而 $\frac{S_{n+2}}{n+2} = \frac{a_{n+2} + a_{n+1} + S_n}{n+2} = \frac{a_{n+2} + (n+1)a_{n+1}}{n+2} = a_{n+1} + \frac{a_{n+2} - a_{n+1}}{n+2}$.

由题设知 $\frac{|a_{n+2} - a_{n+1}|}{n+2} \le \frac{n+1}{n+2} < 1$，又 $\frac{S_{n+2}}{n+2}$ 及 a_{n+1} 均为整数，

所以 $\frac{S_{n+2}}{n+2} = a_{n+1} = \frac{S_n}{n} = \frac{S_{n+1}}{n+1}$，故 $\frac{S_n}{n} = \frac{S_{n+1}}{n+1} = \frac{S_{n+2}}{n+2} = \cdots =$ 常数.

从而 $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n = \frac{(n+1)S_n}{n} - S_n = \frac{S_n}{n} =$ 常数.

故存在正整数 M，使得 $n \ge M$ 时，a_n 为常数. ··················12 分