2022—2023 学年高三二轮复习验收考试

数学理科参考答案及评分细则

1.【答案】A

【解析】由题得 $A=\{x|0<x<2\}$，$B=\{x|x\leq1\}$，所以 $A\cap B=\{x|0<x\leq1\}$，故选 A.

2.【答案】C

【解析】因为 $z=\frac{2i}{1-i}+2i=\frac{2i(1+i)}{(1-i)(1+i)}+2i=i-1+2i=-1+3i$，所以 z 的虚部为 3，故选 C.

3.【答案】D

【解析】因为 $a=\sin230^{\circ}<0$，$b=\log_{2\,022}2\,023>\log_{2\,022}2\,022=1$，$0<c=2^{-0.9}<2^{0}=1$，所以 $a<c<b$，故选 D.

4.【答案】C

【解析】在这 12 个月中，我国居民消费价格月度同比增长率数据由小到大依次为 0.9%，0.9%，1.5%，1.6%，1.8%，2.1%，2.1%，2.1%，2.5%，2.5%，2.7%，2.8%，中位数为 $\frac{2.1\%+2.1\%}{2}=2.1\%$，平均数为 $\frac{1}{12}\times(0.9\%+0.9\%+1.5\%+1.6\%+1.8\%+2.1\%+2.1\%+2.1\%+2.5\%+2.5\%+2.7\%+2.8\%)\approx1.958\%$. 由数据可知我国居民消费价格月度环比增长率的数据中，有 6 个月的数据为正数，3 个月的数据为 0.0%，3 个月的数据为负数，所以月度环比增长率数据为正数的个数比月度环比增长率数据为负数的个数多 3，且众数为 0.0%，故选项 A，B，D 正确，C 错误，故选 C.

5.【答案】D

【解析】令 $b_n=a_n+2n$，设数列 $\{b_n\}$ 的公比为 q，因为 $a_1-a_2=1$，所以 $b_1-2-(b_2-4)=1$，即 $b_2=b_1+1$，所以 $b_1q=b_1+1$. 由 $a_3=-2$，得 $b_3=4$，所以 $b_1q^2=4$，联立 $\begin{cases}b_1q=b_1+1,\\ b_1q^2=4,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}b_1=1,\\ q=2,\end{cases}$ 所以 $b_n=2^{n-1}$，所以 $a_n=b_n-2n=2^{n-1}-2n$，所以 $\{a_n\}$ 的前 10 项和为 $\frac{1-2^{10}}{1-2}-\frac{(2+20)}{2}\times10=913$，故选 D.

6.【答案】B

【解析】设该圆台的母线长为 l，高为 h，两底面圆半径分别为 R，r（其中 $R>r$），则 $2R=22.5$，$2r=14.4$，$h=3.8-0.8=3$，所以 $l=\sqrt{h^2+\left(\frac{2R-2r}{2}\right)^2}=\sqrt{3^2+4.05^2}=\sqrt{25.402\,5}\approx5.04$，故圆台部分的侧面积为 $S_1=\pi(R+r)l\approx3\times(11.25+7.2)\times5.04=278.964\ \mathrm{cm}^2$，圆柱部分的侧面积为 $S_2=2\pi r\cdot0.8=6\times7.2\times0.8=34.56\ \mathrm{cm}^2$，故该黄地绿彩云龙纹盘的侧面积约为 $S_1+S_2\approx278.964+34.56\approx313.52\ \mathrm{cm}^2$，故选 B.

7.【答案】C

【解析】因为 $f(x+3)=-f(x)$，所以 $f(x+6)=-f(x+3)=f(x)$，所以 $f(x)$ 的周期为 6，又 $g(x)=f(x)-2$ 为奇函数，所以 $f(x)-2+f(-x)-2=0$，所以 $f(x)+f(-x)=4$，令 $x=0$，得 $2f(0)=4$，所以 $f(0)=2$. 所以 $f(198)=f(0+6\times33)=f(0)=2$，故选 C.

8.【答案】C

【解析】由 $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}=4\boldsymbol{c}$，得 $\boldsymbol{c}=\frac{1}{4}(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$，所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=\frac{1}{4}\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})=3$，$\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}=\frac{1}{4}\boldsymbol{b}\cdot(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})=1$，即 $\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=12$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+2\boldsymbol{b}^2=4$，两式联立得 $\boldsymbol{a}^2-4\boldsymbol{b}^2=4$，所以 $\boldsymbol{a}^2=4+4\boldsymbol{b}^2=8$，所以 $|\boldsymbol{a}|=2\sqrt{2}$，故选 C.

9.【答案】B

【解析】因为 $a^3b=100$，所以 $\lg a^3b=2$，即 $3\lg a+\lg b=2$，所以 $\log_a10+3\log_b10=\frac{1}{\lg a}+\frac{3}{\lg b}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\lg a}+\frac{3}{\lg b}\right)\cdot$

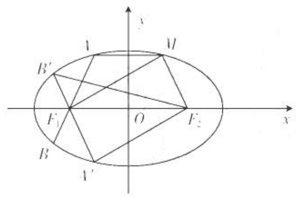
$(3\lg a+\lg b)=\frac{1}{2}\left(6+\frac{\lg b}{\lg a}+\frac{9\lg a}{\lg b}\right)\geqslant\frac{1}{2}\left(6+2\sqrt{\frac{\lg b}{\lg a}\cdot\frac{9\lg a}{\lg b}}\right)=6$，当且仅当 $\lg b=3\lg a$，即 $a=10^{\frac{1}{3}}$，$b=10$ 时等号成立. 所以 $\log_a 10+3\log_b 10$ 的最小值为 6，故选 B.

10.【答案】A

【解析】$f(x)=\frac{1}{\sec x}+\frac{1}{\csc x}=\cos x+\sin x=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$，由 $\cos x\neq0$，$\sin x\neq0$，得 $x\neq\frac{k\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，即 $f(x)$ 的定义域为 $\{x|x\neq\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\}$，①错误；$f(x)$ 的最小正周期与函数 $y=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ 的最小正周期一致，均为 2π，②正确；当 $x=0,\frac{\pi}{2},\pi,\frac{3\pi}{2}$ 时，$y=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ 的值分别为 $1,1,-1,-1$，考虑周期性可知，$f(x)$ 的值域为 $[-\sqrt{2},-1)\cup(-1,1)\cup(1,\sqrt{2}]$，③正确；令 $x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，得 $x=\frac{\pi}{4}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，即 $f(x)$ 图象的对称轴为直线 $x=\frac{\pi}{4}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，④错误，故选 A.

11.【答案】B

【解析】分别取 A,B 关于 x 轴的对称点 A',B'，连接 $A'F_1,A'F_2,B'F_1,B'F_2$，由椭圆的对称性及几何知识可得 $|AB|=|A'B'|$，四边形 $A'F_2MF_1$ 是平行四边形，所以 $\angle F_1A'F_2=\angle F_1MF_2=60°$，$|MF_1|=|A'F_2|$，又 $|AB|=|MF_1|$，所以 $|A'F_2|=|A'B'|$，所以 $\triangle A'B'F_2$ 是等边三角形，又 $\triangle A'B'F_2$ 的周长为 $|A'B'|+|A'F_2|+|B'F_2|=4a$，所以 $|A'F_2|=\frac{4a}{3}$，$|A'F_1|=\frac{2a}{3}$，$\triangle A'F_1F_2$ 中，由余弦定理 $|A'F_1|^2+|A'F_2|^2-2|A'F_1||A'F_2|\cos\angle F_1A'F_2=|F_1F_2|^2$，得 $\frac{4}{9}a^2+\frac{16}{9}a^2-2\cdot\frac{2a}{3}\cdot\frac{4a}{3}\cos\frac{\pi}{3}=4c^2$，整理得 $a^2=3c^2$，所以 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，故选 B.



12.【答案】D

【解析】由题知 $f(1)+f'(1)=0$，又 $f(1)=2f'(1)$，所以 $f(1)=f'(1)=0$，令 $g(x)=e^xf(x)$，则 $g'(x)=e^x[f'(x)+f(x)]=e^x\ln x$，又 $f'(x)=\ln x-f(x)=\ln x-\frac{g(x)}{e^x}=\frac{1}{e^x}[e^x\ln x-g(x)]$，令 $h(x)=e^x\ln x-g(x)$，所以 $h'(x)=e^x\left(\frac{1}{x}+\ln x\right)-g'(x)=e^x\left(\frac{1}{x}+\ln x\right)-e^x\ln x=\frac{e^x}{x}>0$，所以 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，又 $h(1)=-g(1)=-ef(1)=0$，所以当 $x\in(0,1)$ 时，$h(x)<0$，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减；当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$h(x)>0$，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，所以 $f(x)$ 的极小值为 $f(1)=0$，无极大值，故选 D.

13.【答案】$[1,+\infty)$

【解析】因为 $|x_0|+1\geqslant1$，所以实数 a 的取值范围为 $[1,+\infty)$.

14.【答案】4

【解析】由题意可知，双曲线 C 的一条渐近线为直线 $y=x$，故 $a=b$，故其实轴长为 $2a=2b=4$.

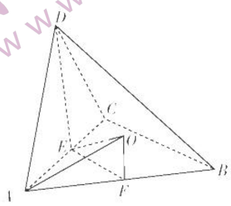
15.【答案】$\frac{1}{3}$

【解析】甲、乙分配到同一个场馆有以下两种情况：(1)场馆分组人数为 1，1，3 时，甲、乙必在 3 人组，则方法数为 $C_3^1A_3^3=18$ 种；(2)场馆分组人数为 2，2，1 时，其中甲、乙在一组，则方法数为 $C_3^1C_3^2A_2^2=18$ 种，即甲、乙分配到

同一个场馆的方法数为 $n=18+18=36$. 若甲分配到游泳馆，则乙必然也在游泳馆，此时的方法数为 $m=C_3^1A_2^2+C_3^1A_2^2=12$，故所求的概率为 $P=\frac{m}{n}=\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$.

16.【答案】10π

【解析】如图，取 AC 的中点 E，AB 的中点 F，连接 EF、DE. 因为 $AD=CD$，所以 $DE\perp AC$，因为 $BC\perp AC$，$EF//BC$，所以 $EF\perp AC$，所以 $\angle DEF=135°$. 过点 E 作 $OE\perp$ 平面 DAC，过点 F 作 $OF\perp$ 平面 ABC，$OE\cap OF=O$，因为点 E、F 分别是 $\triangle DAC$ 和 $\triangle ABC$ 的外心，所以点 O 是三棱锥 $D-ABC$ 的外接球的球心. 因为 $AD=\sqrt{3}$，所以 $AC=\sqrt{6}$，$BC=\sqrt{2}$，$AB=2\sqrt{2}$，所以 $EF=\frac{1}{2}BC=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\angle OEF=45°$，所以 $OF=EF=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$AF=\frac{1}{2}AB=\sqrt{2}$，所以 $OA=\sqrt{OF^2+AF^2}=\sqrt{\frac{5}{2}}$，则三棱锥 $D-ABC$ 的外接球的半径 $R=\sqrt{\frac{5}{2}}$，所以外接球的表面积 $S=4\pi R^2=10\pi$.



【评分细则】

1. 第 13 小题中，若结果不用区间表示，则不给分；

2. 第 15 小题中，若结果写成$\frac{12}{36}$，而未约分，则不给分.

17. 解：(1) 若选①，由已知得 $3ab\sin C=4bc\cos A$，(2 分)

所以 $3a\sin C=4c\cos A$，

由正弦定理得 $3\sin A\sin C=4\sin C\cos A$，

又 $C\in(0,\pi)$，所以 $\sin C>0$，

所以 $3\sin A=4\cos A$，①(5 分)

又 $\sin^2A+\cos^2A=1$，②

联立①、②以及 $A\in(0,\pi)$，解得 $\sin A=\frac{4}{5}$.(6 分)

若选②，由已知及正弦定理得 $3\sin A\sin B+4\sin A\cos B=4\sin C$，(2 分)

所以 $3\sin A\sin B+4\sin A\cos B=4\sin(A+B)$，(3 分)

所以 $3\sin A\sin B+4\sin A\cos B=4\sin A\cos B+4\cos A\sin B$，

所以 $3\sin A\sin B=4\cos A\sin B$，

又 $B\in(0,\pi)$，所以 $\sin B>0$，所以 $3\sin A=4\cos A$，①(5 分)

又 $\sin^2A+\cos^2A=1$，②

联立①、②以及 $A\in(0,\pi)$，解得 $\sin A=\frac{4}{5}$.(6 分)

(2) 由 $\triangle ABC$ 的面积为 2，得 $\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{2}{5}bc=2$，所以 $bc=5$，(7 分)

由(1)可得 $\cos A=\frac{3}{4}\sin A=\frac{3}{5}$，(8 分)

由余弦定理得 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{b^2+c^2-16}{10}=\frac{3}{5}$，(10 分)

所以 $b^2+c^2=22$，

所以 $b+c=\sqrt{b^2+2bc+c^2}=4\sqrt{2}$，(11 分)

所以 $\triangle ABC$ 的周长为 $a+b+c=4+4\sqrt{2}$.(12 分)

【评分细则】

1. 第(1)小题中,若选①,正弦定理写对了可得 2 分;若未注明"又 $C\in(0,\pi)$,所以 $\sin C>0$,"以及"$A\in(0,\pi)$,"不扣分;
2. 第(1)小题中,若选②,未注明"又 $B\in(0,\pi)$,所以 $\sin B>0$,"以及"$A\in(0,\pi)$,"不扣分;
3. 第(2)小题中,用其他方法解出 b,c 的值,结果正确步骤无误可给满分.

18. (1)证明:因为 $AC=BC$,D 为 AB 的中点,所以 $CD\perp AB$,

又 $AE\perp$ 平面 ABC,$CD\subset$ 平面 ABC,所以 $AE\perp CD$,(1 分)

又 $AE\cap AB=A$,$AE,AB\subset$ 平面 $ABFE$,所以 $CD\perp$ 平面 $ABFE$,

又 $DE\subset$ 平面 $ABFE$,所以 $CD\perp DE$.(3 分)

由平面几何知识可知 $DF=2\sqrt{5}$,$DE=\sqrt{5}$,$EF=5$,

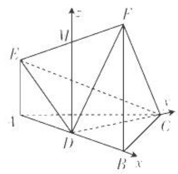
所以 $DE^2+DF^2=EF^2$,所以 $DE\perp DF$,

又 $CD\cap DF=D$,$CD,DF\subset$ 平面 CDF,所以 $DE\perp$ 平面 CDF.(5 分)

(2)解:由题知 $CD=\sqrt{BC^2-BD^2}=2$,过 D 作 $DM/\!/AE$ 交 EF 于 M,

则 $DM\perp$ 平面 ABC,可得 $DM\perp AB$,$DM\perp CD$,

以 D 为坐标原点,向量 $\overrightarrow{DB},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DM}$ 的方向分别为 x,y,z 轴的正方向建立如图所示的空间直角坐标系.(7 分)



则 $C(0,2,0)$,$E(-2,0,1)$,$F(2,0,4)$,所以 $\overrightarrow{CE}=(-2,-2,1)$,$\overrightarrow{CF}=(2,-2,4)$,

设平面 CEF 的一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$,

由 $\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{CE}=0,\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{CF}=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}-2x-2y+z=0,\\ 2x-2y+4z=0.\end{cases}$

取 $x=-3$,则 $y=5$,$z=4$,所以 $\boldsymbol{m}=(-3,5,4)$.(9 分)

由(1)知平面 CDF 的一个法向量为 $\overrightarrow{DE}=(-2,0,1)$,(10 分)

设二面角 $E-CF-D$ 的平面角为 θ,易知 θ 为锐角,

则 $\cos\theta=|\cos\langle\boldsymbol{m},\overrightarrow{DE}\rangle|=\dfrac{|\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{DE}|}{|\boldsymbol{m}||\overrightarrow{DE}|}=\dfrac{|-3\times(-2)+5\times0+4\times1|}{\sqrt{(-3)^2+5^2+4^2}\times\sqrt{(-2)^2+0^2+1^2}}=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$,

所以二面角 $E-CF-D$ 的平面角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.(12 分)

【评分细则】

1. 第(1)小题中,用其他方法(如向量法)证明,酌情给分;
2. 第(2)小题中,平面 CDF 的法向量不唯一,只要与 $\boldsymbol{m}=(-3,5,4)$ 平行即可得分;
3. 第(2)小题中,若不用空间向量法求解,酌情给分,结果正确步骤无误则给满分.

19. 解:(1)设这两种蛋糕的日销量之和为 X,

则 $P(X=78)=\dfrac{6}{30}\times\dfrac{5}{30}+\dfrac{10}{30}\times\dfrac{12}{30}+\dfrac{8}{30}\times\dfrac{9}{30}=\dfrac{37}{150}$,

$P(X=79)=\dfrac{10}{30}\times\dfrac{5}{30}+\dfrac{8}{30}\times\dfrac{12}{30}=\dfrac{73}{450}$,

$P(X=80)=\frac{8}{30}\times\frac{5}{30}=\frac{4}{90}$.（5 分）

所以这两种蛋糕的日销量之和不低于 78 个的概率为

$P=P(X=78)+P(X=79)+P(X=80)=\frac{37}{150}+\frac{73}{450}+\frac{4}{90}=\frac{34}{75}$.（6 分）

（2）当 $n=37$ 时，每日销售两种蛋糕获利之和的数学期望为 $37\times8+37\times7=555$ 元；（8 分）

当 $n=38$ 时，每日销售两种蛋糕获利之和的数学期望为 $(37\times8-60)\times\frac{6}{30}+38\times8\times\left(1-\frac{6}{30}\right)+(37\times7-61)\times\frac{4}{30}+38\times7\times\left(1-\frac{4}{30}\right)=\frac{1\,642}{3}$ 元.（11 分）

因为 $555>\frac{1\,642}{3}$，所以当 $n=37$ 时，两种蛋糕的获利之和最大.（12 分）

【评分细则】

1. 第（1）小题中，求对了 $P(X=78)$，可给 2 分，求对了 $P(X=79)$，可给 2 分；
2. 第（1）小题中，若未分类，直接列式且式子及答案都无误，可给 5 分，否则给 0 分；
3. 第（2）小题中，若直接写当 $n=37$ 时，两种蛋糕获利之和最大，而未说明理由，则只给 1 分.

20. 解：（1）由对称性可知当△OAB 为等边三角形时，A，B 两点关于 x 轴对称，

当△OAB 为等边三角形时，△OAB 的高为 $\frac{\sqrt{3}}{2}|AB|=12$，

由题意知点 $(12,4\sqrt{3})$ 在 C 上，代入 $y^2=2px$，得 $(4\sqrt{3})^2=24p$，

解得 $p=2$，（3 分）

所以 C 的标准方程为 $y^2=4x$.（4 分）

（2）由（1）知 $F(1,0)$，根据题意可知直线 AB 的斜率不为 0，

设直线 AB 的方程为 $x=ky+m$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$P(x_0,y_0)$，

联立 $\begin{cases}x=ky+m,\\y^2=4x\end{cases}$ 得 $y^2-4ky-4m=0$，

所以 $\Delta=16k^2+16m>0$，即 $k^2+m>0$，且 $y_1+y_2=4k$，$y_1y_2=-4m$，

所以 $x_1+x_2=k(y_1+y_2)+2m=4k^2+2m$，（7 分）

由 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}=4\overrightarrow{PF}$，得 $(x_1-x_0,y_1-y_0)+(x_2-x_0,y_2-y_0)=4(1-x_0,-y_0)$，

所以 $\begin{cases}x_1+x_2-4=-2x_0,\\y_1+y_2=-2y_0,\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}x_0=2-m-2k^2,\\y_0=-2k,\end{cases}$ 即 $P(2-m-2k^2,-2k)$，（8 分）

又点 P 在 C 上，所以 $4k^2=4(2-m-2k^2)$，即 $3k^2+m=2$，①

所以 $k^2+m=k^2+2-3k^2=2(1-k^2)>0$，解得 $-1<k<1$，

又点 P 在第一象限，所以 $-2k>0$，所以 $-1<k<0$.（9 分）

又点 P 到直线 AB 的距离 $d=\frac{|2-m-2k^2+2k^2-m|}{\sqrt{1+k^2}}=\frac{2|m-1|}{\sqrt{1+k^2}}=2$，化简得 $m^2-2m=k^2$，②（10 分）

联立①②解得 $\begin{cases}m=-\frac{1}{3},\\k=-\frac{\sqrt{7}}{3}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m=-\frac{1}{3},\\k=\frac{\sqrt{7}}{3}\end{cases}$（舍去）或 $\begin{cases}m=2,\\k=0\end{cases}$（舍去）.

此时点 $P\left(\frac{7}{9},\frac{2\sqrt{7}}{3}\right)$，直线 AB 的方程为 $3x+\sqrt{7}y+1=0$.（12 分）

【评分细则】

1. 第(1)小题中,求对了$\triangle OAB$的高可给1分;
2. 第(2)小题中,写出了韦达定理可给1分;
3. 第(2)小题中,最后结果点P和直线方程只写对一个扣1分;
4. 第(2)小题中,答案倒数第2行解对了方程组,若未舍去或只舍弃一组不合题意的解扣1分.

21. 解:(1)当$a=e$时,$f(x)=(x-1)e^x+e^{2-x}$,所以$f'(x)=xe^x-e^{2-x}=e^{-x}(xe^{2x}-e^2)$.(1分)

令$g(x)=xe^{2x}-e^2$,所以$g'(x)=(2x+1)e^{2x}$,

当$x\in\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$时,$g'(x)<0$,$g(x)$单调递减;当$x\in\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$时,$g'(x)>0$,$g(x)$单调递增,

所以$g(x)_{\min}=g\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}e^{-1}-e^2<0$,且当$x<0$时,$g(x)<0$,$g(1)=0$,(3分)

所以当$x\in(-\infty,1)$时,$g(x)<0$,$f'(x)<0$,$f(x)$单调递减;

当$x\in(1,+\infty)$时,$g(x)>0$,$f'(x)>0$,$f(x)$单调递增,

所以$f(x)$的极小值为$f(1)=e$,无极大值.(4分)

(2)由题得$(x-1)e^x+a^2e^{-x}-a\geqslant0$对任意$x\in\mathbf{R}$恒成立,则只需$[(x-1)e^x+a^2e^{-x}-a]_{\min}\geqslant0$即可.

当$a=0$时,$(x-1)e^x\geqslant0$对任意$x\in\mathbf{R}$不恒成立,故$a\neq0$,

令$h(x)=(x-1)e^x+a^2e^{-x}-a$,则$h'(x)=xe^x-a^2e^{-x}=e^{-x}(xe^{2x}-a^2)$,

令$k(x)=xe^{2x}-a^2$,则$k'(x)=(2x+1)e^{2x}$,

当$x\in\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$时,$k'(x)<0$,$k(x)$单调递减;当$x\in\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$时,$k'(x)>0$,$k(x)$单调递增,

所以$k(x)_{\min}=k\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}e^{-1}-a^2<0$,(6分)

又$x<0$时,$k(x)<0$,且$k(0)=-a^2<0$,$k(a^2)=a^2(e^{2a^2}-1)>0$,

由零点定理可得存在$x_0\in(0,a^2)$,使得$k(x_0)=0$,即$x_0e^{2x_0}=a^2$.

当$x\in(-\infty,x_0)$时,$k(x)<0$,$h'(x)<0$,$h(x)$单调递减;

当$x\in(x_0,+\infty)$时,$k(x)>0$,$h'(x)>0$,$h(x)$单调递增,

所以$h(x)_{\min}=h(x_0)=(x_0-1)e^{x_0}+a^2e^{-x_0}-a$,(8分)

所以只需$(x_0-1)e^{x_0}+a^2e^{-x_0}-a\geqslant0$,即$(x_0-1)e^{2x_0}-ae^{x_0}+a^2\geqslant0$,(9分)

所以$a^2-e^{2x_0}-ae^{x_0}+a^2\geqslant0$,所以$e^{2x_0}+ae^{x_0}-2a^2\leqslant0$,

所以$(e^{x_0}+2a)(e^{x_0}-a)\leqslant0$,

当$a>0$时,$-2a\leqslant e^{x_0}\leqslant a$,则$x_0\leqslant\ln a$,

又$x_0e^{2x_0}=a^2$,所以$x_0+\frac{1}{2}\ln x_0=\ln a$,

所以$x_0\leqslant x_0+\frac{1}{2}\ln x_0$,解得$x_0\geqslant1$,(11分)

所以$\ln a\geqslant1$,解得$a\geqslant e$.(12分)

【评分细则】

1. 第(1)小题中,不写无极大值不扣分;
2. 第(2)小题中,不讨论$a=0$的情况扣1分;
3. 第(2)小题中,若利用特殊值法得到$f(1)\geqslant a$,从而解得$a\geqslant e$,可给3分,若再证明当$a\geqslant e$时,$f(x)\geqslant a$对$x\in\mathbf{R}$恒成立,且证明无误,可给满分,若未给出证明,则不再给分.

22. 解:(1)由$\begin{cases}x=\sqrt{3}\sin\alpha,\\y=\sqrt{2}\cos\alpha\end{cases}$得$\begin{cases}x^2=3\sin^2\alpha,\\y^2=2\cos^2\alpha,\end{cases}$

消去 α 得 $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$ 为 C_1 的普通方程;(2 分)

由 $\rho(2\cos\theta+\sin\theta)=\sqrt{6}$,得 $2\rho\cos\theta+\rho\sin\theta=\sqrt{6}$,

令 $\rho\cos\theta=x,\rho\sin\theta=y$,得 $2x+y-\sqrt{6}=0$ 为直线 l 的直角坐标方程.(4 分)

(2)在 $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$ 中,令 $x=\rho\cos\theta,y=\rho\sin\theta$,

所以 $2\rho^2\cos^2\theta+3\rho^2\sin^2\theta=6$,即 $\rho^2(2+\sin^2\theta)=6$ 为 C_1 的极坐标方程.(6 分)

联立 $\begin{cases}2\rho\cos\theta+\rho\sin\theta=\sqrt{6},\\ \rho^2(2+\sin^2\theta)=6\end{cases}$ 得 $2\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta=1$.(7 分)

所以 $\cos 2\theta+\sin 2\theta=0$,所以 $\tan 2\theta=-1$,

又 $\rho>0,0\leqslant\theta<2\pi$,所以 $0\leqslant 2\theta<4\pi$,

所以 $2\theta=\frac{3\pi}{4}$ 或 $\frac{7\pi}{4}$ 或 $\frac{11\pi}{4}$ 或 $\frac{15\pi}{4}$,解得 $\theta=\frac{3\pi}{8}$ 或 $\frac{7\pi}{8}$ 或 $\frac{11\pi}{8}$ 或 $\frac{15\pi}{8}$.(8 分)

由图可知,两交点位于第一、四象限,所以 $\theta=\frac{3\pi}{8}$ 或 $\frac{15\pi}{8}$.(9 分)

所以 $\theta_1+\theta_2=\frac{3\pi}{8}+\frac{15\pi}{8}=\frac{9\pi}{4}$.(10 分)

【评分细则】

1. 第(1)小题中,第 1 行没有变式的过程不扣分;
2. 第(2)小题中,联立的若是直角坐标方程,计算非常困难,算不出结果,可酌情给 1 ~ 2 分.

23. 解:(1)当 $a=2$ 时,$f(x)=2|x+2|+|x-2|=\begin{cases}-3x-2,x<-2,\\ x+6,-2\leqslant x\leqslant 2,\\ 3x+2,x>2,\end{cases}$

又 $f(x)\leqslant 7$,所以 $\begin{cases}x<-2,\\ -3x-2\leqslant 7\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-2\leqslant x\leqslant 2,\\ x+6\leqslant 7\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x>2,\\ 3x+2\leqslant 7,\end{cases}$(3 分)

解得 $-3\leqslant x<-2$ 或 $-2\leqslant x\leqslant 1$,

所以 $-3\leqslant x\leqslant 1$,

所以不等式 $f(x)\leqslant 7$ 的解集为 $\{x|-3\leqslant x\leqslant 1\}$.(5 分)

(2)$f(x)=|x+a|+|x+a|+|x-a|$,

因为 $|x+a|+|x-a|\geqslant|x+a-(x-a)|=2|a|$,当且仅当 $(x+a)(x-a)\leqslant 0$ 时等号成立,

$|x+a|\geqslant 0$,当且仅当 $x=-a$ 时等号成立,(8 分)

所以 $|x+a|+|x+a|+|x-a|\geqslant 2|a|$,当且仅当 $x=-a$ 时等号成立,

所以 $2|a|=10$,解得 $a=-5$ 或 5.(10 分)

【评分细则】

1. 第(1)小题中,结果不写成集合或区间形式扣 1 分;
2. 第(2)小题中,不强调取等号的条件扣 1 分.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。