

保密★启用前

准考证号_____ 姓名_____

(在此卷上答题无效)

福建省部分地市2023届高中毕业班第一次质量检测

数学试题

2023.1

本试卷共4页，考试时间120分钟，总分150分。

注意事项：

- 1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 1.已知集合 A, B, U 满足 $A \subseteq B \subseteq U$ 则 $U =$
A. $A \cup (C_U B)$ B. $B \cup (C_U A)$ C. $A \cap (C_U B)$ D. $B \cap (C_U A)$
- 2.设 $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbf{R}$) 在复平面内对应的点为 M ，则“点 M 在第四象限”是“ $ab < 0$ ”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 既不充分也不必要条件 D. 充要条件
- 3.设 $a = \log_8^8, b = 2^{1.3}, c = 0.7^{1.3}$ ，则 a, b, c 的大小关系为
A. $c < b < a$ B. $b < a < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$
- 4.函数 $f(x) = a \sin x + b \cos 2x + c \sin 4x$ ($a, b, c \in \mathbf{R}$) 的最小正周期不可能是
A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{3}{2}\pi$ D. 2π
- 5.过抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点作直线 l ， l 交 C 于 M, N 两点，若线段 MN 中点的纵坐标为2，则 $|MN| =$
A. 10 B. 9 C. 8 D. 7
- 6.函数 $f(x) = 2 \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$ ($\omega \in \mathbf{R}$) 恒有 $f(x) \leq f(2\pi)$ ，且 $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 上单调递增，则 ω 的值为
A. $-\frac{5}{6}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{7}{6}$ D. $\frac{1}{6}$ 或 $\frac{7}{6}$

7. 在正四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=2AA_1=2A_1B_1=2\sqrt{2}$, 且各顶点都在同一球面上, 则该球体的表面积为

- A. 20π B. $5\sqrt{5}\pi$ C. 10π D. 5π

8. 双曲线 $C: \frac{y^2}{3} - x^2 = 1$ 的下焦点为 F , 过 F 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点, 若过 A, B 和点 $M(0, \sqrt{7})$ 的圆的圆心在 x 轴上, 则直线 l 的斜率为

- A. $\pm \frac{\sqrt{10}}{2}$ B. $\pm \sqrt{2}$ C. ± 1 D. $\pm \frac{3}{2}$

二、选择题: 本题共 4 小题; 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 记正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则下列数列为等比数列的有

- A. $\{a_{n+1}+a_n\}$ B. $\{a_{n+1}a_n\}$ C. $\{\frac{S_n}{a_n}\}$ D. $\{S_nS_{n-1}\}$

10. 已知正实数 x, y 满足 $x+y=1$, 则

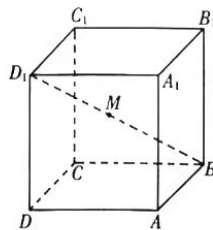
- A. x^2+y 的最小值为 $\frac{3}{4}$
B. $\frac{1}{x} + \frac{4}{y}$ 的最小值为 8
C. $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ 的最大值为 $\sqrt{2}$
D. $\log_2 x + \log_4 y$ 没有最大值

11. 平面向量 $\mathbf{m}, \mathbf{n}$ 满足 $|\mathbf{m}|=|\mathbf{n}|=1$, 对任意的实数 t , $|\mathbf{m} - \frac{1}{2}\mathbf{n}| \leq |\mathbf{m} + t\mathbf{n}|$ 恒成立, 则

- A. $\mathbf{m}$ 与 $\mathbf{n}$ 的夹角为 60° B. $(\mathbf{m} + t\mathbf{n})^2 + (\mathbf{m} - t\mathbf{n})^2$ 为定值
C. $|\mathbf{n} - t\mathbf{m}|$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$ D. $\mathbf{m}$ 在 $\mathbf{m} + \mathbf{n}$ 上的投影向量为 $\frac{1}{2}(\mathbf{m} + \mathbf{n})$

12. 如图, 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 M 为线段 BD_1 上的动点 (含端点), 则

- A. 存在点 M , 使得 $CM \perp$ 平面 A_1DB
B. 存在点 M , 使得 $CM \parallel$ 平面 A_1DB
C. 不存在点 M , 使得直线 C_1M 与平面 A_1DB 所成的角为 30°
D. 存在点 M , 使得平面 ACM 与平面 A_1BM 所成的锐角为 45°



三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 已知空间中三点 $A(1, 1, \sqrt{3})$, $B(1, -1, 2)$, $C(0, 0, 0)$, 则点 A 到直线 BC 的距离为_____.

14. 以下为甲、乙两组按从小到大顺序排列的数据:

甲组:14, 30, 37, a , 41, 52, 53, 55, 58, 80;

乙组:17, 22, 32, 43, 45, 49, b , 56.

若甲组数据的第40百分位数和乙组数据的平均数相等, 则 $4a-b=$ _____.

15. 写出一个同时满足下列三个性质的函数 $f(x)=$ _____.

① 若 $xy>0$, 则 $f(x+y)=f(x)f(y)$; ② $f(x)=f(-x)$; ③ $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减.

16. 近年来, “剧本杀”门店遍地开花. 放假伊始, 7名同学相约前往某“剧本杀”门店体验沉浸式角色扮演型剧本游戏, 目前店中仅有可供4人组局的剧本, 其中 A , B 角色各1人, C 角色2人. 已知这7名同学中有4名男生, 3名女生, 现决定让店主从他们7人中选出4人参加游戏, 其余3人观看, 要求选出的4人中至少有1名女生, 并且 A , B 角色不可同时为女生. 则店主共有_____种选择方式.

四、解答题:本题共6小题, 共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分10分)

已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $4S_n=(a_n-1)(a_n+3)$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 将数列 $\{a_n\}$ 和数列 $\{2^n\}$ 中所有的项, 按照从小到大的顺序排列得到一个新数列 $\{b_n\}$, 求 $\{b_n\}$ 的前50项和.

18. (本小题满分12分)

记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $3\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + 4\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$.

(1) 求 $\frac{b}{c}$;

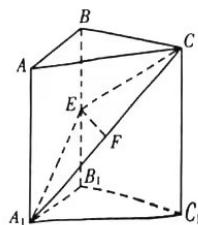
(2) 已知 $B=3C$, $c=1$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. (本小题满分12分)

如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC=\sqrt{2}$, $AB \perp BC$, E, F 分别为 BB_1, CA_1 的中点, 且 $EF \perp$ 平面 AA_1C_1C .

(1) 求 AB 的长;

(2) 若 $AA_1=\sqrt{2}$, 求二面角 $C-A_1E-A$ 的余弦值.



20. (本小题满分12分)

校园师生安全重于泰山,越来越多的学校纷纷引进各类急救设备.某学校引进 M , N 两种类型的自动体外除颤器(简称AED).若干,并组织全校师生学习AED的使用规则及方法.经过短期的强化培训,在单位时间内,选择 M , N 两种类型AED操作成功的概率分别为 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{1}{2}$,假设每次操作能否成功相互独立.

(1) 现有某受训学生进行急救演练,假定他每次随机等可能选择 M 或 N 型AED进行操作,求他恰好在第二次操作成功的概率;

(2) 为激发师生学习并正确操作AED的热情,学校选择一名教师代表进行连续两次设备操作展示,下面是两种方案:

方案甲:在第一次操作时,随机等可能的选择 M 或 N 型AED中的一种,若第一次对某类型AED操作成功,则第二次继续使用该类型设备;若第一次对某类型AED操作不成功,则第二次使用另一类型AED进行操作.

方案乙:在第一次操作时,随机等可能的选择 M 或 N 型AED中的一种,无论第一次操作是否成功,第二次均使用第一次所选择的设备.

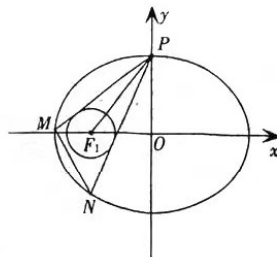
假定方案选择及操作不相互影响,以成功操作累积次数的期望值为决策依据,分析哪种方案更好?

21. (本小题满分12分)

已知椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 其左焦点为 $F_1(-2, 0)$.

(1) 求 Γ 的方程;

(2) 如图, 过 Γ 的上顶点 P 作动圆 F_1 的切线分别交 Γ 于 M, N 两点, 是否存在圆 F_1 使得 $\triangle PMN$ 是以 PN 为斜边的直角三角形? 若存在, 求出圆 F_1 的半径; 若不存在, 请说明理由.



22. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = e^x - \frac{ax^2}{2}$, $a > 0$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的极值点个数;

(2) 若 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 且 $x_1 < x_2$, 当 $e < a < \frac{e^2}{2}$ 时, 证明:

$$f(x_1) + 2f(x_2) < \frac{3e}{2}.$$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线