2023届高三五月联合测评

数学试卷

命题单位:圆创教育教学研究中心

本试题共6页,22题。满分150分。考试用时120分钟。　　考试时间:2023年5月10日下午15:00—17:00

★祝考试顺利★

注意事项:

1.答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,用签字笔或钢笔将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.函数 $f(x)=\sqrt{\log_2(1-x)}$ 的定义域是

A. $(-\infty,1)$　　B. $(0,+\infty)$

C. $(0,1)$　　D. $(-\infty,0]$

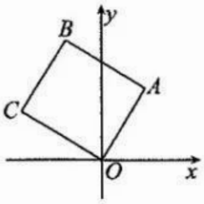
2.如图,正方形 $OABC$ 中,点 A 对应的复数是 $3+5i$,则顶点 B 对应的复数是

A. $-2+8i$

B. $2-8i$

C. $-1+7i$

D. $-2+7i$



3.正△ABC 的边长为2,$\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{MC}$,则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AM}=$

A. 2　　B. $\frac{7}{3}$　　C. $\frac{8}{3}$　　D. $\frac{10}{3}$

4.李明到达了一个由6个进站口排列在一条直线上且相邻两进站口间隔100米的一个机场,他的进站口被随机安排为6个进站口之一,李明到达他的进站口之后,又被告知进站口被随机改为其他5个进站口之一,则他需要走不超过200米便可到达新的进站口的概率为

A. $\frac{2}{5}$　　B. $\frac{3}{5}$　　C. $\frac{8}{15}$　　D. $\frac{7}{15}$

5. 已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\dfrac{\omega x}{2}\cdot\cos\dfrac{\omega x}{2}-\cos^2\dfrac{\omega x}{2}(\omega>0)$在$\left(0,\dfrac{4\pi}{3}\right)$上单调递增，在$\left(\dfrac{4\pi}{3},2\pi\right)$上单调递减，若函数 $f(x)$在$\left(\dfrac{17\pi}{3},a\right)$上单调，则 a 的最大值为

A. $\dfrac{35\pi}{6}$　　B. $\dfrac{23\pi}{3}$　　C. $\dfrac{20\pi}{3}$　　D. $\dfrac{22\pi}{3}$

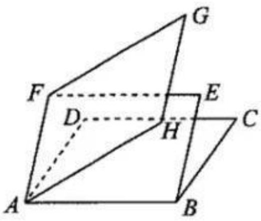
6. 疫情期间，按照防疫要求，学生在进校时必须排队接受体温检测，某校早上 7:30 开校门，此时刻没有学生. 一分钟后有 59 名学生到校，以后每分钟比前一分钟少到 2 人. 校门口的体温自动检测棚每分钟可检测 40 人，为了减少排队等候的时间，7:34 校门口临时增设一个人工体温检测点，人工每分钟可检测 12 人，则人工检测(　　)分钟后校门口不再出现排队等候的情况.

A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 10

7. 如图，把一个长方形的硬纸片 $ABCD$ 沿长边 AB 所在直线逆时针旋转 45°得到第二个平面 $ABEF$，再沿宽边 AF 所在直线逆时针旋转 45°得到第三个平面 $AFGH$，则第一个平面和第三个平面所成的锐二面角大小的余弦值是

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$　　B. $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$



8. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} ae^{-x}, x\leqslant 1 \\ \ln\dfrac{x}{a}, x>1 \end{cases}(a>0)$图象上存在关于 y 轴对称的两点，则正数 a 的取值范围是

A. $(e,+\infty)$　　B. $\left(0,\dfrac{1}{e}\right)$

C. $\left(\dfrac{1}{e},e\right)$　　D. $\left(\dfrac{1}{e},+\infty\right)$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. A,B 为随机事件，已知 $P(A)=0.5, P(B)=0.3$，下列结论中正确的是

A. 若 A,B 为互斥事件，则 $P(A+B)=0.8$

B. 若 A,B 为互斥事件，则 $P(\overline{A}+\overline{B})=0.8$

C. 若 A,B 是相互独立事件，$P(A+B)=0.65$

D. 若 $P(B|A)=0.5$，则 $P(B|\overline{A})=0.1$

10. 已知函数 $f(x)$ 和 $f(x+1)$ 都是偶函数，当 $x\in[0,1]$ 时，$f(x)=-(x-1)^2+2$，则下列正确的结论是

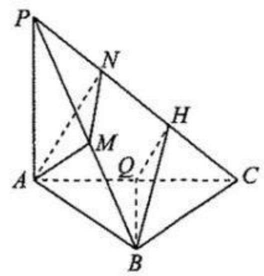
A. 当 $x\in[-2,0]$ 时，$f(x)=-(x+1)^2+2$

B. 若函数 $g(x)=f(x)-2^{-x}-1$ 在区间 $(0,2)$ 上有两个零点 x_1,x_2，则有 $x_1+x_2<2$

C. 函数 $h(x)=\dfrac{f(x)}{2^x}$ 在 $[4,6]$ 上的最小值为 $\dfrac{1}{64}$

D. $f(\log_3 4)<f(\log_4 \dfrac{5}{16})$

11. 在四面体 $P-ABC$ 中，$PA\perp$ 平面 ABC，$AB=BC=\sqrt{2}$，$PA=AC=2$，点 $M\in PB$，$N\in PC$，Q 为 AC 的中点，$QH\perp PC$，垂足为 H，连结 BH，则正确的结论有



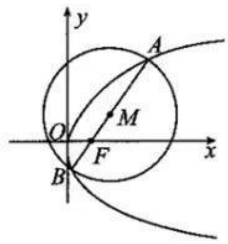
A. 平面 $BQH\perp$ 平面 PBC

B. 若平面 $AMN\perp$ 平面 PBC，则一定有 $AM\perp PB$

C. 若平面 $AMN\perp$ 平面 PBC，则一定有 $AN\perp PC$

D. 点 R 是平面 PBC 上的动点，$AR=\sqrt{2}$，则当直线 AR 与 BC 所成角最小时，点 R 到直线 AB 的距离为 $\dfrac{\sqrt{10}}{3}$

12. 已知抛物线 $W: y^2=2px$ 与圆 $M: (x-6)^2+(y-4)^2=64$ 相交于 A,B，线段 AB 恰为圆 M 的直径，且直线 AB 过抛物线 W 的焦点 F，则正确的结论是



A. $p=4$ 或 $p=8$

B. 圆 M 与抛物线 W 的准线相切

C. 在抛物线 W 上存在关于直线 AB 对称的两点

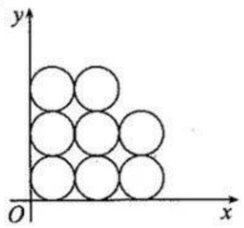
D. 线段 AB 的垂直平分线与抛物线 W 交于 C,D，则有 $|MA|\cdot|MB|=|MC|\cdot|MD|$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

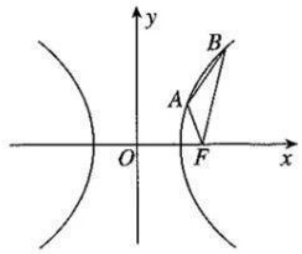
13. $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)(1+x)^5$ 展开式中一次项的系数是________.（请填具体数值）

14. 袋中有形状和大小相同的两个红球和三个白球，甲、乙两人依次不放回地从袋中摸出一球，后摸球的人不知前面摸球的结果，则乙摸出红球的概率是________.

15. 如图，8 个半径为 1 的圆摆在坐标平面的第一象限（每个圆与相邻的圆或坐标轴外切），设 L 为八个圆形区域的并集，斜率为 3 的直线 l 将 L 划分为面积相等的两个区域，则坐标原点到直线 l 的距离为________.



第 15 题图



第 16 题图

16. 已知双曲线 $C:x^2-y^2=2$ 的右焦点为 F，折线 $y=2|x-2|$ 与双曲线 C 的右支交于 A,B 两点(如图)，则$\triangle ABF$ 的面积为__________.

四、解答题：共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)已知数列$\{a_n\}$满足：$a_1=\lambda>0,a_n\cdot a_{n+1}=2^{7-2n},n=1,2,3,\cdots$.

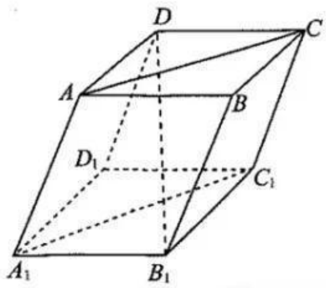
(1)证明：$n\geqslant2$ 时，$\dfrac{a_{n+1}}{a_{n-1}}=\dfrac{1}{4}$；

(2)是否存在这样的正数 λ，使得数列$\{a_n\}$是等比数列，若存在，求出 λ 值，并证明；若不存在，请说明理由.

18. (12 分)已知平行六面体(底面是平行四边形的四棱柱)$ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的各条棱长均为 2，且有$\angle AA_1D_1=\angle AA_1B_1=\angle D_1A_1B_1=60^\circ$.

(1)求证：平面 $AA_1C_1C\perp$平面 $A_1B_1C_1D_1$；

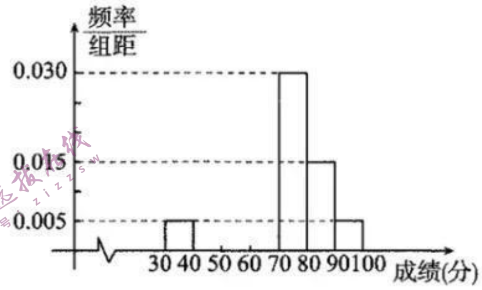
(2)求直线 B_1D 与平面 AA_1C_1C 所成角的正弦值.



19.(12分)某市对全体高中学生举行了一次关于环境保护相关知识的测试.统计人员从全市高中学生中随机抽取100名学生的成绩作为样本进行统计,测试满分为100分,统计后发现所有学生的测试成绩都在区间[30,100]内,并且[30,40],(40,50],(50,60],(60,70]段内的人数恰成等差数列,如图所示是频率分布直方图的一部分.

(1)请补全频率分布直方图(标上纵坐标的值),直接写出百分之八十五分位数:________(精确到0.1);

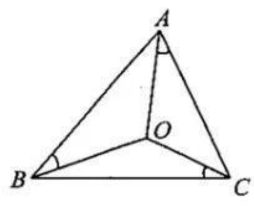
(2)用样本频率估计总体,从全市高中学生中随机抽取2名学生,记成绩在区间[80,100]内的人数为X,成绩在区间[70,100]内的人数为Y,记$Z=Y-X$,比较$E(Y)-E(X)$与$E(Z)$的大小关系.



20.(12分)$\triangle ABC$内一点O,满足$\angle OAC=\angle OBA=\angle OCB$,则点$O$称为三角形的布洛卡点.王聪同学对布洛卡点产生兴趣,对其进行探索得到许多正确结论,比如$\angle BOC=\pi-\angle ABC=\angle BAC+\angle ACB$,请你和他一起解决如下问题:

(1)若a,b,c分别是A,B,C的对边,$\angle CAO=\angle BAO=\angle OBA=\angle OCB$,证明:$a^2=bc$;

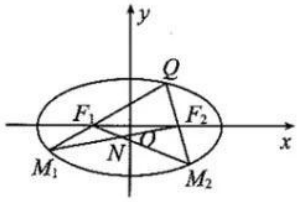
(2)在(1)的条件下,若$\triangle ABC$的周长为4,试把$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$表示为$a$的函数$f(a)$,并求$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$的取值范围.



21. (12分)已知 $F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$分别为椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点，点 $A\left(1,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$是椭圆 C 上一点.

(1)求椭圆 C 的方程；

(2)设 $Q(x_0,y_0)$是椭圆 C 上且处于第一象限的动点，直线 QF_1、QF_2 与椭圆 C 分别相交于 M_1、M_2 两点，直线 M_1F_2、M_2F_1 相交于点 N，试求 $S_{\triangle M_2NF_2}-S_{\triangle M_1NF_1}$ 的最大值.



22. (12分)已知函数 $f(x)=ax^2+\ln(x-1)$

(1)求函数 $f(x)$的单调区间；

(2)若 $a>2$，在 $x\in\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$内存在不等实数 x_1,x_2，使得 $f(x_1)+f(x_2)=8a$，证明：$x_1+x_2<4$.