机密★启用前(全国卷理科数学)

华大新高考联盟 2023 届高三 11 月教学质量测评

理科数学参考答案和评分标准

一、选择题

1.【答案】C

【命题意图】本题考查集合的运算、一元二次不等式的解法，考查数学运算、逻辑推理的核心素养.

【解析】依题意，$A=\{x\mid x(2x-9)\leqslant 0\}=\left\{x\,\middle|\,0\leqslant x\leqslant\frac{9}{2}\right\}$，故 $A\cap B=\left\{x\,\middle|\,\frac{1}{4}<x\leqslant\frac{9}{2}\right\}$，故选 C.

2.【答案】B

【命题意图】本题考查二倍角公式、复数的概念，考查数学运算、逻辑推理的核心素养.

【解析】依题意，$|z|=\sqrt{\cos^2 6+\sin^2 6}=1$，故①正确；复数 z 的实部为 $\cos 6$，为正数，故②正确；复数 z 的虚部为 $\sin 6$，为负数，故③错误. 故选 B.

3.【答案】D

【命题意图】本题考查频率分布直方图、样本的数字特征，考查数学运算、逻辑推理、数学建模、直观想象的核心素养.

【解析】由题图可知，前 5 个小矩形的面积分别为 $0.2\times0.125=0.025$，$0.2\times0.25=0.05$，$0.2\times0.625=0.125$，$0.2\times1.25=0.25$，$0.2\times0.75=0.15$，故所求中位数为 $4.8+\frac{0.05}{0.75}\approx4.87$，故选 D.

4.【答案】D

【命题意图】本题考查空间线面的位置关系，考查数学运算、逻辑推理、直观想象的核心素养.

【解析】A 中，可能有 $m\subset\beta$，$m/\!/\beta$，m 与 β 相交但不垂直；B 中，α 与 β 可能相交；C 中，可能有 $n\subset\beta$，$n/\!/\beta$，n 与 β 相交但不垂直；D 中，根据 $m\perp\alpha$，$m\perp\beta$ 知 $\alpha/\!/\beta$，又 $n\perp\alpha$，$n/\!/l$，故 $l\perp\alpha$，则 $l\perp\beta$，故 D 正确. 故选 D.

5.【答案】C

【命题意图】本题考查数学文化、等差数列的前 n 项和，考查数学运算、逻辑推理、直观想象、数据分析的核心素养.

【解析】依题意，$S_{100}=\frac{(1+100)\times100}{2}=5\ 050$，故 10 阶幻方每行、每列、每条对角线上的数的和均为 505，故选 C.

6.【答案】D

【命题意图】本题考查导数的运算、导数的几何意义，考查数学运算、逻辑推理的核心素养.

【解析】依题意，$f'(x)=3x^2-\frac{f'(1)}{2x}$，令 $x=1$，故 $f'(1)=3-\frac{f'(1)}{2}$，解得 $f'(1)=2$，故 $f'(e)=3e^2-\frac{1}{e}$，故选 D.

7.【答案】A

【命题意图】本题考查抛物线的定义、抛物线的方程与性质，考查数学运算、逻辑推理、直观想象的核心素养.

【解析】依题意，$y_1^2-4y_2^2=48$，而 $y_1^2=8x_1$，$4y_2^2=32x_2$，故 $8x_1-32x_2=48$，即 $8x_1+16=32x_2+64$，则 $x_1+2=4(x_2+2)$，故 $\frac{|MF|}{|NF|}=\frac{x_1+2}{x_2+2}=4$，故选 A.

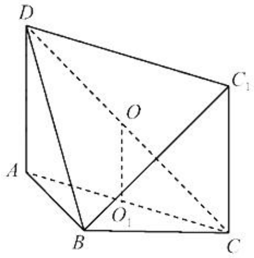
8.【答案】D

【命题意图】本题考查三角函数的图象与性质，考查数学运算、逻辑推理、直观想象的核心素养.

【解析】依题意，$\frac{T}{2}=\frac{6\pi}{18}=\frac{\pi}{3}$，故 $T=\frac{2\pi}{3}$，$\omega=\frac{2\pi}{T}=3$，故 $f(x)=M\cos(3x+\varphi)$，而 $3\times\frac{5\pi}{18}+\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi$ $(k\in\mathbf{Z})$，则 $\varphi=-\frac{\pi}{3}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$. 因为 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，故 $\varphi=-\frac{\pi}{3}$，所以 $f(x)=M\cos\left(3x-\frac{\pi}{3}\right)$. 因 $f(0)=\frac{3}{2}$，故 $M\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$，解得 $M=3$，故 $f(x)=3\cos\left(3x-\frac{\pi}{3}\right)$. 将函数 $f(x)$ 的图象上所有点的横坐标扩大到原来的 2 倍，得到 $y=3\cos\left(\frac{3}{2}x-\frac{\pi}{3}\right)$，再向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度，得到 $g(x)=3\cos\left[\frac{3}{2}\left(x+\frac{\pi}{12}\right)-\frac{\pi}{3}\right]=3\cos\left(\frac{3}{2}x-\frac{5\pi}{24}\right)$，令 $2k\pi\leqslant\frac{3}{2}x-\frac{5\pi}{24}\leqslant\pi+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，解得 $\frac{5\pi}{36}+\frac{4k\pi}{3}\leqslant x\leqslant\frac{29\pi}{36}+\frac{4k\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$，故选 D.

9.【答案】C

【命题意图】本题考查球的体积、异面直线所成的角，考查数学运算、逻辑推理、直观想象的核心素养.



【解析】作出图形如右所示. 依题意，$AB=BC=8$，$\angle ABC=90°$；$\frac{4}{3}\pi R^3=288\pi$，解得 $R=6$；$AB^2+BC^2+AD^2=128+AD^2=144$，解得 $AD=4$；过点 D 作 $DC_1\mathrel{/\!/}AC$，且 $DC_1=AC$，连接 C_1B、CC_1，则直线 AC，BD 所成的角即为 $\angle BDC_1$，注意到 $BD=BC_1=4\sqrt{5}$，而 $DC_1=8\sqrt{2}$，故 $\tan\angle BDC_1=\frac{4\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，故选 C.

10.【答案】C

【命题意图】本题考查函数的图象与性质，考查数学运算、逻辑推理、直观想象的核心素养.

【解析】显然 $-a<0$，否则不合题意. 令 $f(x)=0$，即 $|x+a|=-\frac{1}{x}$. 可知当 $x<-a$ 时，$y=-(x+a)$ 与 $y=-\frac{1}{x}$ 有 1 个交点；当 $x\geqslant-a$ 时，$y=x+a$ 与 $y=-\frac{1}{x}$ 有 2 个交点. 联立 $\begin{cases}y=x+a,\\ y=-\frac{1}{x},\end{cases}$ 得 $x^2+ax+1=0$，则 $\begin{cases}-a<0,\\ \Delta=a^2-4>0,\end{cases}$ 解得 $a>2$，故选 C.

11.【答案】C

【命题意图】本题考查数列的前 n 项和与通项的关系、古典概型的概率，考查数学运算、逻辑推理、数学建模的核心素养.

【解析】依题意，当 $n=1$ 时，$2a_1-1=1$，解得 $a_1=1$；当 $n\geqslant2$ 时，$2S_n+(-1)^n=1$，$2S_{n-1}+(-1)^{n-1}=1$，两式相减可得 $2a_n+(-1)^n-(-1)^{n-1}=0$，化简得 $a_n=(-1)^{n-1}$，故 $\forall n\in\mathbf{N}^*$，$a_n=(-1)^{n-1}$，故 $a_n=(-1)^{n-1}$，则 $P(A_5)=\frac{C_4^2}{C_8^2}=\frac{3}{14}$，故①正确；$P(A_{2n})=\frac{C_{n+1}^2}{C_{2n+3}^2}=\frac{(n+1)n}{(2n+3)(2n+2)}=\frac{n}{4n+6}$，$P(A_{2n+2})=\frac{C_{n+2}^2}{C_{2n+5}^2}=\frac{(n+2)(n+1)}{(2n+5)(2n+4)}=\frac{n+1}{4n+10}$，可知，要证 $P(A_{2n})<P(A_{2n+2})$，即证 $\frac{n}{4n+6}<\frac{n+1}{4n+10}$，即证 $4n^2+10n<4n^2+10n+6$，这显然成立，故②正确；$P(A_{2n+1})=\frac{C_{n+2}^2}{C_{2n+4}^2}=\frac{(n+2)(n+1)}{(2n+4)(2n+3)}=\frac{n+1}{4n+6}$，故 $P(A_{2n})+P(A_{2n+1})=\frac{2n+1}{4n+6}$，则 $P(A_{2n+2})+P(A_{2n+3})=\frac{2n+3}{4n+10}$，要证 $P(A_{2n})+P(A_{2n+1})>P(A_{2n+2})+P(A_{2n+3})$，即证 $\frac{2n+1}{4n+6}>\frac{2n+3}{4n+10}$，即证 $8n^2+24n+10>8n^2+24n+18$，这显然错误，故③错误. 故选 C.

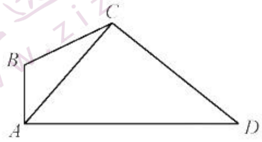
12.【答案】B

【命题意图】本题考查椭圆的方程、圆的方程、直线与椭圆的综合问题、直线与圆，考查数学运算、逻辑推理、直观想象的核心素养.

三、解答题

17.【命题意图】本题考查利用正余弦定理、三角形的面积公式,考查数学运算、逻辑推理、直观想象的核心素养.

【解析】(1)依题意,$\angle BAD=90^\circ$,$\angle ABC=135^\circ$,作出图形如下. ………………………………………… (1分)



因为 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot BC\cdot\sin\angle ABC=\frac{1}{2}\times2\times BC\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2$,解得 $BC=2\sqrt{2}$,
…………………………………………………………………………………… (2分)

在△ABC中,$AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos\angle ABC=20$,

解得 $AC=2\sqrt{5}$, …………………………………………………………………………………… (4分)

故△ABC的周长为 $2+2\sqrt{2}+2\sqrt{5}$. ……………………………………………………………… (5分)

(2)因为 $\angle BAD=90^\circ$,$\tan\angle BAC=\frac{1}{2}$,

故 $\tan\angle DAC=2=\frac{\sin\angle DAC}{\cos\angle DAC}$,$\sin^2\angle DAC+\cos^2\angle DAC=1$,

解得 $\sin\angle DAC=\frac{2\sqrt{5}}{5}=\cos\angle BAC$,$\cos\angle DAC=\frac{\sqrt{5}}{5}=\sin\angle BAC$, ……………………………… (7分)

故 $\sin\angle BCA=\sin(45^\circ-\angle BAC)=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot(\cos\angle BAC-\sin\angle BAC)=\frac{\sqrt{10}}{10}$, ……………………… (9分)

在△ABC中,$\frac{AB}{\sin\angle BCA}=\frac{AC}{\sin\angle ABC}$,解得 $AC=2\sqrt{5}$, ……………………………………………… (10分)

在△ACD中,$CD^2=AC^2+AD^2-2AC\cdot AD\cdot\cos\angle DAC$,即 $AD^2-4AD-32=0$,

解得 $AD=8$,故 $\cos\angle ACD=\frac{CA^2+CD^2-AD^2}{2CA\cdot CD}=\frac{\sqrt{65}}{65}$. ………………………………………… (12分)

18.【命题意图】本题考查独立性检验、回归直线方程、二项分布,考查数学运算、逻辑推理、数学建模、数据分析的核心素养.

【解析】(1)完成列联表如下:

	年龄在50周岁以上(含50周岁)	年龄在50周岁以下	总计
持支持态度	60	180	240
不持支持态度	30	30	60
总计	90	210	300

…………………………… (2分)

故本次实验中 K^2 的观测值 $k=\frac{300\times(60\times30-180\times30)^2}{240\times60\times90\times210}=\frac{100}{7}\approx14.286>10.828$, ………… (3分)

故有99.9%的把握认为年龄与所持态度具有相关性. ………………………………………………… (4分)

(2)依题意,$X\sim B\left(4,\frac{2}{3}\right)$,

故 $P(X=0)=\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{81}$,$P(X=1)=C_4^1\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{8}{81}$,

$P(X=2)=C_4^2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{24}{81}$,$P(X=3)=C_4^3\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{32}{81}$,

$P(X=4)=\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{16}{81}$; …………………………………………………………………………… (6分)

故X的分布列为:

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{81}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{24}{81}$	$\frac{32}{81}$	$\frac{16}{81}$

…………………………………………………………………… (7分)

故 $E(X)=4\times\frac{2}{3}=\frac{8}{3}$. ………………………………………………………… (8 分)

(3)依题意，$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{7}x_i}{7}=16$，$\sum_{i=1}^{7}x_i^2=2\,832$， ……………………………………… (9 分)

$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{7}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{7}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{\sum_{i=1}^{7}x_iy_i-7\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{7}x_i^2-7\bar{x}^2}=\frac{5\,588-16\times294}{2\,832-7\times16^2}=0.85$， ……………… (11 分)

所以 $\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=42-0.85\times16=28.4$，

故 y 关于 x 的线性回归方程是 $\hat{y}=0.85x+28.4$. ……………………………………… (12 分)

19.【命题意图】本题考查空间线面的位置关系、向量法求空间角，考查数学运算、逻辑推理、直观想象的核心素养.

【解析】(1)如图，连接 MQ. 因为 $BD=\frac{1}{2}B_1B$，$CP=\frac{1}{2}C_1C=\frac{1}{2}B_1B$，故 $CP=BD$，

而 $CP/\!/BD$，故四边形 $BDCP$ 为平行四边形，则 $CD/\!/BP$， ……………………………… (2 分)

因为 $CD\not\subset$ 平面 A_1BP，$BP\subset$ 平面 A_1BP，故 $CD/\!/$ 平面 A_1BP； ……………………… (3 分)

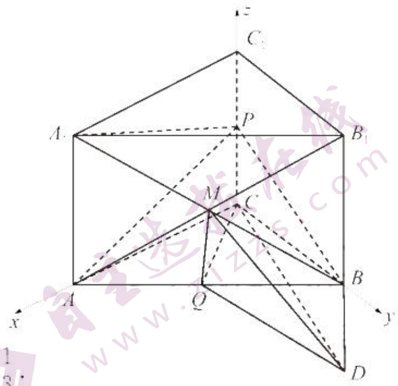
同理可证，$QD/\!/$ 平面 A_1BP. ……………………………………………………………… (4 分)

因为 $CD\cap QD=D$，$CD\subset$ 平面 CDQ，$QD\subset$ 平面 CDQ，故平面 $CDQ/\!/$ 平面 A_1BP. ……… (5 分)

(2)在直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，因为 $AB=\sqrt{2}AC$，$\angle CAB=45°$，故 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形，$\angle ACB=90°$，故以 CA，CB，CC_1 所在直线分别为 x，y，z 轴建立如图所示的空间直角坐标系. 设 $CA=a$，$\triangle ABP$ 的重心为 G，

则 $A(a,0,0)$，$B(0,a,0)$，$P(0,0,1)$，$D(0,a,-1)$，$A_1(a,0,2)$，

$M\left(\frac{a}{2},\frac{a}{2},1\right)$，$G\left(\frac{a}{3},\frac{a}{3},\frac{1}{3}\right)$， ………………………… (6 分)



因为 $MG\perp$ 平面 ABP，所以有 $\overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{AP}=0\Rightarrow a=2$， …… (7 分)

故 $\overrightarrow{MD}=(-1,1,-2)$. ………………………………… (8 分)

设平面 A_1BP 的法向量 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{PA_1}=2x+z=0,\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{PB}=2y-z=0,\end{cases}$ 取 $z=2$，得 $\boldsymbol{m}=(-1,1,2)$， … (10 分)

故直线 MD 与平面 A_1BP 所成角的正弦值 $\sin\theta=\frac{|\overrightarrow{MD}\cdot\boldsymbol{m}|}{|\overrightarrow{MD}|\cdot|\boldsymbol{m}|}=\frac{1}{3}$.

……………………………………………………………………………………………… (12 分)

20.【命题意图】本题考查双曲线的方程、直线与双曲线的综合性问题，考查数学运算、逻辑推理、直观想象的核心素养.

【解析】(1)依题意，$M(1,0)$，因为 $l\perp x$ 轴，且 l 过点 $\left(\sqrt{1+\frac{1}{m}},0\right)$， ……………………… (1 分)

记 $A\left(\sqrt{1+\frac{1}{m}},\frac{1}{m}\right)$，$B\left(\sqrt{1+\frac{1}{m}},-\frac{1}{m}\right)$， ……………………………………… (2 分)

故 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\frac{5}{4}$，即 $1+\frac{1}{m}-\frac{1}{m^2}=\frac{5}{4}$，解得 $m=2$， ………………………… (3 分)

故双曲线 C 的方程为 $x^2-2y^2=1$. ……………………………………………………… (4 分)

(2)①若动直线 l 的斜率不存在，则设 $l:x=t$，代入双曲线方程可得 $A\left(t,\sqrt{\frac{t^2-1}{2}}\right)$，$B\left(t,-\sqrt{\frac{t^2-1}{2}}\right)$，

…………………………………………………………………………………………（5 分）

由$\angle AMB=90^\circ$得$MA\perp MB$，可得$(t-1)^2-\dfrac{t^2-1}{2}=0$，

解得$t=3$或$t=1$（舍去），此时点M到l的距离为$d=2$. ……………………………（6 分）

②若动直线l的斜率存在，则可设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，直线$l:y=kx+t$，

代入双曲线方程可得$(1-2k^2)x^2-4ktx-(2t^2+1)=0$.

$1-2k^2\neq0$且$\Delta>0$，则$k^2\neq\dfrac{1}{2}$且$2t^2-2k^2+1>0$.

则$x_1+x_2=\dfrac{4kt}{1-2k^2}$，$x_1x_2=-\dfrac{2t^2+1}{1-2k^2}$. ……………………………（8 分）

由$MA\perp MB$知$(x_1-1)(x_2-1)+y_1y_2=0$.

由$y=kx+t$可知$(x_1-1)(x_2-1)+(kx_1+t)(kx_2+t)=0$，

化简可得$(1+k^2)x_1x_2+(kt-1)(x_1+x_2)+t^2+1=0$.

将$x_1+x_2=\dfrac{4kt}{1-2k^2}$，$x_1x_2=-\dfrac{2t^2+1}{1-2k^2}$代入，化简可得$(3k+t)(k+t)=0$. ………（10 分）

$t=-k$或$t=-3k$都满足$\Delta>0$.

若$k+t=0$，则直线经过右顶点M，舍去；

故$3k+t=0$，即直线经过定点$(3,0)$. ……………………………………………（11 分）

则$d<2$.

综上①②，d的最大值为2. ……………………………………………………（12 分）

21.【命题意图】本题考查利用导数研究函数的性质，考查数学运算、逻辑推理的核心素养.

【解析】(1)依题意，$f'(x)=\lambda+\dfrac{1-x}{\mathrm{e}^x}$. ……………………………………………（1 分）

故$f'(0)=\lambda+1=0$，解得$\lambda=-1$. ……………………………………………（2 分）

故$f'(x)=\dfrac{1-x}{\mathrm{e}^x}-1=\dfrac{1-x-\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x}$.

令$m(x)=1-x-\mathrm{e}^x$，故$m'(x)=-1-\mathrm{e}^x<0$，故函数$m(x)$在$\mathbf{R}$上单调递减. ……………（3 分）

而$m(0)=0$，故当$x\in(-\infty,0)$时，$m(x)>0$，$f'(x)>0$；当$x\in(0,+\infty)$时，$m(x)<0$，$f'(x)<0$，

…………………………………………………………………………………………（4 分）

故函数$f(x)$的单调递减区间为$(0,+\infty)$. ……………………………………………（5 分）

(2)结论：$m-n>0$. 下面给出证明.

由(1)可知，$f(x)=-x+\dfrac{x}{\mathrm{e}^x}=\dfrac{x(1-\mathrm{e}^x)}{\mathrm{e}^x}$，令$g(x)=-f(x)=\dfrac{x(\mathrm{e}^x-1)}{\mathrm{e}^x}$.

而$(m-n)\mathrm{e}^n+n=m\mathrm{e}^{n-m}$，整理得$\dfrac{m(\mathrm{e}^m-1)}{\mathrm{e}^m}=\dfrac{n(\mathrm{e}^n-1)}{\mathrm{e}^n}$，故$g(m)=g(n)$. ……………（6 分）

由(1)可知，函数$g(x)$在$(-\infty,0)$上单调递减，在$(0,+\infty)$上单调递增.

故m，n一正一负，不妨设$m<0<n$，令$h(x)=g(x)-g(-x)=x(2-\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x})$，注意到$h(0)=0$，…

…………………………………………………………………………………………（7 分）

故$h'(x)=\dfrac{[(x+1)\mathrm{e}^x+x-1](1-\mathrm{e}^x)}{\mathrm{e}^x}$，令$\varphi(x)=(x+1)\mathrm{e}^x+x-1$. ……………………（8 分）

则$\varphi'(x)=(x+2)\mathrm{e}^x+1$，当$x>0$时，显然$\varphi'(x)>0$恒成立.

所以$\varphi(x)>\varphi(0)=0$. ………………………………………………………（9 分）

又$1-\mathrm{e}^x<0$在$x\in(0,+\infty)$上恒成立，所以$x\in(0,+\infty)$时，$h'(x)<0$.

所以$h(x)<h(0)=0$. ……………………………………………………………（10 分）

因为 $n>0$，所以 $h(n)<0$，即 $g(n)<g(-n)$.

因为 $g(m)=g(n)$，所以 $g(m)<g(-n)$. ……………………………………………………………… (11 分)

因为 $m<0$，$-n<0$ 且函数 $g(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减，

所以 $m>-n$，即 $m+n>0$. ……………………………………………………………………………… (12 分)

22.【命题意图】本题考查直线的参数方程、圆的参数方程与极坐标方程及应用，考查数学运算、逻辑推理的核心素养.

【解析】(1)依题意，直线 l：$y=\sqrt{3}x$，

故直线 l 的极坐标方程为 $\theta=\frac{\pi}{3}(\rho\in\mathbf{R})$. ……………………………………………………… (2 分)

而曲线 C：$\rho=\frac{1}{\rho}+2\sqrt{3}\cos\theta$，即 $\rho^2=1+2\sqrt{3}\rho\cos\theta$，

即 $x^2+y^2=2\sqrt{3}x+1$，即 $(x-\sqrt{3})^2+y^2=4$，

故曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\sqrt{3}+2\cos\alpha,\\ y=2\sin\alpha\end{cases}$ (α 为参数). ……………………………………… (5 分)

(2)设直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=\frac{1}{2}t,\\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$ (t 为参数). ……………………………………… (6 分)

代入 $(x-\sqrt{3})^2+y^2=4$，得 $t^2-\sqrt{3}t-1=0$. ……………………………………………………… (7 分)

设 A,B 对应的参数分别为 t_1,t_2，故 $t_1+t_2=\sqrt{3}$，$t_1t_2=-1$. …………………………………… (8 分)

故 $\frac{1}{|OM|^2}+\frac{1}{|ON|^2}=\frac{1}{t_1^2}+\frac{1}{t_2^2}=\frac{t_1^2+t_2^2}{t_1^2t_2^2}=\frac{(t_1+t_2)^2-2t_1t_2}{t_1^2t_2^2}=5$. ……………………………… (10 分)

23.【命题意图】本题考查绝对值不等式的解法、基本不等式、绝对值三角不等式，考查数学运算、逻辑推理的核心素养.

【解析】(1)依题意，$|3x+2|-|2x-4|>0$，

当 $x<-\frac{2}{3}$ 时，$-3x-2+2x-4>0$，解得 $x<-6$，故 $x<-6$；……………………………………… (2 分)

当 $-\frac{2}{3}\leqslant x\leqslant 2$ 时，$3x+2+2x-4>0$，解得 $x>\frac{2}{5}$，故 $\frac{2}{5}<x\leqslant 2$；………………………………… (3 分)

当 $x>2$ 时，$3x+2-2x+4>0$，解得 $x>-6$，故 $x>2$. ……………………………………………… (4 分)

综上所述，不等式 $f(x)>0$ 的解集为 $\left\{x\middle|x<-6\text{ 或 }x>\frac{2}{5}\right\}$. …………………………………… (5 分)

(2)要证 $2(9a+4b)+3f(x)\geqslant|3x+2|+9$，

即证 $2(9a+4b)\geqslant|3x+2|+9-3f(x)$.

因为 $a+b=2ab>0$，故 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=2$， ………………………………………………………………… (6 分)

则 $2(9a+4b)=(9a+4b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=13+\frac{9a}{b}+\frac{4b}{a}\geqslant 13+2\sqrt{\frac{9a}{b}\cdot\frac{4b}{a}}=25$，

当且仅当 $3a=2b$，即 $a=\frac{5}{6}$，$b=\frac{5}{4}$ 时等号成立. ……………………………………………… (8 分)

而 $|3x+2|-3f(x)=|3x+2|-|9x+6|+|6x-12|=|6x-12|-|6x+4|\leqslant|6x-12-6x-4|=16$，

故 $\forall x\in\mathbf{R}$，$2(9a+4b)\geqslant 25\geqslant|3x+2|+9-3f(x)$. ………………………………………… (10 分)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。