2022-2023学年下学期期中学业水平测试高二年级

数学学科参考答案

1. B　　2. C　　3. D　　4. D　　5. A　　6. B

7. D　　8. A　　9. B　　10. C　　11. C　　12. D

13. 22　　14. 96　　15. 4　　16. $(0,\frac{1}{e})$

17. 解：(1)$\because f(x)=x^3-3x+1$，

$\therefore f'(x)=3x^2-3=3(x-1)(x+1)$，

$\therefore$当$x\in(-\infty,-1)$时，$f'(x)>0,f(x)$单调递增，

当$x\in(-1,1)$时，$f'(x)<0,f(x)$单调递减，

当$x\in(1,+\infty)$时，$f'(x)>0,f(x)$单调递增.

$\therefore$当$x=-1$时，$f(x)$有极大值，且极大值为$f(-1)=3$；

当$x=1$时，$f(x)$有极小值，且极小值为$f(1)=-1$. 5分

(2)由(1)知，$f(x)$在$(0,1)$上单调递减，在$(1,2)$上单调递增，

且极小值为$f(1)=-1$.

$\therefore f(x)$在（0,2）上最小值为$f(1)=-1$，无最大值. 10分

18. 解：由题意，$(2x+\frac{1}{\sqrt{x}})^n$展开式前三项的二项式系数和为22.

(1)二项式定理展开：前三项二项式系数和为：$C_n^0+C_n^1+C_n^2=1+n+\frac{n(n-1)}{2}=22$，

解得：$n=6$或$n=-7$(舍去).即n的值为6

故有展开式中，各项二项式系数之和为 $2^6=64$ 4分

(2)由通项公式$T_{k+1}=C_6^k(2x)^{6-k}(\frac{1}{\sqrt{x}})^k=C_6^k2^{6-k}x^{6-\frac{3k}{2}}$，令$6-\frac{3k}{2}=0$，可得：$k=4$.

$\therefore$展开式中的常数项为$T_{4+1}=C_6^42^{6-4}x^{6-\frac{12}{2}}=60$； 8分

(3)$\because n$是偶数，展开式共有7项，则第四项最大，$\therefore$展开式中二项式系数最大的项为

$T_{3+1}=C_6^32^{6-3}x^{6-\frac{9}{2}}=160x^{\frac{3}{2}}$. 12分

19. 解：(1)$\because S_5=5a_3=25$，$\therefore a_3=5$，

设数列$\{a_n\}$的公差为d，

由a_3-1，a_4+1，a_7+3成等比数列得$(6+d)^2=4(8+4d)$，

$\therefore d^2-4d+4=0$， $\therefore d=2$，

$\therefore a_n=a_3+(n-3)d=2n-1$； ....6 分

(2) $\because b_n=\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})$，

$\therefore T_n=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})=\frac{n}{2n+1}$. ....12 分

20. 解：(1) $\because a_3$，a_6，a_{12}成等比数列，$\therefore a_6^2=a_3a_{12}$，

所以$(2+5d)^2=(2+2d)(2+11d)$，

即$6d=3d^2$， $\because d\neq0$， $\therefore d=2$.

$\therefore a_n=2+2(n-1)=2n$，

$\therefore a_3=6$，$a_6=12$，$a_{12}=24$，

$\therefore$等比数列$\{b_n\}$公比$q=2$. $b_n=6\cdot2^{n-1}=3\cdot2^n$. ....6 分

(2)$a_nb_n=2n\cdot3\cdot2^n=3n\cdot2^{n+1}$，

$\therefore T_n=3\cdot2^2+6\cdot2^3+9\cdot2^4+\cdots+3(n-1)\cdot2^n+3n\cdot2^{n+1}$ ①，

$2T_n=3\cdot2^3+6\cdot2^4+\cdots+3(n-2)\cdot2^n+3(n-1)\cdot2^{n+1}+3n\cdot2^{n+2}$ ②，

①−②得

$$\begin{aligned}-T_n&=3\cdot2^2+3\cdot2^3+\cdots+3\cdot2^{n+1}-3n\cdot2^{n+2}\\&=\frac{12(1-2^n)}{1-2}-3n\cdot2^{n+2}\\&=12(2^n-1)-3n\cdot2^{n+2}\\&=(3-3n)\cdot2^{n+2}-12\end{aligned}$$

$\therefore T_n=(3n-3)\cdot2^{n+2}+12$. ....12 分

21. 解：(1)当$k=1$时，$f(x)=\frac{x^2}{2}-\ln x$，$f(1)=\frac{1}{2}$，

$\because f'(x)=x-\frac{1}{x}$， $\therefore f'(1)=0$，

$\therefore f(x)$在$(1,f(1))$处的切线方程为$y-\frac{1}{2}=0$. ....4 分

(2)$f'(x)=x+1-k-\frac{k}{x}=\frac{x^2+(1-k)x-k}{x}=\frac{(x+1)(x-k)}{x}(x>0)$，

①当$k\leq0$时，$f'(x)>0$，$f(x)$在$(0,+\infty)$上是增函数；

②当$k>0$时，$x\in(0,k)$，$f'(x)<0$；$x\in(k,+\infty)$，$f'(x)>0$，

所以$f(x)$在$(0,k)$上是减函数，在$(k,+\infty)$上是增函数.

综上知，当$k \le 0$时，$f(x)$在$(0,+\infty)$上是增函数；

当$k > 0$时，$f(x)$在$(0,k)$上是减函数，在$(k,+\infty)$上是增函数. ....8 分

(3)证明：当$k > 0$时，由（2）知，要证明 $f(x)+\frac{3}{2}k^2-2k \ge 0$

只需证明 $f(x)_{min}+\frac{3}{2}k^2-2k \ge 0$ 即证 $f(k)+\frac{3}{2}k^2-2k \ge 0$

即证 $-\frac{1}{2}k^2+k-klnk+\frac{3}{2}k^2-2k \ge 0$整理得 $k(k-1-lnk) \ge 0$

因为$k > 0$且 $k-1 \ge lnk$ 所以，不等式得证. ....12 分

22. 解：(1)$f(x)=lnx-x^2+x$，定义域为$(0,+\infty)$，$f'(x)=-\frac{(2x+1)(x-1)}{x}$，

由$f'(x) > 0$得$0 < x < 1$，由$f'(x) < 0$得$x > 1$，

$\therefore$ $f(x)$在$(0,1)$上单调递增，在$(1,+\infty)$上单调递减，

$\therefore$ 极大值为$f(1)=0$，没有极小值. .... 4 分

(2)设$h(x)=f(x)+g(x)=(x-2)e^x+lnx-x$，则$h'(x)=(x-1)(e^x-\frac{1}{x})$，

当$x > 1$时，$x-1 > 0$，且$e^x > e$，$\frac{1}{x}<1$，

$\therefore e^x-\frac{1}{x}>0$，$\therefore$ $h'(x) > 0$

当$0 < x < 1$时，$x-1 < 0$，设$u(x)=e^x-\frac{1}{x}$，$u'(x)=e^x+\frac{1}{x^2}>0$.

$\therefore$ $u(x)$在$(0,1)$上单调递增，又$u(\frac{1}{2})=\sqrt{e}-2<0$，$u(1)=e-1 > 0$，$\exists x_0 \in (\frac{1}{2},1)$使得$u(x_0)=0$，

$\therefore e^{x_0}=\frac{1}{x_0}$. .... 7 分

$\therefore$ $x \in (0,x_0)$时，$u(x) < 0$，$x \in (x_0,1)$时，$u(x) > 0$，

$\therefore$ $x \in (0,x_0)$时，$h'(x) > 0$，$x \in (x_0,1)$时，$h'(x) < 0$.

$\therefore$ 函数$h(x)$在$(0,x_0)$上单调递增，在$(x_0,1)$上单调递减，在$(1,3)$上单调递增，

又$h(x_0)=(x_0-2)e^{x_0}+lnx_0-x_0=(x_0-2)\cdot\frac{1}{x_0}-2x_0=1-\frac{2}{x_0}-2x_0$ .... 10 分

$\because x_0 \in (\frac{1}{2},1)$，$\therefore$ $-\frac{2}{x_0}<-2$，

$\therefore$ $h(x_0)=1-\frac{2}{x_0}-2x_0<-1$，$h(3)=e^3+ln3-3 > 0$，

$\therefore$ $x \in (0,3)$时，$h(x) < h(3)$，

$\therefore$ $m \ge h(3)$，即m的取值范围是$[e^3+ln3-3,+\infty)$. ....12 分