

凸显了“强调在深刻理解基础之上的融会贯通、灵活运用,促进学生掌握原理、内化方法、举一反三”的教考衔接要求.若某道数学不定项选择题存在错误选项,且错误选项不能相邻,则符合要求的4个不同选项的排列方式共有

- A. 24 种 B. 36 种 C. 48 种 D. 60 种

7. 过点 $M(-1, y_0)$ 作抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的两条切线,切点分别是 A, B ,若 $\triangle MAB$ 面积的最小值为 4,则 $p =$

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 16

8. 设实数 a, b, c 满足 $1.001e^a = e^{1.001}, b - \sqrt{\frac{1000}{1001}} = 1.001 - \sqrt{1.001}, c = 1.001$,则

- A. $b < c < a$ B. $b < a < c$ C. $c < b < a$ D. $a < c < b$

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 已知 F_1, F_2 是椭圆 $E: \frac{y^2}{4} + \frac{x^2}{3} = 1$ 的两个焦点,点 P 在椭圆 E 上,则

- A. 点 F_1, F_2 在 x 轴上
B. 椭圆 E 的长轴长为 4
C. 椭圆 E 的离心率为 $\frac{1}{2}$
D. 使得 $\triangle F_1PF_2$ 为直角三角形的点 P 恰有 6 个

10. 爆竹声声辞旧岁,银花朵朵贺新春.除夕夜里小光用 3D 投影为家人进行虚拟现实表演,表演分为“燃爆竹、放烟花、辞旧岁、迎新春”4 个环节.小光按照以上 4 个环节的先后顺序进行表演,每个环节表演

一次.假设各环节是否表演成功互不影响,若每个环节表演成功的概率均为 $\frac{3}{4}$,则

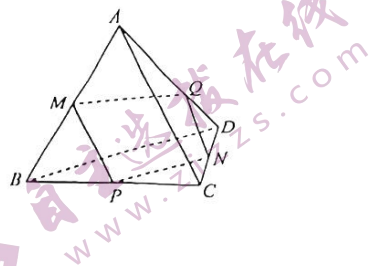
- A. 事件“成功表演燃爆竹环节”与事件“成功表演辞旧岁环节”互斥
B. “放烟花”、“迎新春”环节均表演成功的概率为 $\frac{9}{16}$
C. 表演成功的环节个数的期望为 3

D. 在表演成功的环节恰为 3 个的条件下“迎新春”环节表演成功的概率为 $\frac{3}{4}$

11. 已知圆 $C_1: x^2 + y^2 = 9, C_2: (x-1)^2 + (y+1)^2 = 16$,则

- A. 直线 C_1C_2 的方程为 $y = -x$
B. 过点 $(-3, -3)$ 作圆 C_1 的切线有且只有 1 条
C. 两圆相交,且公共弦长为 $\frac{\sqrt{94}}{2}$
D. 圆 C_2 上到直线 $y = x$ 距离为 2 的点有 4 个

12. 如图, 在正四面体 $ABCD$ 中, 棱 AB 的中点为 M , 棱 CD 的中点为 N , 过 MN 的平面交棱 BC 于 P , 交棱 AD 于 Q , 记多面体 $CAMPNQ$ 的体积为 V_1 , 多面体 $BDMPNQ$ 的体积为 V_2 , 则



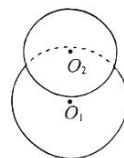
- A. 直线 MQ 与 PN 平行
B. $\frac{AQ}{AD} = \frac{BP}{BC}$
C. 点 C 与点 D 到平面 $MPNQ$ 的距离相等
D. $V_1 = V_2$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知向量 $m = (-2, 4)$, $n = (x, -1)$, 若 $m \parallel n$, 则 $x =$ _____.

14. 在 $(x-2y)^n$ 的展开式中, 所有项的二项式系数之和为 64, 则展开式中第 3 项的系数为 _____ (用数字作答).

15. 葫芦是一种爬藤植物, 在我国传统文化中, 其枝密集繁茂, 象征着儿孙满堂、同气连枝; 其音近于“福禄”, 寓意着长寿多福、事业发达; 其果口小肚大, 代表着心胸开阔、和谐美满. 如图, 一个葫芦的果实可以近似看做两球相交所得的几何体 Ω , 其中 Ω 的下半部分是半径为 $3\sqrt{3}$ 的球 O_1 的一部分, Ω 的上半部分是半径为 3 的球 O_2 的一部分, 且 $O_1O_2 = 6$, 则过直线 O_1O_2 的平面截 Ω 所得截面的面积为 _____.



16. 已知 a, b 为实数, 若对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $(\ln a + b)e^x - a^2 e^x \geq 0$ 恒成立, 则 $\frac{b}{a}$ 的最小值为 _____.

四、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2, (n-1)a_n + na_{n-1} = 0 (n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*)$.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2) 设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 求 S_{2023} .

18. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 BC 上的点, $\angle CAD = \frac{\pi}{4}, \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{2}BD}{CD}$.

- (1) 求 $\angle BAD$;
(2) 若 $AB = AD = 2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. (12分)某国在实弹演习中分析现有导弹技术发展方案的差异,有以下两种方案:

方案 1:发展一弹多头主动制导技术,即一枚一弹多头导弹的弹体含有 3 个弹头,每个弹头独立命中的概率均为 0.415,一枚弹体至少有一个弹头命中即认为该枚导弹命中,演习中发射该导弹 10 枚;

方案 2:发展一弹一头导弹的机动性和隐蔽性,即一枚一弹一头导弹的弹体只含一个弹头,演习中发射该导弹 30 枚,其中 22 枚命中.

(1)求一枚一弹多头导弹命中的概率(精确到 0.001),并据此计算本次实战演习中一弹多头导弹的命中枚数(取 $0.585^3 \approx 0.200, 0.415^3 \approx 0.071$,结果四舍五入取整数);

(2)结合(1)的数据,根据小概率值 $\alpha=0.050$ 的独立性检验,判断本次实战演习中两种方案的导弹命中率是否存在明显差异.

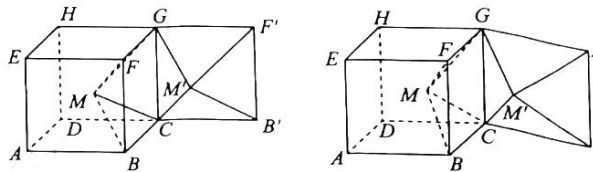
附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n=a+b+c+d$.

| | | | | | |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|--------|
| $P(K^2 \geq k_0)$ | 0.100 | 0.050 | 0.010 | 0.005 | 0.001 |
| k_0 | 2.706 | 3.841 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

20. (12分)如图,在棱长为 2 的正方体 $ABCD-EFGH$ 中,点 M 是正方体的中心,将四棱锥 $M-BCGF$ 绕直线 CG 逆时针旋转 $\alpha (0 < \alpha < \pi)$ 后,得到四棱锥 $M'-B'CGF'$.

(1)若 $\alpha = \frac{\pi}{2}$, 求证:平面 $MCG \parallel$ 平面 $M'B'F'$;

(2)是否存在 α , 使得直线 $M'F' \perp$ 平面 MBC ? 若存在, 求出 α 的值; 若不存在, 请说明理由.



21. (12分) 已知离心率为 $\sqrt{5}$ 的双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, 直线 $l: y = 4x - 3a - 1$ 与 C 的右支交于 A, B 两点, 直线 l 与 C 的两条渐近线分别交于 M, N 两点, 且从上至下依次为 M, A, B, N , $|MA| = \frac{1}{2}|AB|$,

(1) 求双曲线 C 的方程;

(2) 求 $\triangle AOM$ 的面积.

22. (12分) 已知函数 $f(x) = \frac{\sin x}{e^x} - x^2 + \pi x, x \in [0, \pi]$.

(1) 求 $f(x)$ 在 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 若 $f(x) = m$ 存在两个非负零点 x_1, x_2 , 求证: $|x_2 - x_1| \leq \pi - \frac{2m}{\pi + 1}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线