

2022年高三年级期初调研检测

数学试题

2022.09

本试卷共 6 页, 22 题。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

注意事项:

- 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上, 并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
- 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需要改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

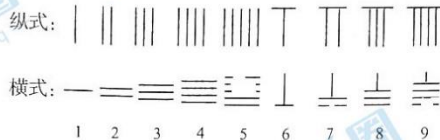
- 若 $z(-3+i)=10$, 则 $z =$
A. $3+i$ B. $-3-i$ C. $-3+i$ D. $3-i$
- 若集合 $A = \{x | \sqrt{x} < 1\}$, $B = \{x | 2^x \leq \sqrt{2}\}$, 则 $A \cap B =$
A. $(-\infty, \frac{1}{2}]$ B. $(0, \frac{1}{2}]$ C. $[0, \frac{1}{2}]$ D. $[\frac{1}{2}, 1)$
- 已知 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{4}$, 则 $\sin 2\alpha =$
A. $-\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\pm \frac{3}{4}$ D. $-\frac{\sqrt{7}}{4}$
- 在 $(x - \frac{2}{x})^6$ 的展开式中, 常数项为
A. 80 B. -80 C. 160 D. -160
- 已知 $a = \sin 4$, $b = \ln 2$, $c = 2^{0.3}$, 则
A. $b < a < c$ B. $c < b < a$ C. $a < b < c$ D. $a < c < b$
- 已知圆台的上下底面半径分别为 1 和 2, 侧面积为 $3\sqrt{5}\pi$, 则该圆台的外接球半径为
A. $\frac{\sqrt{105}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{65}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{185}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{105}}{4}$

数学试题 第 1 页 共 6 页

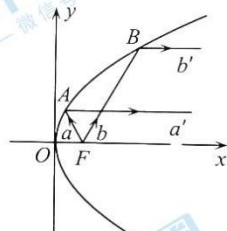
7. 据史书记载, 古代的算筹是由一根根同样长短和粗细的小棍制成, 如图所示. 据《孙子算经》记载, 算筹记数法则是: 凡算之法, 先识其位, 一纵十横, 百立千僵, 千十相望, 万百相当. 即在算筹计数法中, 表示多位数时, 个位用纵式, 十位用横式, 百位用纵式, 千位用横式, 以此类推. 例如 $\perp \parallel$ 表示 62, $\equiv \perp$ 表示 26, 现有 5 根算筹, 据此表示方式表示两位数 (算筹不剩余且个位不为 0), 则这个两位数大于 30 的概率为

A. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{1}{2}$
D. $\frac{3}{5}$



8. 抛物线有一条重要性质: 从焦点发出的光线, 经过抛物线上的一点反射后, 反射光线平行于抛物线的轴. 如图所示, 从抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 向 x 轴上方发出的两条光线 a, b 分别经抛物线上的 A, B 两点反射, 已知两条入射光线与 x 轴所成角均为 $\frac{\pi}{3}$, 且 $|FB| + |FA| = 8$, 则两条反射光线 a', b' 之间的距离为



A. $\sqrt{3}$

B. 4

C. 2

D. $2\sqrt{3}$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知直线 $l_1: 4x - 3y + 4 = 0$, $l_2: (m+2)x - (m+1)y + 2m + 5 = 0 (m \in \mathbb{R})$, 则

A. 直线 l_2 过定点 $(-3, -1)$

B. 当 $m = 1$ 时, $l_1 \perp l_2$

C. 当 $m = 2$ 时, $l_1 \parallel l_2$

D. 当 $l_1 \parallel l_2$ 时, 两直线 l_1, l_2 之间的距离为 1

10. 已知函数 $f(x) = \sin(4x + \frac{\pi}{6})$, 则
- A. $f(x)$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ B. $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}]$ 上单调递增
- C. $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{5\pi}{24}, 0)$ 中心对称 D. $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{24}, \frac{23\pi}{24}]$ 上有 4 个零点
11. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为菱形, $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $PA = AB = 2$, E 为线段 PB 的中点, F 为线段 BC 上的动点, 则
- A. 平面 $AEF \perp$ 平面 PBC B. 三棱锥 $C-PED$ 的体积为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- C. EF 与平面 $ABCD$ 所成角的最小值为 $\frac{\pi}{6}$ D. AE 与 PC 所成角的余弦值为 $\frac{1}{4}$
12. 已知函数 $f(x), g(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , $g'(x)$ 为 $g(x)$ 的导函数, 且 $f(x) + g'(x) - 5 = 0$, $f(x) - g'(4-x) - 5 = 0$, 若 $g(x)$ 为偶函数, 则
- A. $f(4) = 5$ B. $g(2) = 0$
- C. $f(-1) = f(-3)$ D. $f(1) + f(3) = 10$

三、填空题: 本题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知 $A(2, 3)$, $B(1, -3)$, $C(6, -3)$, D 为 BC 中点, 则 $\overline{AD} \cdot \overline{BC} =$ _____
14. 某地有 6000 名学生参加考试, 考试后数学成绩 X 近似服从正态分布 $N(110, \sigma^2)$, 若 $P(90 \leq X \leq 110) = 0.45$, 则估计该地学生数学成绩在 130 分以上的人数为 _____
15. 已知函数 $f(x) = x(e^x - a)$ 有两个极值点, 则实数 a 的取值范围是 _____
16. 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , $|F_1F_2| = 4$, 若线段 $x - y + 4 = 0 (-2 \leq x \leq 8)$ 上存在点 M , 使得线段 MF_2 与 E 的一条渐近线的交点 N 满足: $|F_2N| = \frac{1}{4}|F_2M|$, 则 E 的离心率的取值范围是 _____

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $a \cos B + b \cos A = 2c \cos C$.

(1) 求 C ;

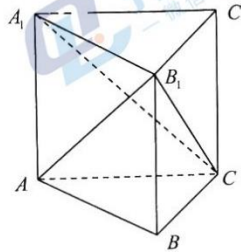
(2) 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 求 $\frac{a}{t}$ 的取值范围.

18. (12 分)

如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp BC$, $AA_1 = AB = 2$.

(1) 证明: $A_1C \perp AB_1$;

(2) 若三棱锥 $B_1 - A_1AC$ 的体积为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$, 求二面角 $A_1 - B_1C - A$ 的大小.



数学试题 第 4 页 共 6 页

19. (12分)

记关于 x 的不等式 $x^2 - 4nx + 3n^2 \leq 0$ ($n \in \mathbb{N}^*$) 的整数解的个数为 a_n , 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 满足 $4T_n = 3^{n+1} - a_n - 2$.

(1) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $c_n = 2b_n - \lambda(-\frac{3}{2})^n$, 若对任意 $n \in \mathbb{N}^*$, 都有 $c_n < c_{n+1}$ 成立, 试求实数 λ 的取值范围.

20. (12分)

为了有针对性地提高学生体育锻炼的积极性, 某中学需要了解性别因素是否对学生体育锻炼的经常性有影响, 为此随机抽查了男女生各100名, 得到如下数据:

性别	锻炼	
	不经常	经常
女生	40	60
男生	20	80

- 根据小概率值 $\alpha = 0.005$ 的独立性检验, 分析性别因素与学生体育锻炼的经常性有无关联;
- 从这200人中随机选择1人, 已知选到的学生经常参加体育锻炼, 求他是男生的概率;
- 为了提高学生体育锻炼的积极性, 学校设置了“学习女排精神, 塑造健康体魄”的主题活动, 在该活动的某次排球训练课上, 甲乙丙三人相互做传球训练. 已知甲控制球时, 传给乙的概率为 $\frac{2}{3}$, 传给丙的概率为 $\frac{1}{3}$; 乙控制球时, 传给甲和丙的概率均为 $\frac{1}{2}$; 丙控制球时, 传给甲的概率为 $\frac{3}{4}$, 传给乙的概率为 $\frac{1}{4}$. 若先由甲控制球, 经过3次传球后, 乙队员控制球的次数为 X , 求 X 的分布列与期望 $E(X)$.

附: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

α	0.010	0.005	0.001
χ_α	6.635	7.879	10.828

21. (12分)

在平面直角坐标系 Oxy 中, 动圆 P 与圆 $C_1: x^2 + y^2 + 2x - \frac{45}{4} = 0$ 内切, 且与圆 $C_2: x^2 + y^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0$ 外切, 记动圆 P 的圆心的轨迹为 E .

(1) 求轨迹 E 的方程;

(2) 不过圆心 C_2 且与 x 轴垂直的直线交轨迹 E 于 A, M 两个不同的点, 连接 AC_2 交轨迹 E 于点 B .

(i) 若直线 MB 交 x 轴于点 N , 证明: N 为一个定点;

(ii) 若过圆心 C_1 的直线交轨迹 E 于 D, G 两个不同的点, 且 $AB \perp DG$, 求四边形 $ADBG$ 面积的最小值.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = \begin{cases} x \ln x - x, & x > 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$

(1) 求 $f(x)$ 的最小值;

(2) 函数 $y = f(x)$ 的图象是一条连续不断的曲线, 记该曲线与 x 轴围成图形的面积为 S ,

证明: $S < e - \frac{1}{2}$;

(3) 若 $(x + \frac{m}{n})e^{\frac{m}{n}x} \leq x^{n+1} \ln x$ ($m \in \mathbb{R}, n > 0$) 对于任意 $x \in [1, +\infty)$ 恒成立, 证明: $m + n \leq 0$.

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注齐鲁家长圈微信号：sdgkjzq。



微信搜一搜

齐鲁家长圈

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索