

江苏省苏州中学 2022-2023 学年度第一学期期中考试 高一数学

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，满分 150 分，考试时间 120 分钟。
所有答案均写在答题纸上。

第 I 卷（选择题，共 60 分）

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | 3^x \geq 1\}$, $B = \{x | x^2 - 3x - 4 > 0\}$, 则 $A \cap B = ()$
A. $\{x | x < -1\}$ B. $\{x | 0 < x \leq 4\}$ C. $\{x | x > 4\}$ D. $\{x | -1 < x \leq 0 \text{ 或 } x > 4\}$
2. 已知命题 $p: \exists x \in \mathbb{R}, 3ax^2 + 2ax + 1 \leq 0$ 是假命题，则实数 a 的取值范围是 $()$
A. $(-\infty, 0] \cup (3, +\infty)$ B. $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$ C. $(0, 3)$ D. $[0, 3]$
3. 已知函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $[-8, 1]$, 则函数 $g(x) = \frac{f(2x+1)}{x+2}$ 的定义域 $()$
A. $(-\infty, -2) \cup (-2, 3]$ B. $[-\frac{9}{2}, -2) \cup (-2, 0]$ C. $[-8, -2) \cup (-2, 1]$ D. $[-\frac{9}{2}, -2]$
4. 已知函数 $f(x) = a^{x-4} + 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象恒过定点 A , 若点 A 的坐标满足关于 x, y 的方程 $mx + ny = 4$ ($m > 0, n > 0$), 则 $\frac{1}{m} + \frac{2}{n}$ 的最小值为 $()$
A. 9 B. 24 C. 4 D. 6
5. 已知关于 x 的不等式 $\frac{mx-1}{x+3} > 0$ 的解集为 (m, n) , 则 $m+n$ 的值为 $()$.
A. -5 B. $-\frac{10}{3}$ C. -4 D. -5 或 $-\frac{10}{3}$
6. 若不等式 $x^2 - ax + 1 \geq 0$ 对一切 $x \in (0, \frac{1}{2})$ 都成立，则 a 的最大值为 $()$
A. 0 B. 2 C. 3 D. $\frac{5}{2}$
7. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 1-|x|, & (x \leq 1) \\ x^2 - 4x + 3, & (x > 1) \end{cases}$. 若 $f(f(m)) \geq 0$, 则实数 m 的取值范围是 $()$
A. $[-2, 2]$ B. $[-2, 2] \cup [3, +\infty)$ C. $[-2, 2 + \sqrt{2}]$ D. $[-2, 2 + \sqrt{2}] \cup [4, +\infty)$
8. 已知函数 $f(x) = 2x + a$, $g(x) = x^2 - 6x + 1$, 若存在 $x_1 \in [-1, 1]$, $x_2 \in [-1, 1]$, 使得 $g(x_2) = f(x_1)$,



则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $[-6, 10]$ B. $(-6, 10)$ C. $(-\infty, -6] \cup [10, +\infty)$ D. $(-\infty, -6) \cup (10, +\infty)$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分。

9. 下列命题为真命题的是 ()

- A. 若 $a > b > 0$ ，则 $ac^2 > bc^2$ B. 若 $a < b < 0$ ，则 $a^2 > ab > b^2$
C. 若 $a > b > 0$ 且 $c < 0$ ，则 $\frac{c}{a^2} > \frac{c}{b^2}$ D. 若 $-1 \leq x < y \leq 5$ ，则 $-6 \leq x - y < 0$

10. 下列关于函数 $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ 的结论正确的是 ()

- A. 单调递增区间是 $[-1, 1]$ B. 单调递减区间是 $[1, +\infty)$
C. 最大值为 2 D. 没有最小值

11. 若 $4^x - 4^y < 5^x - 5^y$ ，则下列关系正确的是 ()

- A. $x < y$ B. $y^3 > x^3$ C. $\sqrt{x} > \sqrt{y}$ D. $(\frac{1}{3})^x < 3^{-x}$

12. 已知定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x) = f(x)$ ，且当 $x \in [0, 1]$ 时， $f(x) = 2x$ ，则 ()

- A. 关于 x 的方程 $f(x) = \frac{1}{2}$ 在区间 $[0, 5]$ 上的所有实数根的和为 $\frac{25}{4}$
B. 关于 x 的方程 $f(x) = \frac{1}{2}$ 在区间 $[0, 5]$ 上的所有实数根的和为 $\frac{17}{4}$
C. 若函数 $g(x) = ax$ 与 $y = f(x)$ 的图象恰有 5 个不同的交点，则 $a = \frac{2}{5}$ 或 $-\frac{2}{3} < a < -\frac{2}{7}$
D. 若函数 $g(x) = ax$ 与 $y = f(x)$ 的图象恰有 5 个不同的交点，则 $a = -\frac{2}{5}$ 或 $\frac{2}{7} < a < \frac{2}{3}$

(非选择题，共 90 分)

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 化简 $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{(\sqrt{4ab^{-1}})^3}{(0.1)^{-1} \cdot (a^3b^{-3})^{\frac{1}{2}}}$ ($a > 0, b > 0$) = _____.

14. 已知 $f(x) = ax^5 + bx^3 + cx - 9$ ，且 $f(-3) = 12$ ，那么 $f(3) =$ _____.

15. 已知 $x > 0, y > 0$ ，若 $2x + y + xy = 6$ ，则 $2x + y$ 的最小值为 _____.



16. 已知函数 $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}$, $g(x) = 9^x - t \cdot 3^x$, 若存在实数 a, b 同时满足 $f(a) + f(b) = 0$ 和

$g(a) + g(b) = 0$, 则实数 t 的取值范围为_____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 已知集合 $A = \left\{ x \mid \frac{1}{4} \leq 2^x \leq 32 \right\}$, $B = \left\{ x \mid x^2 - 4x + 4 - m^2 \leq 0, m \in \mathbb{R} \right\}$.

(1) 若 $m = 3$, 求 $A \cup B$;

(2) 若存在正实数 m , 使得“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”成立的_____, 求正实数 m 的取值范围;

从“①充分不必要条件, ②必要不充分条件”中任选一个, 填在上面空格处, 补充完整该问题, 并进行作答.

18. (12 分) 定义在 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足: $f(m+n) = f(m) + f(n) - 2$ 对任意 $m, n \in \mathbb{R}$ 恒成立,

当 $x > 0$ 时, $f(x) > 2$.

(1) 证明: $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上是增函数;

(2) 已知 $f(1) = 5$, 解关于 x 的不等式 $f(x-1) \leq 8$.

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = x^2 + x|x-2a|$, 其中 a 为实数.

(1) 当 $a = -1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最小值;

(2) 若 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上单调递增, 求实数 a 的取值范围.

20. (12 分) 为响应国家扩大内需的政策, 某厂家拟在 2021 年举行促销活动, 经调查测算, 该产品的年销量 (即该厂的年产量) x 万件与年促销费用 t ($t \geq 0$) 万元满足 $x = 4 - \frac{k}{2t+1}$ (k 为常数).

如果不搞促销活动, 则该产品的年销量是 1 万件. 已知 2021 年生产该产品的固定投入为 6 万元, 每生产 1 万件该产品需要再投入 12 万元, 厂家将每件产品的销售价格定为每件产品平均成本的 1.5 倍 (产品成本包括固定投入和再投入两部分).

(1) 将该厂家 2021 年该产品的利润 y 万元表示为年促销费用 t 万元的函数;

(2) 该厂家 2021 年的年促销费用投入多少万元时厂家利润最大?



21. (12分) 已知定义在 R 上的函数 $f(x) = \frac{-4^x + b}{4^{x+1} + a}$ 是奇函数.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 当 $x \in (\frac{1}{2}, 1)$ 时, 不等式 $4^x + mf(x) - 3 > 0$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

22. (12分) 已知函数 $f(x) = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的值域;

(2) 设 $F(x) = \frac{a}{2}[f^2(x) - 2] + f(x)$ ($a < 0$), 求 $F(x)$ 的最大值 $g(a)$;

(3) 对于 (2) 中的 $g(a)$, 若 $-m^2 + 2nm + \sqrt{2} \leq g(a)$ 在 $n \in [-1, 1]$ 上恒成立, 求实数 m 的取值范围.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线