

## 汉中市 2023 届高三年级教学质量第二次检测考试 数学（理科）

（命题学校：西乡一中）

本试卷共 23 小题，共 150 分，共 4 页。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

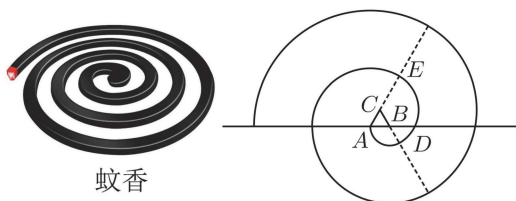
注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折叠、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

### 第 I 卷（选择题 共 60 分）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设全集为  $R$ ，集合  $A = \{x \mid |x| < 3\}$ ， $B = \{x \mid -1 < x \leq 5\}$ ，则  $A \cap (\complement_R B) =$  ( )  
A.  $(-3, 0)$     B.  $(-3, -1]$     C.  $(-3, -1)$     D.  $(-3, 3)$
2. 已知复数  $z = (m - m^2) + mi$  ( $m \in R$ ) 为纯虚数，则复数  $\frac{2+i}{m-i}$  在复平面内对应的点所在的象限为 ( )  
A. 第一象限    B. 第二象限    C. 第三象限    D. 第四象限
3. 若  $\sin(\pi - \alpha) = \frac{1}{3}$ ，且  $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$ ，则  $\sin 2\alpha$  的值为 ( )  
A.  $-\frac{2\sqrt{2}}{9}$     B.  $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$     C.  $\frac{2\sqrt{2}}{9}$     D.  $\frac{4\sqrt{2}}{9}$
4. 蚊香具有悠久的历史，我国蚊香的发明与古人端午节的习俗有关。如图为某校数学社团用数学软件制作的“蚊香”。画法如下：在水平直线上取长度为 1 的线段  $AB$ ，作一个等边三角形  $ABC$ ，然后以点  $B$  为圆心， $AB$  为半径逆时针画圆弧交线段  $CB$  的延长线于点  $D$ （第一段圆弧），再以点  $C$  为圆心， $CD$  为半径逆时针画圆弧交线段  $AC$  的延长线于点  $E$ ，再以点  $A$  为圆心， $AE$  为半径逆时针画圆弧……以此类推，当得到的“蚊香”恰好有 11 段圆弧时，“蚊香”的长度为 ( )



- A.  $14\pi$     B.  $18\pi$     C.  $30\pi$     D.  $44\pi$
5. 设  $\lambda \in R$ ，则“ $\lambda = 1$ ”是“直线  $3x + (\lambda - 1)y = 1$  与直线  $\lambda x + (1 - \lambda)y = 2$  平行”的 ( )  
A. 充分不必要条件    B. 必要不充分条件  
C. 充要条件    D. 既不充分也不必要条件
  6. 已知点  $A, B$  在圆  $O: x^2 + y^2 = 16$  上，且  $|AB| = 4$ ， $P$  为圆  $O$  上任意一点，则  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BP}$  的最小值 ( )  
A. 0    B. -12    C. -18    D. -24

理科数学 第 1 页（共 4 页）

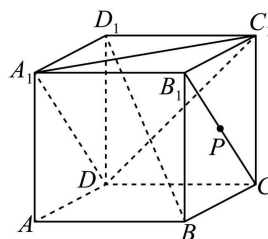
7. 定义在  $R$  上的函数  $y=f(x)$  满足以下三个条件：  
 ① 对于任意的  $x \in R$ ，都有  $f(x+1)=f(x-1)$ ；  
 ② 函数  $y=f(x+1)$  的图象关于  $y$  轴对称；  
 ③ 对于任意的  $x_1, x_2 \in [0, 1]$ ，都有  $[f(x_1)-f(x_2)](x_1-x_2) > 0$ ；

则  $f\left(\frac{3}{2}\right)$ 、 $f(2)$ 、 $f(3)$  的大小关系是 ( )

- A.  $f\left(\frac{3}{2}\right) > f(2) > f(3)$       B.  $f(3) > f(2) > f\left(\frac{3}{2}\right)$   
 C.  $f\left(\frac{3}{2}\right) > f(3) > f(2)$       D.  $f(3) > f\left(\frac{3}{2}\right) > f(2)$

8. 如图，在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中，点  $P$  在线段  $B_1C$  上运动，则下列叙述不正确的结论是 ( )

- A. 直线  $BD_1 \perp$  平面  $A_1C_1D$   
 B. 三棱锥  $P-A_1C_1D$  的体积为定值  
 C. 异面直线  $AP$  与  $A_1D$  所成角的取值范围是  $[45^\circ, 90^\circ]$   
 D. 直线  $C_1P$  与平面  $A_1C_1D$  所成角的正弦值的最大值为  $\frac{\sqrt{6}}{3}$



9. 已知函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ) 满足下列两个条件：

- ① 函数  $y = f\left(x - \frac{\pi}{12}\right)$  是奇函数； ②  $|f(x_1) - f(x_2)|_{\max} = 2$ ，且  $|x_1 - x_2|_{\min} = \frac{\pi}{3}$ 。

若函数  $f(x)$  在  $\left(-\frac{\pi}{4}, t\right]$  上存在最小值，则实数  $t$  的最小值为 ( )

- A.  $\frac{\pi}{4}$       B.  $\frac{\pi}{3}$       C.  $\frac{5\pi}{12}$       D.  $\frac{7\pi}{12}$

10. 已知函数  $f(x)$  的定域为  $R$ ，图象恒过点  $(0, 2)$ ，对任意  $x_1, x_2 \in R$ ，当  $x_1 \neq x_2$  时，都有

$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 1$ ，则不等式  $f[\ln(e^x - 2)] < 2 + \ln(e^x - 2)$  的解集为 ( )

- A.  $(-\infty, \ln 2)$       B.  $(\ln 2, \ln 3)$       C.  $(\ln 3, 2 \ln 2)$       D.  $(2 \ln 2, +\infty)$

11. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ ，以  $O$  为圆心， $|F_1O|$  为半径的圆与该双曲线的两条渐近线在  $y$  轴左侧交于  $A, B$  两点，且  $\Delta F_2AB$  是等边三角形，则双曲线的离心率为 ( )

- A. 2      B.  $\sqrt{2}$       C.  $\sqrt{3} + 1$       D.  $\sqrt{3} + 2$

12. 设  $x_1, x_2$  分别是函数  $f(x) = x - a^{-x}$  和  $g(x) = x \log_a x - 1$  的零点 (其中  $a > 1$ )，则  $x_1 + 4x_2$  的取值范围是 ( )

- A.  $[4, +\infty)$       B.  $(4, +\infty)$       C.  $[5, +\infty)$       D.  $(5, +\infty)$

第II卷(非选择题 共90分)

二、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 已知向量  $\vec{a} = (2, 1)$ ,  $\vec{b} = (-3, -1)$ , 且  $k\vec{b} - \vec{a}$  与  $\vec{a}$  垂直, 则  $k =$  \_\_\_\_\_.
14. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = 4$ ,  $BC = \sqrt{3}$ ,  $B = \frac{\pi}{6}$ ,  $D$  在线段  $AB$  上, 若  $\triangle ADC$  与  $\triangle BDC$  的面积之比为  $3:1$ , 则  $CD =$  \_\_\_\_\_.
15. 已知  $(x^3 - a)\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6$  的展开式中各项系数的和为  $-1$ , 则该展开式中的常数项为 \_\_\_\_\_.
16. 已知  $O$  为坐标原点, 抛物线  $E$  的方程为  $x^2 = 4y$ , 直线  $l$  与  $E$  交于  $A, B$  两点, 若  $OA \perp OB$ , 则  $\triangle AOB$  面积的最小值为 \_\_\_\_\_.

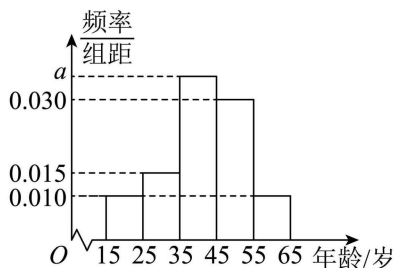
三、解答题:共70分. 解答题写出文字说明、证明过程和演算步骤. 第17~21题是必考题, 每个考生都必须作答. 第22、23题是选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共60分.

17. (本小题满分12分)

“绿水青山就是金山银山”的理念越来越深入人心. 据此, 某网站调查了人们对生态文明建设的关注情况, 调查数据表明, 参与调查的人员中关注生态文明建设的约占80%. 现从参与调查的关注生态文明建设的人员中随机选出200人, 并将这200人按年龄(单位:岁)分组: 第1组  $[15, 25)$ , 第2组  $[25, 35)$ , 第3组  $[35, 45)$ , 第4组  $[45, 55)$ , 第5组  $[55, 65]$ , 得到的频率分布直方图如图所示.

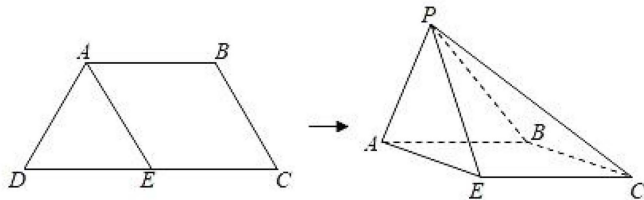
- (1) 求这200人的平均年龄(每一组用该组区间的中点值作为代表);
- (2) 现在要从年龄在第1, 2组的人员中用分层抽样的方法抽取5人, 再从这5人中随机抽取3人进行问卷调查, 求抽取的3人中至少1人的年龄在第1组中的概率;
- (3) 用频率估计概率, 从所有参与生态文明建设关注调查的人员(假设人数很多, 各人是否关注生态文明建设互不影响)中任意选出3人, 设这3人中关注生态文明建设的人数为  $X$ , 求随机变量  $X$  的分布列及期望.



18. (本小题满分12分)

如图, 等腰梯形  $ABCD$  中,  $AB \parallel CD$ ,  $AD = AB = BC = 1$ ,  $CD = 2$ ,  $E$  为  $CD$  中点, 以  $AE$  为折痕把  $\triangle ADE$  折起, 使点  $D$  到达点  $P$  的位置 ( $P \notin$  平面  $ABCD$ ).

- (1) 求证:  $AE \perp PB$ ;
- (2) 若把  $\triangle ADE$  折起到当平面  $PAE \perp$  平面  $ABCE$  时, 求二面角  $A-PE-C$  的余弦值.



19. (本小题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $a_1 = 1$ , \_\_\_\_\_ . 从: ①  $a_{n+2} - a_n = 4$ ;

②  $S_n = na_{n+1} - n(n+1)$ ; ③  $a_{n+1} - a_n = 2$  中选出一个能确定  $\{a_n\}$  的条件, 补充到横线处, 并解答下面问题.

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 设数列  $b_n = (-1)^n \frac{4n}{a_n a_{n+1}}$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前 100 项和  $T_{100}$ .

20. (本小题满分 12 分)

已知过点  $(1, e)$  的椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的焦距为 2, 其中  $e$  为椭圆  $E$  的离心率.

(1) 求  $E$  的标准方程;

(2) 设  $O$  为坐标原点, 直线  $l$  与  $E$  交于  $A, C$  两点, 以  $OA, OC$  为邻边作平行四边形  $OABC$ , 且点  $B$  恰好在  $E$  上, 试问: 平行四边形  $OABC$  的面积是否为定值? 若是定值, 求出此定值; 若不是, 说明理由.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = e^x + \sin x - mx$  的图象在点  $(0, f(0))$  处的切线与直线  $y+1=0$  平行.

(1) 求实数  $m$  的值, 并求函数  $f(x)$  的单调区间;

(2) 若不等式  $f(x) - ax^2 - 1 \geq 0$  对任意  $x \in [0, +\infty)$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 考生从 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号涂黑.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l$  的参数方程为 
$$\begin{cases} x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} (t \text{ 为参数}),$$
 以坐标原点为极

点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho^2 = \frac{2}{1 + \sin^2 \theta}$ .

(1) 求直线  $l$  的普通方程和曲线  $C$  的直角坐标方程;

(2) 设  $P(1, 2)$ , 直线  $l$  与曲线  $C$  交于  $A, B$  两点, 求  $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$ .

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

设  $f(x) = |x-1|$ ,

(1) 求  $f(x) \leq 2$  的解集;

(2) 设  $g(x) = f(x+1) + f(x)$  的最小值为  $a$ , 若  $x + y + z = a (x, y, z \in \mathbb{R}^+)$ ,

求  $u = \frac{1}{x+y} + \frac{x+y}{z}$  的最小值.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

