皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上……
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟，满分 150 分

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\left\{x\middle|\frac{1}{4}<2^x<8\right\}$，$B=\{0,1,2,3\}$，则 $A\cap B=$ D

A. $\{0,1,2,3\}$　　B. $\{1,2\}$

C. $\{-2,-1,0,1,2\}$　　D. $\{0,1,2\}$

2. 已知复数 z 满足 $z(1-i)=2i$，则复数 z 在复平面内对应的点在 B

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 已知 $p:|x-1|\leqslant 2$，$q:\frac{x+1}{x-3}\leqslant 0$，则 p 是 q 的 (D)

A. 充要条件　　B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件　　D. 既不充分又不必要条件

4. 在平面直角坐标系中，角 α 终边上一点 P 的坐标为 $(3,-6)$，则 $\sin\alpha=$ A

A. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. -2　　D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

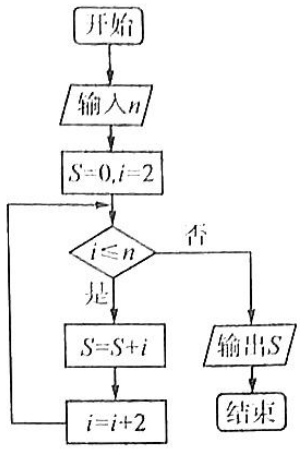
5. 某市出租车起步价为 6 元（起步价内行驶里程为 2 km），以后每 1 km 价为 1.6 元（不足 1 km 按 1 km 计价），若某乘客在该市坐出租车花了 14 元，则他的行程可能为 B

A. 7.5 km　　B. 6.2 km　　C. 8 km　　D. 7.4 km

6. 若实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\leqslant 3,\\2x-y\geqslant 3,\\y\geqslant -2,\end{cases}$ 则 $z=x+3y$ 的最大值为 A

A. 5　　B. $-\frac{11}{2}$　　C. 31　　D. -1

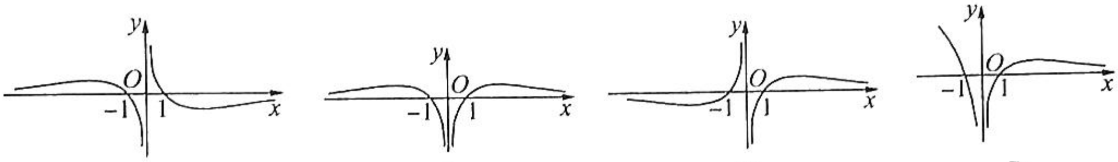
7.执行如图所示的程序框图，若输入的 $n=8$，则输出的 $S=$ B



A.12　　B.20　　C.30　　D.42

C

8.函数 $f(x)=\dfrac{\log_2|x|}{2^x-2^{-x}}$ 的图象大致为



A　　B　　C　　D

9.一个有 n 项的等差数列 $\{a_n\}$，S_n 表示其前 n 项和，若 $S_4=12$，$S_{n-4}=228$，$S_n=360$，则 $n=$

A.18　　B.20　　C.22　　D.24

A

10.设 $a>0$，$b>0$，$a+b=1$，则下列选项错误的是

A.ab 的最大值为 $\dfrac{1}{4}$

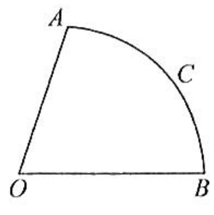
B.$\dfrac{9}{a}+\dfrac{4}{b}$ 的最小值是 25

C.$ab+\dfrac{1}{ab}$ 的最小值为 2

D.$(a+1)^2+(b+1)^2$ 的最小值为 $\dfrac{9}{2}$

D

11.如图，已知两个单位向量 $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，且它们的夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$，点 C 在以 O 为圆心，1 为半径的 $\overset{\frown}{AB}$ 上运动，则 $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$ 的最小值为



A.$\dfrac{3}{2}-\sqrt{3}$

B.0

C.$\dfrac{3}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

D.$-\dfrac{3}{2}$

D

12.若对任意的 $x_1,x_2\in(0,e^2]$，且 $x_1<x_2$，不等式 $\dfrac{x_2\ln x_1-x_1\ln x_2}{x_1-x_2}>m$ 恒成立，则 m 的最大值为

B.$-e$　　C.-2　　D.-1

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(3,x)$，$\boldsymbol{b}=(2,-2)$，若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $x=$ ___3___.

14. 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)=-\frac{1}{2}$，则 $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=$ ___$-\frac{1}{2}$___. $-\frac{1}{2}$

15. 已知函数 $f(x)=x-\sin x$，若 $f(2a-3)+f(a^2)\leqslant 0$，则实数 a 的取值范围是________.

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=2$，$a_{n+1}=a_n+\frac{1}{2^n}$，若对于任意 $n\in\mathbf{N}^*$，使得 $a_n<\lambda^2+2\lambda$ 恒成立，则实数 λ 的取值范围是________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：60 分。

17.（12 分）

已知 $f(x)=2\cos^2\omega x+2\sqrt{3}\sin\omega x\cos\omega x$，其中 $0<\omega<4$，且函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{6}$ 对称.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期；

(2) 在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，若 $f(C)=2$，$c=2\sqrt{3}$，求△ABC 面积的最大值.

18.（12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，在①$S_n=2a_n-3$，②$S_n=3\times 2^n-3$ 这两个条件中任选一个，并作答.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 设 $b_n=\log_2\frac{2a_n}{3}$，求数列 $\left\{\frac{2}{b_nb_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和 T_n.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

19.（12 分）

已知函数 $f(x)=x^2-ax+2$.

(1) 若 $f(x)\leqslant -4$ 的解集为 $[2,b]$，求实数 a，b 的值；

(2) 当 $x\in\left[\frac{1}{4},+\infty\right)$ 时，若关于 x 的不等式 $f(x)\geqslant 1-x^2$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

20.(12 分)

某市为响应习总书记关于生态文明建设的指示精神,大力开展"青山绿水"工程,造福于民.为此,当地政府决定将一扇形荒地改造成市民休闲中心,如图,扇形 OAB 的半径为 200 m,圆心角 $\angle AOB=\frac{2\pi}{3}$.

(1)如图 1,将扇形的内切圆 E 区域作为市民健身活动场所,其余区域种植各种花草改造为景观绿地,求内切圆的半径 r.

(2)如图 2,扇形内有一矩形 $MNOP$(边 OP 在半径 OA 上,点 M 在 $\overset{\frown}{AB}$ 上)区域为市民健身活动场所,其余区域种植各种花草改造为景观绿地,设 $\angle MOA=\theta$.求市民健身活动场所矩形 $MNOP$ 面积的最大值.

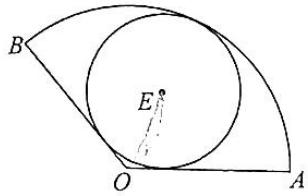


图1

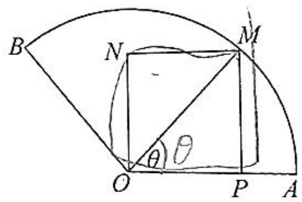


图2

21.(12 分)

已知函数 $f(x)=e^x-ax+2a$,$a\in\mathbf{R}$.

(1)讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2)求函数 $f(x)$ 的零点个数.

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一题计分。

22.[选修 4-4:极坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos\varphi,\\ y=\sqrt{3}\sin\varphi\end{cases}$ (φ 为参数),以坐标原点 O 为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta-\rho\sin\theta=3$.

(1)求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(2)若点 P 在曲线 C 上,点 Q 在直线 l 上,求 $|PQ|$ 的最小值.

23.[选修 4-5:极坐标系与参数方程](10 分)

已知 $f(x)=2|x-2|+|2x+5|$ 的最小值为 m.

(1)求 m.

(2)若 $a+b+c=3$,证明:$(a+1)^2+(b+1)^2+(c+1)^2\geq 4\sqrt{m}$.

2022届高三一轮复习联考(二) 全国卷1
文科数学参考答案及评分意见

1.D 【解析】因为 $A=\left\{x\left|\frac{1}{4}<2^x<8\right.\right\}=\{x|-2<x<3\}$,又 $B=\{0,1,2,3\}$,所以 $A\cap B=\{0,1,2\}$.故选 D.

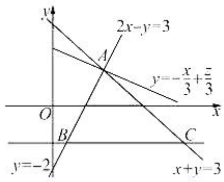
2.B 【解析】由题设有 $z=\frac{2i}{1-i}=i(1+i)=-1+i$.故选 B.

3.C 【解析】因为 $p:|x-1|\leqslant 2$,即 $p:-1\leqslant x\leqslant 3$,$q:\frac{x-1}{x-3}\leqslant 0$,即 $q:-1\leqslant x<3$,所以 p 是 q 的必要不充分条件.故选 C.

4.A 【解析】$\sin\alpha=\frac{-6}{\sqrt{9+36}}=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$.故选 A.

5.B 【解析】设该乘客的行程为 x km,则由题意可知 $14=6+[x-2]\times 1.6$($[x-2]$表示不小于 $x-2$ 的最小整数),所以 $[x-2]=5$,因此 $4<x-2\leqslant 5$,即 $6<x\leqslant 7$.故选 B.

6.A 【解析】如图,不等式组对应的平面区域为$\triangle ABC$ 及其内部阴影部分.



由 $z=x+3y$ 得 $y=-\frac{x}{3}+\frac{z}{3}$,

当直线 $y=-\frac{x}{3}+\frac{z}{3}$ 过$\begin{cases}x-y=3,\\2x-y=3\end{cases}$的交点 $A(2,1)$时,$z_{max}=2+3\times 1=5$.故选 A.

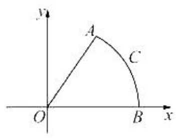
7.B 【解析】由程序框图知 S 是求和,则 $S=2+4-6+8=20$.故选 B.

8.C 【解析】因为 $f(-x)=\frac{\log_2|-x|}{2^{-x}-2^x}=-f(x)$,所以函数 $f(x)$是奇函数,排除 B,D,又 $0<x<1$ 时,$f(x)<0$,排除 A.故选 C.

9.B 【解析】因为 $S_4=a_1+a_2+a_3+a_4=12$,$S_n-S_{n-4}=a_{n-3}+a_{n-2}+a_{n-1}+a_n=132$,所以$(a_{n-3}+a_{n-2}+a_{n-1}+a_n)+(a_4+a_3+a_2+a_1)=4(a_1+a_n)=132+12=144$,因此$(a_1+a_n)=36$,所以由 $S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}=360$ 得 $n=20$.故选 B.

10.C 【解析】对于 A,$ab\leqslant\left(\frac{a+b}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$,当且仅当 $a=b=\frac{1}{2}$取等号,故 A 正确;对于 B,因为 $a>0,b>0,a+b=1$,所以 $\frac{9}{a}+\frac{4}{b}=\left(\frac{9}{a}+\frac{4}{b}\right)(a+b)=13+\frac{9b}{a}+\frac{4a}{b}\geqslant 13+2\sqrt{\frac{9b}{a}\cdot\frac{4a}{b}}=25$,当且仅当$\begin{cases}\frac{9b}{a}=\frac{4a}{b},\\a+b=1,\end{cases}$即$\begin{cases}a=\frac{3}{5},\\b=\frac{2}{5}\end{cases}$取等号,故 B 正确;对于 C,由 A 可知令 $t=ab\in\left(0,\frac{1}{4}\right]$,则 $ab+\frac{1}{ab}=t+\frac{1}{t}$ 在 $t\in\left(0,\frac{1}{4}\right]$上为减函数,所以在 $t=\frac{1}{4}$时,$ab+\frac{1}{ab}$有最小值$\frac{17}{4}$,故 C 不正确;对于 D,$(a+1)^2+(b+1)^2=a^2+b^2+2(a+b)+2=a^2+b^2+4\geqslant 2\times\left(\frac{a+b}{2}\right)^2+4=\frac{9}{2}$,当且仅当 $a=b=\frac{1}{2}$取等号,故 D 正确.故选 C.

11.A 【解析】以 O 为坐标原点建立如图坐标系,则由已知得 $B(1,0)$,$A\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.由点 C 在以 O 为圆心,1 为半径的$\overset{\frown}{AB}$上运动可设 $C(\cos\theta,\sin\theta)\left(\theta\in\left[0,\frac{\pi}{3}\right]\right)$,所以$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=\left(\frac{1}{2}-\cos\theta,\frac{\sqrt{3}}{2}-\sin\theta\right)\cdot(1-\cos\theta,-\sin\theta)=\cos^2\theta-\frac{3}{2}\cos\theta+\sin^2\theta-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}-\sqrt{3}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)$,由 $\theta\in\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$知,$\theta+\frac{\pi}{3}\in\left[\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$,所以 $\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)\in\left[\frac{\sqrt{3}}{2},1\right]$,因此当 $\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=1$ 时,$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$有最小值$\frac{3}{2}-\sqrt{3}$.故选 A.



12.D 【解析】因为 $x_1<x_2$,$\frac{x_2\ln x_1-x_1\ln x_2}{x_1-x_2}>m$,所以 $x_2\ln x_1-x_1\ln x_2<mx_1-mx_2$,即 $x_2(\ln x_1+m)<x_1(\ln x_2+m)$,也即 $\frac{\ln x_1+m}{x_1}<\frac{\ln x_2+m}{x_2}$对 $x_1,x_2\in(0,e^2]$恒成立.令 $f(x)=\frac{\ln x+m}{x}$,则 $f(x)$在区间$(0,e^2]$上为增函数,所以 $f'(x)=\frac{1-\ln x-m}{x^2}\geqslant 0$,即 $m\leqslant 1-\ln x$ 在$(0,e^2]$上恒成立,故 $m\leqslant(1-\ln x)_{min}=1-\ln e^2=-1$,所以 m 的最大值为-1.故选 D.

13.3 【解析】因为 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$,所以 $6-2x=0$,即 $x=3$.

14. $-\frac{1}{2}$ 【解析】因为 $\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$，所以 $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left[\frac{\pi}{2}+\left(\alpha-\frac{\pi}{3}\right)\right]=-\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}$.

15. $[-3,1]$ 【解析】因为 $f(-x)=-x+\sin x=-f(x)$，所以函数 $f(x)$ 为奇函数，又 $f'(x)=1-\cos x\geqslant 0$ 对 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，所以 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数，因此由 $f(2a-3)+f(a^2)\leqslant 0$ 得 $f(a^2)\leqslant -f(2a-3)=f(3-2a)$，所以 $a^2\leqslant 3-2a$，解得 $-3\leqslant a\leqslant 1$，即实数 a 的取值范围是 $[-3,1]$.

16. $(-\infty,-3]\cup[1,+\infty)$ 【解析】因为 $a_1=2,a_{n+1}-a_n=\frac{1}{2^n}$，所以当 $n\geqslant 2$ 时，$a_n=a_1+(a_2-a_1)+(a_3-a_2)+\cdots+(a_n-a_{n-1})=2+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^{n-1}}=2+\frac{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2^{n-1}}\right)}{1-\frac{1}{2}}=3-\frac{1}{2^{n-1}}$，又 $a_1=2$ 满足 $a_n=3-\frac{1}{2^{n-1}}$，所以 $a_n=3-\frac{1}{2^{n-1}}$，由 $\{a_n\}$ 是单调递增数列知 $2\leqslant a_n<3$；因为对任意 $n\in\mathbf{N}^*$，使得 $a_n<\lambda^2+2\lambda$ 恒成立，所以 $3\leqslant\lambda^2+2\lambda$，解得 $\lambda\geqslant 1$ 或 $\lambda\leqslant -3$.

17.【解析】(1)因为 $f(x)=2\cos^2\omega x+2\sqrt{3}\sin\omega x\cos\omega x=\cos 2\omega x+\sqrt{3}\sin 2\omega x+1=2\sin\left(2\omega x+\frac{\pi}{6}\right)+1$. …… 2分

由函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{6}$ 对称知 $2\omega\times\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$，所以 $\omega=1+3k,k\in\mathbf{Z}$，

又 $0<\omega<4$，所以 $\omega=1$，所以 $f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+1$， …… 4分

所以 $f(x)$ 的最小正周期为 π. …… 6分

(2)由 $f(C)=2$ 得 $2\sin\left(2C+\frac{\pi}{6}\right)+1=2$，即 $\sin\left(2C+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$，

又 $C\in(0,\pi)$，即 $2C+\frac{\pi}{6}\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{13\pi}{6}\right)$，所以 $2C+\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}$，即 $C=\frac{\pi}{3}$. …… 8分

因为 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$，即 $12=a^2+b^2-ab\geqslant 2ab-ab=ab$，当且仅当 $a=b$ 取等号，即 $(ab)_{\max}=12$， …… 10分

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{\sqrt{3}}{4}ab$ 有最大值 $3\sqrt{3}$，即 $\triangle ABC$ 面积的最大值为 $3\sqrt{3}$. …… 12分

18.【解析】(1)选条件①.

因为 $S_n=2a_n-3$，所以 $S_1=a_1=2a_1-3$，即 $a_1=3$，

当 $n\geqslant 2$ 时，$S_{n-1}=2a_{n-1}-3$，

两式相减得 $a_n=2a_n-2a_{n-1}$，即 $a_n=2a_{n-1}$， …… 3分

所以 $\{a_n\}$ 是以3为首项，2为公比的等比数列，故 $a_n=3\times 2^{n-1}$. …… 6分

选条件②.

因为 $S_n=3\times 2^n-3$，所以 $a_1=S_1=3\times 2-3=3$， …… 2分

当 $n\geqslant 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=(3\times 2^n-3)-(3\times 2^{n-1}-3)=3\times 2^{n-1}$， …… 4分

又 $a_1=3$ 满足 $a_n=3\times 2^{n-1}$，所以 $a_n=3\times 2^{n-1}$. …… 6分

(2)由(1)知 $b_n=\log_2\frac{2a_n}{3}=\log_2\frac{2\times 3\times 2^{n-1}}{3}=n$，

所以 $\frac{2}{b_nb_{n+1}}=\frac{2}{n(n+1)}=2\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$， …… 10分

$T_n=2\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)\right]=2\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=\frac{2n}{n+1}$. …… 12分

19.【解析】(1)因为 $f(x)\leqslant -4$ 的解集为 $[2,b]$，即 $x^2-ax+6\leqslant 0$ 的解集为 $[2,b]$，

所以 $\begin{cases}2+b=a,\\2b=6,\end{cases}$ …… 4分

解得 $\begin{cases}a=5,\\b=3.\end{cases}$ …… 6分

(2)由 $f(x)\geqslant 1-x^2$ 得 $2x^2-ax+1\geqslant 0$ 对 $x\in\left[\frac{1}{4},+\infty\right)$ 恒成立，

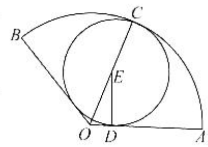
即 $a\leqslant 2x+\frac{1}{x}$ 在区间 $\left[\frac{1}{4},+\infty\right)$ 上恒成立，

所以 $a\leqslant\left(2x+\frac{1}{x}\right)_{\min}$，$x\in\left[\frac{1}{4},+\infty\right)$. ……………………………………………………………………………………… 9 分

又 $2x+\frac{1}{x}\geqslant 2\sqrt{2x\cdot\frac{1}{x}}=2\sqrt{2}$，当且仅当 $2x=\frac{1}{x}$ 取等号，即 $x=\frac{\sqrt{2}}{2}\in\left[\frac{1}{4},+\infty\right)$，

所以 $\left(2x+\frac{1}{x}\right)_{\min}=2\sqrt{2}$. ……………………………………………………………………………………………………… 11 分

即 $a\leqslant 2\sqrt{2}$，故实数 a 的取值范围是 $(-\infty,2\sqrt{2}]$. …………………………………………………………………………… 12 分



20.【解析】(1)如图，由题设有 $EC=ED=r$ m，$OE=(200-r)$m，$\angle EOD=\frac{\pi}{3}$， ………………………… 3 分

所以在 Rt△ODE 中，$ED=OE\sin\frac{\pi}{3}$，即 $r=\frac{\sqrt{3}}{2}(200-r)$，解得 $r=400\sqrt{3}-600$(m). ……………… 6 分

(2)在 Rt△OPM 中，$OP=OM\cos\theta=200\cos\theta$，$MP=OM\sin\theta=200\sin\theta$，

所以 $S_{矩形MNOP}=OP\cdot MP=40\,000\sin\theta\cos\theta=20\,000\sin 2\theta$. …………………………………………………………… 10 分

故当 $2\theta=\frac{\pi}{2}$，即 $\theta=\frac{\pi}{4}$ 时，市民健身活动场所矩形 $MNOP$ 面积有最大值 $20\,000$ m^2. ………………………………… 12 分

21.【解析】(1)因为 $f'(x)=e^x-a$， ……………………………………………………………………………………………………… 1 分

当 $a\leqslant 0$ 时，$f'(x)=e^x-a>0$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上恒成立，所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上为增函数；

当 $a>0$ 时，由 $f'(x)=e^x-a$ 知 $x\in(-\infty,\ln a)$，$f'(x)<0$；$x\in(\ln a,+\infty)$，$f'(x)>0$，

所以此时 $f(x)$ 在 $(-\infty,\ln a)$ 上为减函数，在 $(\ln a,+\infty)$ 上为增函数. ………………………………………………………… 4 分

综上所述，当 $a\leqslant 0$ 时，$f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上为增函数，当 $a>0$ 时，$f(x)$ 在 $(-\infty,\ln a)$ 上为减函数，在 $(\ln a,+\infty)$ 上为增函数.

……… 5 分

(2)当 $a=0$ 时，$f(x)=e^x$，则 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上为增函数，且 $f(x)>0$ 恒成立，此时 $f(x)$ 无零点；

当 $a<0$ 时，由(1)知 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上为增函数，且 $f\left(\frac{1}{a}\right)=e^{\frac{1}{a}}-1+2a<1-1+2a=2a<0$，$f(2)=e^2-2a+2a=e^2>0$，

从而由零点存在定理知必存在 $x_0\in\left(\frac{1}{a},2\right)$，使 $f(x_0)=0$，此时 $f(x)$ 有一个零点. ……………………………………………… 7 分

当 $a>0$ 时，由(1)知 $f(x)_{\min}=f(\ln a)=3a-a\ln a$.

所以由 $0<a<e^3$ 得 $f(x)_{\min}=f(\ln a)=3a-a\ln a>0$，即此时 $f(x)$ 无零点；

由 $a=e^3$ 得 $f(x)_{\min}=f(\ln a)=3a-a\ln a=0$，此时 $f(x)$ 有一个零点；

由 $a>e^3$ 得 $f(x)_{\min}=f(\ln a)=3a-a\ln a<0$，又 $f(2)=e^2-2a+2a=e^2>0$，

从而由零点存在定理知必存在 $x_1\in(2,\ln a)$，使 $f(x_1)=0$；

又 $f(\ln a^2)=a^2-2a\ln a+2a=a(a+2-2\ln a)$，令 $\varphi(a)=a+2-2\ln a\,(a>e^3)$，则 $\varphi'(a)=1-\frac{2}{a}>0$ 对 $a>e^3$ 恒成立，

故 $\varphi(a)=a+2-2\ln a$ 在 $(e^3,+\infty)$ 上为增函数，所以 $\varphi(a)>\varphi(e^3)=e^3+2-2\ln e^3=e^3-4>0$，

从而 $f(\ln a^2)=a(a+2-2\ln a)>0$，故由零点存在定理知必存在 $x_2\in(\ln a,\ln a^2)$，使 $f(x_2)=0$；

所以此时 $f(x)$ 有两个零点. ……………………………………………………………………………………………………… 10 分

综上所述，当 $a<0$ 或 $a=e^3$ 时，$f(x)$ 有一个零点；当 $0\leqslant a<e^3$ 时，$f(x)$ 无零点；当 $a>e^3$ 时，$f(x)$ 有两个零点. ………… 12 分

22.【解析】(1)由 $\begin{cases}x=2\cos\varphi,\\ y=\sqrt{3}\sin\varphi,\end{cases}$ 消去参数 φ 得曲线 C 的普通方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$， ……………………………………… 3 分

由 $\rho\cos\theta-\rho\sin\theta=3$ 得直线 l 的直角坐标方程为 $x-y-3=0$. ………………………………………………………… 5 分

(2) $|PQ|$ 的最小值即为点 P 到直线 l 的最小值，所以设 $P(2\cos\theta, \sqrt{3}\sin\theta)$，…… 6 分

则点 P 到直线 l 的距离 $d=\frac{|2\cos\theta-\sqrt{3}\sin\theta-3|}{\sqrt{2}}=\frac{|\sqrt{7}\cos(\theta+\alpha)-3|}{\sqrt{2}}$，其中 $\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，…… 8 分

所以 $d_{\min}=\frac{3-\sqrt{7}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{14}}{2}$，

即 $|PQ|$ 的最小值为 $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{14}}{2}$. …… 10 分

23.【解析】(1) 因为 $f(x)=2|x-2|+|2x+5|=\begin{cases}-4x-1, & x<-\frac{5}{2},\\ 9, & -\frac{5}{2}\leqslant x\leqslant 2,\\ 4x+1, & x>2,\end{cases}$ …… 3 分

所以当 $x<-\frac{5}{2}$ 时，$f(x)>f\left(-\frac{5}{2}\right)=9$；

当 $-\frac{5}{2}\leqslant x\leqslant 2$ 时，$f(x)=9$；

当 $x>2$ 时，$f(x)>f(2)=9$；

所以函数 $f(x)$ 的最小值为 9. …… 5 分

(2) 证明：由 (1) 知 $m=9$，即证 $(a+1)^2+(b+1)^2+(c-1)^2\geqslant 12$，…… 6 分

因为 $a+b+c=3$，

所以 $9=(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc\leqslant a^2+b^2+c^2+(a^2+b^2)+(a^2+c^2)+(b^2+c^2)=3(a^2+b^2+c^2)$，

即 $a^2+b^2+c^2\geqslant 3$，…… 8 分

所以 $(a+1)^2+(b+1)^2+(c+1)^2=a^2+b^2+c^2+2(a+b+c)+3=a^2+b^2+c^2+9\geqslant 3+9=12$. …… 10 分