2022－2023学年高三年级TOP二十名校调研模拟卷三
高三文科数学参考答案

1.【答案】 C

【解析】 $M=\{x|-3<x<2\}, N=\{x|-4<x<1\}, M\cup N=\{x|-4<x<2\}$.

2.【答案】 B

【解析】 $z=\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=i, \therefore |z|=1, \bar{z}=-i$.

3.【答案】 B

【解析】 $\left|\left(\frac{1}{2}\right)^x-1\right|-\log_2 x=0, \left|\left(\frac{1}{2}\right)^x-1\right|=\log_2 x$，画出 $y=\log_2 x$ 与 $y=\left|\left(\frac{1}{2}\right)^x-1\right|$ 图象，只有1个交点，所以只有1个零点

4.【答案】 C

【解析】 对于响应变量 y，通过观测得到的数据为观测值，通过线性回归方程得到 $\hat{y}$ 的称为预测值，观测值减去预测值称为残差，当 $x=9$ 时，$\hat{y}=-30.4+13.5\times 9=91.1$，所以残差为 $53-91.1=-38.1$.

5.【答案】 D

【解析】 设幂函数 $y=x^a$，图象过 $\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$，$y=x^{\frac{3}{2}}$，构造函数 $y=\frac{f(x)}{x}=x^{\frac{1}{2}}$，为增函数，$x_1<x_2$，所以有 $\frac{f(x_1)}{x_1}<\frac{f(x_2)}{x_2}$.

6.【答案】 A

【解析】 $\overrightarrow{NO}\cdot\overrightarrow{NM}=|\overrightarrow{NO}|\cdot|\overrightarrow{NM}|\cdot\cos\angle ONM=-|\overrightarrow{NM}|\cdot\cos(\pi-\angle ONM)=-|y_N-1|$，$x_N^2+y_N^2=(OM)^2$，$0<x<2, 3<y<7$，$y_N^2+y_N-30=0$，解得 $y_N=5$，所以 $\overrightarrow{NO}\cdot\overrightarrow{NM}=-4$.

7.【答案】 A

【解析】 $\because a_1=64$，依题意 $a_3=32,\cdots\cdots,a_{13}=1, a_2=3, a_4=5,\cdots\cdots a_{20}=21, \therefore S_{20}=(64+32+\cdots+1)+(3+5+\cdots+27)=\frac{1-64\times 2}{1-2}+\frac{13(3+27)}{2}=322$.

8.【答案】 B

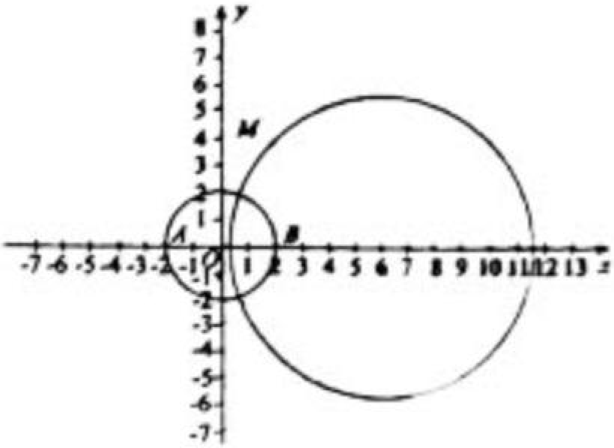
【解析】 $V_{P-ABC}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot h=\frac{2}{3}\sqrt{3}$，$h$ 定，所以三棱锥体积最大，有 $S_{\triangle ABC}$ 最大. $\cos C=\frac{a^2+b^2-4}{2ab}=\frac{1}{2}$，$a^2+b^2=ab+4$，$ab\leqslant 4$，当且仅当 $a=b$ 时，等号成立. $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin 60^\circ$，$S_{max}=\sqrt{3}$，所以 $h=2$. 圆柱底面圆半径 $r=\frac{2}{2\sin 60^\circ}=\frac{2}{3}\sqrt{3}$，$R^2=\left(\frac{h}{2}\right)^2+r^2=\frac{7}{3}$，三棱锥外接球的表面积为 $\frac{28}{3}\pi$.

9.【答案】 D

【解析】 $f(x)=2\cos\left(\frac{\pi}{4}-3x\right)$ 可化为 $f(x)=2\cos\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)$，$2k\pi-\pi\leqslant 3x-\frac{\pi}{4}\leqslant 2k\pi, k\in\mathbf{Z}$，解得 $\frac{2}{3}k\pi-\frac{\pi}{4}\leqslant x\leqslant\frac{2}{3}k\pi+\frac{\pi}{12}, k\in\mathbf{Z}$. 令 $k=0$，$-\frac{\pi}{4}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{12}$，令 $k=1$，$\frac{5}{12}\pi\leqslant x\leqslant\frac{3}{4}\pi$. $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{12}\right]\cap\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$，$\left[\frac{5}{12}\pi,\frac{3}{4}\pi\right]\cap\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$，所以 $f(x)$ 的单调递增区间是 $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{12}\right]$，$\left[\frac{5\pi}{12},\frac{\pi}{2}\right]$.

10.【答案】 D

【解析】 如图，建立直角坐标系，若 $A(-2,0)$，$B(2,0)$，设 $M(x,y)$，$\because \frac{|MA|}{|MB|}=\sqrt{2}$，$\therefore \sqrt{(x+2)^2+(y-0)^2}=\sqrt{2}\sqrt{(x-2)^2+(y-0)^2}$，整理得 $(x-6)^2+y^2=32$，所以点 M 在以 $(6,0)$ 为圆心，以 $4\sqrt{2}$ 为半径的圆上，M 到直线 AB 的距离的最大值为 $4\sqrt{2}$，因此 $\triangle ABM$ 的面积的最大值为 $\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$.



11.【答案】 B

【解析】 函数 $y=f(x)$ 的图象与 $y=\log_2(x+a)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称，所以 $(f(1),1)$，$(f(2),2)$ 满足 $y=\log_2(x+a)$，$\begin{cases}1=\log_2(\quad 1)+a)\\2=\log_2(\quad 2)+a)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2=f(1)+a\\2^2=f(2)+a\end{cases}\Rightarrow a=2$

12.【答案】 C

【解析】 设平面 MPC 与平面 ABB_1A_1 所成锐二面角为 θ，取 AB 的中点 N，$PH\perp AB$ 于 H，则有 $\frac{S_{\triangle PNC}}{S_{\triangle NPC_1}}=\cos$ ——，$\therefore$ $_{\triangle PNC}=S_{\triangle B_1NB}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}a\times a=\frac{1}{4}a^2$，在 $\triangle PNC$ 中，设 NC 边上高为 h，$\because NC=\frac{}{2}a$，$\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{5}}{2}a\times h=\frac{1}{4}a^2$，$\therefore h=\frac{\sqrt{5}}{5}a$，$P$ 点轨迹为与 NC 平行距离为 $\frac{\sqrt{5}}{5}a$ 的两条直线，所以 P 点到 C 的最短距离为 $\frac{\sqrt{5}}{5}a$.

13.【答案】 58 025

【解析】 $3^9+3^8\times2+3^7\times2^2+\cdots+3\times2^8+2^9$ 是以 3^9 为首项，$\frac{2}{3}$ 为公比的等比数列的前 10 项的和.

$$S_{10}=\frac{3^9\left[1-\left(\frac{2}{3}\right)^{10}\right]}{1-\frac{2}{3}}=3^{10}-2^{10}=58\ 025.$$

14.【答案】 $\frac{12}{13}$

【解析】 $\frac{\sqrt{3}}{2}+\sin\frac{\alpha}{2}\cos$ …… $\frac{}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\sin\alpha-\frac{\sqrt{3}(1+\cos\alpha)}{2}=\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{3}\right)=$

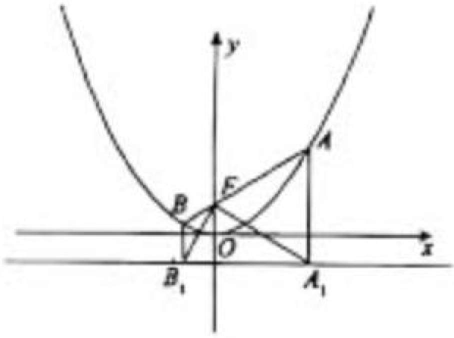
【 代数数学参考答案 （第 2 页 共 6 页）】

$\sin\angle MOA=\frac{12}{13}$.

15.【答案】 $\frac{3\sqrt{5}-5}{2}$

【解析】 不妨设 A 在第一象限，由抛物线定义可知 $|AA_1|=|AF|$，$|BB_1|=|BF|$ 且 $AA_1 /\!/ BB_1$.

$\therefore \angle A_1AB+\angle B_1BA=\pi$，因此 $\sin\angle A_1AB=\sin\angle B_1BA$.



$$\therefore \frac{S_{\triangle A_1AF}}{S_{\triangle B_1BF}}=\frac{\frac{1}{2}|AF|^2\sin\angle A_1AB}{\frac{1}{2}|BF|^2\sin\angle B_1BA}=\frac{|AF|^2}{|BF|^2}=16\Rightarrow\frac{|AF|}{|BF|}=4,$$

$\because p=2$，$F(0,1)$，且 $\frac{1}{|AF|}+\frac{1}{|BF|}=\frac{2}{p}=1$，

$\therefore |AF|=5$，$|BF|=\frac{5}{4}$，从而 $y_A+\frac{p}{2}=y_A+1=5$.

$\therefore y_A=4$，$x_A=4$，$A_1(4,-1)$，

同理 $B_1(-1,-1)$，$\therefore |A_1F|=2\sqrt{5}$，$|B_1F|=\sqrt{5}$，$|A_1B_1|=5$.

$\triangle A_1FB_1$ 为直角三角形，设其内切圆半径 r，那么 $\frac{1}{2}r(2\sqrt{5}+\sqrt{5}+5)=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times\sqrt{5}$.

$\therefore r=\frac{3\sqrt{5}-5}{2}$.

16.【答案】 $[-\ln 4,-1]$

【解析】 设 $P(x_0,y_0)$ 为函数 $y=f(x)$ 图象上一点，则 $y_0=f(x_0)$. 由题意可知 $Q(f(x_0)+b,x_0-b)$，即 (y_0+b,x_0-b) 也在函数图象上，P、Q 关于 $y=x-b$ 对称，由于 $f(x)=\ln x+x$，$y=x-b$ 都在定义域内单调递增，所以 P，Q 两点重合，故有：$x_0=y_0+b$，$x_0=\ln x_0+x_0+b$，$b=-\ln x_0$ 单调递减，$\therefore b\in[-\ln 4,-1]$.

17.【答案】 见解析

【解析】 (1)甲团队研发新产品的成绩如下：1，1，1，0，0，1，1，1，0，1，0，1，1，0，1；

乙团队研发新产品的成绩为 1，0，1，1，0，1，1，0，1，0，0，1，0，1，1.

$\overline{x_甲}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$，$\overline{x_乙}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$； ………………………………………… 2 分

$s_甲^2=\frac{1}{15}\times\left[\left(1-\frac{2}{3}\right)^2\times10+\left(0-\frac{2}{3}\right)^2\times5\right]=\frac{2}{9}$，$s_乙^2=\frac{1}{15}\times\left[\left(1-\frac{3}{5}\right)^2\times9+\left(0-\frac{3}{5}\right)^2\times6\right]=\frac{6}{25}$.

………………………………………………………………………………………… 6 分

$\overline{x_甲}>\overline{x_乙}$，$s_甲^2<s_乙^2$，通过两队平均数、方差的比较，可以看出甲团队的研发水平优于乙团队.

………………………………………………………………………………………… 8 分

(2)记恰有一队研发成功的概率为 P.

所抽的 15 个结果中，恰有一组研发成功包括 $(A,\overline{B})$，$(A,\overline{B})$，$(A,\overline{B})$，$(\overline{A},B)$，$(A,\overline{B})$，$(A,\overline{B})$，$(\overline{A},B)$ 共 7 个，$\therefore P=\frac{7}{15}$. ………………………………………… 12 分

18.【答案】 见解析

【解析】 (1)$6b\cos^2\frac{A}{2}=3b-2a+3c$ 可化为 $6b\left(\frac{1+\cos A}{2}\right)=3b-2a+3c$，

$3b+3b\cos A=3b-2a+3c$，由正弦定理可得 $3\sin B\cos A=3\sin C-2\sin A$，
在三角形 ABC 中，$3\sin B\cos A=3\sin(A+B)-2\sin A$ 化简整理得：
$3\sin A\cos B=2\sin A$，$A\in(0,\pi)$，$\sin A\neq 0$，

$\therefore \cos B=\frac{2}{3}$. ……………………………………………………………………………… 4

(2) $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BC}+\frac{1}{3}(\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC})=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$，

$\overrightarrow{BD}^2=\frac{1}{9}\overrightarrow{BA}^2+\frac{4}{9}\overrightarrow{BC}^2+\frac{4}{9}\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$，$\because BD=2$，$\therefore 4=\frac{1}{9}c^2+\frac{4}{9}a^2+\frac{4}{9}\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$，

$\therefore \overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=9-\left(a^2+\frac{1}{4}c^2\right)=9-\frac{1}{4}(4a^2+c^2)$. ……………………………………………… 6 分

又 $\cos\angle ADB+\cos\angle CDB=0$

$$\therefore\begin{cases}\cos B=\frac{2}{3}=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}\\ \frac{2^2+\left(\frac{2}{3}b\right)^2-c^2}{2\times2\times\frac{1}{3}b\times2}+\frac{2^2+\left(\frac{1}{3}b\right)^2-a^2}{2\times2\times\frac{1}{3}b}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4+\frac{4}{9}b^2-c^2+2\left(4+\frac{1}{9}b^2-a^2\right)=0\\ 4ac=3(a^2+c^2-b^2)\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}b^2=\frac{3}{2}(c^2+2a^2-12),\\ 4ac=3(a^2+c^2-b^2)\end{cases}\Rightarrow 4ac=3\left[a^2+c^2-\frac{3}{2}(c^2+2a^2-12)\right],$$

$4ac=3\left[18-\left(\frac{1}{2}c^2+2a^2\right)\right]=54-\frac{3}{2}(c^2+4a^2)$,

$4ac\leq(2a)^2+c^2$，$\therefore 54-\frac{3}{2}(c^2+4a^2)\leq 4a^2+c^2$

$54\leq\frac{5}{2}(c^2+4a^2)$，$\therefore c^2+4a^2\geq\frac{108}{5}$. ………………………………………………… 10 分

$-\frac{1}{4}(c^2+4a^2)\leq-\frac{27}{5}$，$\therefore 9-\frac{1}{4}(c^2+4a^2)\leq 9-\frac{27}{5}=\frac{18}{5}$，即 $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}\leq\frac{18}{5}$. ……………… 12 分

19.【答案】 见解析

【解析】 (1) 连接 A_1E，AE

$\because A_1B=A_1C$，E 为 BC 中点，$\therefore A_1E\perp BC$.

又 $AB=AC$，$\angle BAC=90°$，$\therefore AE\perp BC$，且 $AE=BE=EC$.

$\because A_1A=A_1B=A_1C$，

$\triangle A_1AE\cong\triangle A_1EB$，$\therefore A_1E\perp AE$，又 $A_1E\perp BC$，$BC\cap AE=E$.

$\therefore A_1E\perp$ 平面 ABC，$A_1E\perp AB$. ……………………………………………………………… 3 分

由已知 $AB\perp AC$，$AC/\!/A_1C_1$，$\therefore AB\perp A_1C_1$，$A_1C_1\cap A_1E=A_1$，$\therefore AB\perp$ 平面 A_1C_1E.

而 $F\in A_1C_1$，$EF\subset$ 平面 A_1C_1E，$\therefore AB\perp EF$. ……………………………………………………… 6 分

(2) 由 (1) 可知 $A_1E\perp BC$，$AE\perp BC$. $\therefore BC\perp$ 平面 A_1AE，$\therefore BC\perp PE$.

$S_{\triangle PBC}=\frac{1}{2}BC\cdot PE$，又 $\because P$ 在线 A_1A 上移动，$\therefore$ 当 $PE\perp AA_1$ 时，PE 最小，此时 $\triangle PBC$ 面积最小.

………………………………………………………………………………………………… 8 分

在 $Rt\triangle A_1EA$ 中，$A_1A=2\sqrt{2}$，$AE=\sqrt{2}$，则 $A_1E=\sqrt{6}$，$\angle EA_1A=\frac{\pi}{6}$，$\therefore AP=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

在$\triangle A_1AE$中,过P做$PM\perp AE$,则$PM\parallel A_1E$,$\therefore \dfrac{PM}{A_1E}=\dfrac{AP}{AA_1}$,$PM\perp$平面$ABC$,于是可得$PM=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$.
………………………………………………………………………… 10分

$\therefore V_{P-ABC}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times 2\times 2\times\dfrac{\sqrt{6}}{4}=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$. ……………………………………………… 12分

20.【答案】 见解析

【解析】 (1)设椭圆方程为$Ax^2+By^2=1$,代入$P\left(1,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$,$Q\left(-\dfrac{\sqrt{6}}{2},\dfrac{1}{2}\right)$可得

$\begin{cases}A+\dfrac{1}{2}B=1,\\ \dfrac{3}{2}A+\dfrac{1}{4}B=1.\end{cases}$ 解得$\begin{cases}A=\dfrac{1}{2},\\ B=1.\end{cases}$ 所以椭圆C的方程为:$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$. ……………………………… 3分

(2)由题意可知,蒙日圆方程为:$x^2+y^2=3$.

(ⅰ)若直线MN斜率不存在,则直线MN的方程为:$x=\sqrt{2}$或$x=-\sqrt{2}$.不妨取$x=\sqrt{2}$.

易得$M(\sqrt{2},1)$,$N(\sqrt{2},-1)$,$k_{OM}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$,$k_{ON}=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$,$\therefore k_{OM}\cdot k_{ON}=-\dfrac{1}{2}$. ………………………… 5分

(ⅱ)若直线MN斜率存在,设斜率为k,则直线MN的方程为:$y=kx+b$.

$\begin{cases}y=kx+b\\ \dfrac{x^2}{2}+y^2=1\end{cases}$,化简整理得:$(2k^2+1)x^2+4kbx+2b^2-2=0$,

据题意有$\Delta=16k^2b^2-4(4k^2b^2-4k^2+2b^2-2)=0$,于是有:$b^2=2k^2+1$. ……………………… 7分

设$M(x_1,y_1)(x_1\neq 0)$,$N(x_2,y_2)(x_2\neq 0)$.

$\begin{cases}y=kx+b,\\ x^2+y^2=3.\end{cases}$ 化简整理得:$(k^2+1)x^2+2kbx+b^2-3=0$,

$3k^2-b^2+3>0$,$x_1+x_2=-\dfrac{2kb}{k^2+1}$,$x_1x_2=\dfrac{b^2-3}{k^2+1}$. ……………………………………………… 9分

则$k_{OM}\cdot k_{ON}=\dfrac{y_1y_2}{x_1x_2}=\dfrac{(kx_1+b)(kx_2+b)}{x_1x_2}=\dfrac{k^2x_1x_2+kb(x_1+x_2)+b^2}{x_1x_2}=k^2+\dfrac{\dfrac{-2k^2b^2}{1+k^2}+b^2}{\dfrac{b^2-3}{1+k^2}}$

$=k^2+\dfrac{b^2-k^2b^2}{b^2-3}$,

$\because b^2=2k^2+1$,$\therefore k_{OM}\cdot k_{ON}=k^2-\dfrac{2k^2+1}{2}=k^2-k^2-\dfrac{1}{2}=-\dfrac{1}{2}$.

综上可知:$k_{OM}\cdot k_{ON}$为定值$-\dfrac{1}{2}$. ……………………………………………………………… 12分

21.【答案】 见解析

【解析】 (1)$x\in(-1,+\infty)$,

当$a=2$,$f(x)=2\ln(x+1)+\dfrac{1}{x+1}-x$,$f(0)=1$,$f'(x)=\dfrac{2}{x+1}-\left(\dfrac{1}{x+1}\right)^{-2}-1$,$k=f'(0)=0$.

所以$a=2$时,函数$y=f(x)$的图象在$x=0$处的切线方程为:$y=1$. ……………………………… 4分

(2)$f(x)\geqslant 1-4x(x\geqslant 0)\Leftrightarrow a\ln(x+1)+\dfrac{1}{x+1}+3x-1\geqslant 0(x\geqslant 0)$恒成立,

令 $t=x+1(t\geq 1)$，$g(t)=a\ln t+\frac{1}{t}+3t-4$，

$a\ln(x+1)+\frac{1}{x+1}+3x-1\geq 0(x\geq 0)$ 恒成立，即为 $a\ln t+\frac{1}{t}+3t-4\geq 0$，$t\geq 1$ 恒成立.

$g'(t)=\frac{a}{t}-\frac{1}{t^2}+3=\frac{3t^2+at-1}{t^2}$，令 $h(t)=3t^2+at-1$，$h(t)$ 恒过 $(0,-1)$. …………………… 6 分

（ⅰ）若 $h(1)\geq 0$，即 $a\geq -2$，$h(t)>0$，$t\in(1,+\infty)$，$\therefore g'(t)>0$，$g(t)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增

$g(t)\geq g(1)=0$ 恒成立. …………………………………………………………………… 8 分

（ⅱ）设抛物线 $h(t)=3t^2+at-1$ 与 x 轴的两个交点分别为 t_1，t_2 且 $t_1<t_2$，

当 $h(1)<0$，即 $a<-2$ 时，$h(t)<0$，$t\in(1,t_2)$，则 $g'(t)<0$，$g(t)$ 在 $(1,t_2)$ 上单调递减，

此时 $g(t)<g(1)=0$，不满足 $g(t)\geq 0$ 恒成立. ……………………………………………… 11 分

综上可知：a 的取值范围为 $[-2,+\infty)$. ……………………………………………………… 12 分

22.【答案】 见解析

【解析】 (1) 设 $P(4+4\cos\alpha,4\sin\alpha)$，$Q(x,y)$.

则 $\overrightarrow{OP}=(4+4\cos\alpha,4\sin\alpha)$，$\overrightarrow{OQ}=(x,y)$.

由 $\overrightarrow{OQ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OP}$，$\begin{cases}x=\frac{1}{2}(4+4\cos\alpha)=2+2\cos\alpha,\\ y=\frac{1}{2}\times 4\sin\alpha=2\sin\alpha,\end{cases}$

$\therefore$ 曲线 C_2 直角坐标系方程为 $(x-2)^2+y^2=4$， ………………………………………… 3 分

$\begin{cases}x=\rho\cos\theta\\ y=\rho\sin\theta\end{cases}$ $\therefore$ 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$. ………………………………………… 5 分

(2) 设 $A(\rho_1,\alpha)$，$B(\rho_2,\alpha)$

则 $\rho_1=4\cos\alpha$，$\rho_2=-2\sqrt{3}\sin\alpha$，

$|AB|=|\rho_1-\rho_2|=|4\cos\alpha+2\sqrt{3}\sin\alpha|=2\sqrt{7}\left|\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)\right|$， ……………………………… 8 分

当 $\alpha+\pi=\frac{\pi}{2}$ 时，$|AB|_{max}=2\sqrt{7}$. …………………………………………………………… 10 分

23.【答案】 见解析

【解析】 (1) $(1\cdot\sqrt{a+1}+1\cdot\sqrt{b+1}+1\cdot\sqrt{c+1})^2\leq$

$(1^2+1^2+1^2)((\sqrt{a+1})^2+(\sqrt{b+1})^2+(\sqrt{c+1})^2)=3(a+b+c+3)=3\times(1+3)=12$.

$\therefore \sqrt{a+1}+\sqrt{b+1}+\sqrt{c+1}\leq 2\sqrt{3}$（当且仅当 $a=b=c$ 等号成立）.

$\therefore \frac{\sqrt{a+1}}{2}+\frac{\sqrt{b+1}}{2}+\frac{\sqrt{c+1}}{2}\leq\sqrt{3}$. …………………………………………………… 5 分

(2) $2(a^3+b^3+c^3)=a^3+b^3+a^3+c^3+b^3+c^3$

$=(a+b)(a^2-ab+b^2)+(a+c)(a^2-ac+c^2)+(b+c)(b^2-bc+c^2)$ ………………… 7 分

$\geq ab(a+b)+ac(a+c)+bc(b+c)$ …………………………………………………… 8 分

$=ab(1-c)+ac(1-b)+bc(1-a)$

$=ab+ac+bc-3abc$（当且仅当 $a=b=c$ 时取等号） ………………………………… 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。