江西省重点中学盟校 2023 届高三第二次联考

数学（文）试题

命题：余江一中 许鹏华 新余四中 林奇兵 贵溪一中 孔令文

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合$A=\{2,3,4,5,6\}$，$B=\{x|x^2-8x+12>0\}$，则$A\cap(\complement_R B)=$(　　)

A. $\{2,3,4,5\}$　　B. $\{2,3,4,5,6\}$　　C. $\{3,4,5\}$　　D. $\{3,4,5,6\}$

2. 如果一个复数的实部和虚部相等，则称这个复数为“等部复数”，若复数 $z=(2+3i)(a+i)$(其中$a\in R$)为“等部复数”，则复数$\bar{z}+ai$在复平面内对应的点在（　　）

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. “$x>y$”的一个充分条件可以是(　　)

A. $2^{x-y}>\frac{1}{e}$　　B. $x^4>y^4$　　C. $\frac{x}{y}>1$　　D. $xt^2>yt^2$

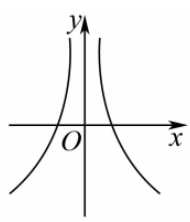
4. 已知两个非零向量$\vec{a},\vec{b}$满足$\vec{a}\perp(\vec{a}-2\vec{b})$，且$\frac{|\vec{a}+\vec{b}|}{|\vec{a}-\vec{b}|}=\sqrt{3}$，则$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为（　　）

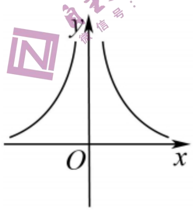
A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{\pi}{2}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{4}$

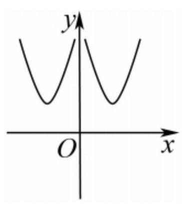
5. 在区间$(-1,5)$与$(1,5)$内各随机取 1 个整数，设两数之和为M，则$log_2M>2$ 成立的概率为（　　）.

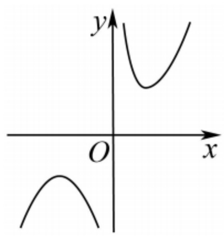
A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{5}{8}$　　C. $\frac{8}{15}$　　D. $\frac{7}{15}$

6. 函数 $f(x)=\dfrac{x+x^3}{x-\sin x}$ 的大致图象为（　　）

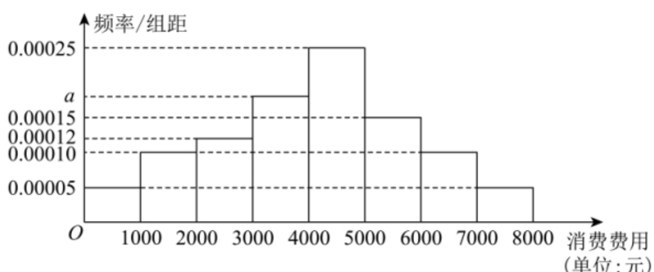
A. 

B. 

C. 

D. 

7. 作为惠民政策之一，新农合是国家推出的一项新型农村合作医疗保险政策，极大地解决了农村人看病难的问题. 为了检测此项政策的落实情况，现对某地乡镇医院随机抽取 100 份住院记录作出频率分布直方图如右图：



第 5 题图

已知该医院报销政策为：花费 400 元及以下的不予报销；花费超过 400 元不超过 6000 元的，超过 400 元的部分报销 65%；花费在 6000 元以上的报销所花费费用的 80%. 则下列说法中，正确的是（　　）

A. $a=0.0018$

B. 若某病人住院花费了 4300 元，则报销后实际花费为 2235 元

C. 根据频率分布直方图可估计一个病人在该医院报销所花费费用为 80%的概率为$\frac{3}{10}$

D. 这 100 份花费费用的中位数是 4200 元

8. 过双曲线$x^2-y^2=2$上任意一点$P(x,y)$分别作两条渐近线的垂线，垂足分别为A，B，则四边形$OAPB$的面积为（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B.1　　C.2　　D.4

9. 被誉为“中国现代数学之父”的著名数学家华罗庚先生于 1946 年 9 月应普林斯顿大学邀请去美国讲学，之后又被美国伊利诺依大学聘为终身教授.新中国成立的消息使华罗庚兴奋不已，他放弃了在美国的优厚待遇，克服重重困难，终于回到祖国怀抱，投身到我国数学科学研究事业中去.这种赤子情怀，使许多年轻人受到感染、受到激励，其中他倡导的“0.618 优选法”在生产和科研实践中得到了非常广泛的应用，0.618 就是黄金分割比$t=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$的近似值，黄金分割比还可以表示成 $2\sin18°$，则$\frac{t\sqrt{4-t^2}}{cos^2 27°-\sin^2 27°}$的值为（　　）

A. -4　　B. 4　　C. -2　　D. 2

10. 已知正项数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，且$a_1=2$，$S_{n+1}\left(S_{n+1}-3^n\right)=S_n\left(S_n+3^n\right)$，则$S_{2023}=$（　　）

A. $3^{2023}-1$　　B. $3^{2023}+1$　　C. $\frac{3^{2023}+1}{2}$　　D. $\frac{3^{2022}+1}{2}$

11. 若球O是正三棱锥$A-BCD$的外接球，$BC=3$，$AB=2\sqrt{3}$，点E在线段BA上，$BA=3BE$，过点E作球O的截面，则所得的截面中面积最小的截面的面积为（　　）

A. $\frac{8\pi}{3}$　　B. 2π　　C. $\frac{4\pi}{3}$　　D. π

12. 已知函数$f(x)=e^{2x}-\frac{2lnx+ax+1}{x^2}$,当$x\in(0,+\infty)$时，$f(x)\ge0$恒成立，则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $(-\infty,1]$　　B. $\left(-\infty,e^2-1\right]$　　C. $(-\infty,e]$　　D. $(-\infty,2]$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 若前 n 项和为S_n的等差数列$\{a_n\}$满足$a_7+a_{12}=12-a_8$，则$S_{17}=$__________

14. 已知变量 x、y 满足约束条件$\begin{cases}y\le x\\x+y\le1\\y\ge-1\end{cases}$，则$|3x+2y|$的最大值__________.

15. 已知圆$o_1: x^2+y^2=1$，圆$o_2:(x-2)^2+y^2=4$. 请写出一条与两圆都相切的直线方程：________.

16. 函数$f(x)$和$g(x)$的定义域均为$\mathbf{R}$，且$y=f(3+3x)$为偶函数，$y=g(x+3)+2$为奇函数，对$\forall x\in\mathbf{R}$，均有$f(x)+g(x)=x^2+1$，则$f(7)g(7)=$__________.

三．解答题：共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17-21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22、23 题为选做题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17. （12 分）近年来随着新能源汽车的逐渐普及，传统燃油车市场的竞争也愈发激烈。近日，各地燃油车市场出现史诗级大降价的现象，引起了广泛关注。2023 年 3 月以来，各地政府和车企打出了汽车降价促销“组合拳”，被誉为“史上最卷”的汽车降价促销潮从南到北，不断在全国各地蔓延，据不完全统计，十几家车企的近 40 个传统燃油车品牌参与了此次降价，从几千元到几万元助力汽车消费复苏. 记发放的补贴额度为x（千元），带动的销量为y（千辆）. 某省随机抽查的一些城市的数据如下表所示.

x	3	3	4	5	5	6	6	8
y	10	12	13	18	19	21	24	27

(1) 根据表中数据，求出y关于x的线性回归方程.

(2)（i）若该省A城市在 2023 年 4 月份准备发放额度为 1 万元的补贴消费券，利用（1）中求得的线性回归方程，预计可以带动多少销量？

（ii）当实际值与估计值的差的绝对值与估计值的比值不超过 10%时，认为发放的该轮消费券助力消费复苏是理想的. 若该省A城市 4 月份发放额度为 1 万元的消费补贴券后，经过一个月的统计，发现实际带动的消费为 3 万辆，请问发放的该轮消费券助力消费复苏是否理想？若不理想，请分析可能存在的原因.

参考公式：$r=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$，$\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.

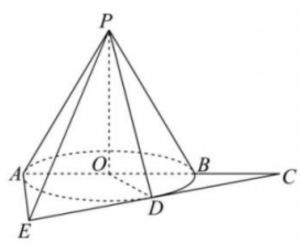
参考数据：$\sum_{i=1}^{8}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=69$，$\sum_{i=1}^{8}(x_i-\bar{x})^2=20$.

18. (12 分) 在ΔABC中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c已知$\sin A\sin B+\cos^2A+\cos^2B+\sin^2C=2$

(1) 求角C;

(2) 若ΔABC为锐角三角形，且$b=2$，求ΔABC面积的取值范围.

19. (12 分) 如图所示，圆锥的高$PO=\sqrt{3}$，底面圆O的半径为 1，延长直径AB到点C，使得$BC=1$，分别过点A，C作底面圆O的切线，两切线相交于点E，点D是切线CE与圆O的切点.



(1) 证明：平面$PDE\perp$平面POD;

(2) 点E到平面PAD的距离为d_1，求d_1的值.

20. （12 分）已知函数$f(x)=\frac{1}{3}ax^3+x$，函数$g(x)=e^x-2x+\sin x$.

(1)求函数$g(x)$的单调区间；

(2)记$F(x)=g(x)-f'(x)$，对任意的$x\geq 0$，$F(x)\geq 0$恒成立，求实数a的取值范围.

21. （12 分）已知椭圆方程：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，其离心率为$e=\frac{\sqrt{2}}{2}$，且 P,Q 分别是其左顶点和上顶点，坐标原点 O 到直线 PQ 的距离为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

(1)求该椭圆的方程；

(2)已知直线l：$y=kx+2$交椭圆于 A,B 两点，双曲线：$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{2}=1$的右顶点 E，EA 与 EB 交双曲线左支于 C,D 两点，求证：直线 CD 的斜率为定值，并求出定值.

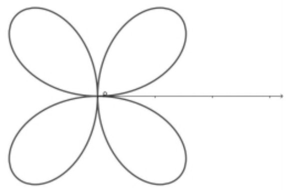
（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中选定一题作答，并用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号方框涂黑．按所涂题号进行评分，不涂、多涂均按所答第一题评分；多答按所答第一题评分.

22. （10 分）**选修 4-4：坐标系与参数方程**

下图所示形如花瓣的曲线G称为四叶玫瑰线，并在极坐标系中，其极坐标方程为$\rho=2sin2\theta$.

(1)若射线l：$\theta=\frac{\pi}{6}$与G相交于异于极点O的点P，求$|OP|$；

(2)若 A，B为G上的两点，且$\angle AOB=\frac{2\pi}{3}$，求$\triangle AOB$面积 S 的最大值.



23. (10 分)**选修 4—5：不等式选讲**

已知函数$f(x)=|x|+|x-3|-|2x-2|$.

(1)求$f(x)$的最小值m；

(2)若a，b为正实数，且$a+b+2m=0$，证明不等式$\frac{a^2}{b+1}+\frac{b^2}{a+1}\geq 1$.