

高三数学考试

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:集合,逻辑,函数,导数,不等式,数列,向量,三角函数(不含解三角形)。

一、单选题(本大题共 8 小题,共 40 分。在每小题列出的选项中,选出符合题目的一项)

1. 复数 $z = \frac{2}{1+i} - i$, 则其共轭复数 $\bar{z} =$

- A. $2+i$ B. $2-i$ C. $1+2i$ D. $1-2i$

2. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x^2 - 2x < 3\}$, $B = \{x | \frac{x-2}{x} \leq 0\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) =$

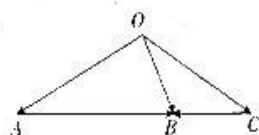
- A. $\{x | -3 < x < 0\}$ B. $\{x | -3 < x \leq 0\}$
C. $\{x | -3 < x < 2\}$ D. $\{x | 0 \leq x < 1\}$

3. 命题“ $\forall x \in (1, 2), x^2 - a > 0$ ”为真命题的一个必要不充分条件是

- A. $a \leq 1$ B. $a < 1$ C. $a < 0$ D. $a < 2$

4. 如图所示, 向量 $\overrightarrow{OA} = a$, $\overrightarrow{OB} = b$, $\overrightarrow{OC} = c$, A, B, C 在一条直线上, 且 $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{CB}$, 则

- A. $c = -\frac{1}{3}a - \frac{4}{3}b$ B. $c = -\frac{1}{2}a + \frac{3}{2}b$
C. $c = \frac{5}{2}a - \frac{3}{2}b$ D. $c = \frac{3}{2}a - \frac{1}{2}b$



5. 已知曲线 $y = x + k \ln(1+x)$ 在 $x=1$ 处的切线与直线 $x+2y=0$ 垂直, 则 k 的值为

- A. 1 B. 2 C. -3 D. -6

6. 设 $f(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 的奇函数, 且 $f(x-2) = -f(x)$, 当 $1 < x < 2$ 时, $f(x) = \log_2 x + 1$, 则

$$f\left(\frac{2023}{2}\right) =$$

- A. $\log_2 3$ B. $\log_2 3 - 1$ C. $-\log_2 3$ D. $-\log_2 3 - 1$

7. 已知 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$, 化简 $\sqrt{2-2\sin 2\alpha} - \sqrt{1+\cos 2\alpha}$ 的结果是

- A. $\sqrt{2} \sin \alpha$ B. $-\sqrt{2} \sin \alpha$ C. $\sqrt{2} \cos \alpha$ D. $-\sqrt{2} \cos \alpha$



8. 已知向量 $m = (2\sin x, \sqrt{3}\cos^2 x)$, $n = (\cos x, -2)$, 若关于 x 的方程 $m \cdot n = \frac{1}{2} - \sqrt{3}$ 在 $(0, \pi)$ 上的两根为 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 则 $\sin(x_1 - x_2)$ 的值为 **答案: 高三数学答案**

- A. $-\frac{1}{4}$ B. $-\frac{\sqrt{15}}{4}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、多选题(本大题共 4 小题, 共 20 分. 每小题有多项符合题目要求)

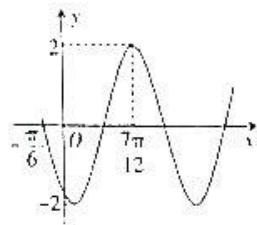
9. 在公比 q 为整数的等比数列 $\{a_n\}$ 中, S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_1 \cdot a_5 = 32, a_2 + a_4 = 12$, 则下列说法正确的是

- A. 数列 S_2, S_4, S_8, \dots 是等比数列 B. $q = 2$
C. $S_6 = 126$ D. 数列 $\{\lg(S_n + 2)\}$ 是等差数列

10. 已知实数 x, y, z 满足 $2^x = 3, 3^y = 4, 4^z = 5$, 则下列结论正确的是

- A. $y < \frac{1}{3}$ B. $xyz > 2$ C. $y < z$ D. $x + y > 2\sqrt{2}$

11. 函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $A > 0, \omega > 0, \varphi \in (-\pi, \pi)$) 的部分图象如图所示, 则下列说法正确的是



- A. $\varphi = -\frac{2\pi}{3}$
B. 函数 $f(x)$ 的零点为 $(\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, 0), k \in \mathbf{Z}$
C. 若 $|f(x_1) \cdot f(x_2)| = 4$, 则 $x_1 - x_2 = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}$
D. 若 $f(\frac{x_0}{2} - \frac{\pi}{3}) + \frac{3}{2}f(\frac{7\pi}{12} - \frac{x_0}{2}) = \sqrt{13}$, 则 $\sin x_0 = \frac{2\sqrt{13}}{13}$

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2, b_n = (-1)^n a_n a_{n+1}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 满足 $T_n > (n^2 - 2n)$ 对任意 $n \in \mathbf{N}^+$ 恒成立, 则下列命题正确的是

- A. $a_n = 2n - 1$
B. 当 n 为奇数时, $T_n = -3n^2 + 2n - 2$
C. $T_{2n} = 8n^2 + 4n$
D. t 的取值范围为 $(-\infty, -2)$

三、填空题(本大题共 4 小题, 共 20 分)

13. 已知平面向量 $a = (1, -2), b = (3, 4)$, 那么 b 在 a 上的投影向量坐标为 **▲**.

14. 已知函数 $f(x) = e^x + \frac{1}{2}ax^2 - 1$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 则 a 的最小值是 **▲**.

15. 购买同一种物品可以用两种不同的策略, 不考虑物品价格的升降, 甲策略是每次购买这种物品的数量一定, 乙策略是每次购买这种物品所花的钱数一定, 则 **▲** 种购物策略比较经济.

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\ln x|, & x > 0, \\ |x^2 - 4x + 3|, & x \leq 0, \end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x) = a|x - 1|, a \in \mathbf{R}$ 有 4 个不同的实数根, 则 a 的取值范围为 **▲**.

四、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

17. (本小题 10 分)

已知函数 $f(x) = ax^2 + bx$ 在 $x = 1$ 处有极值 2.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[-2, 3]$ 上的最值.

18. (本小题 12 分)

设函数 $f(x) = \sqrt{3} \cos(2\pi - x) - \cos(\frac{\pi}{2} + x) + 1$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的值域和单调递增区间;

(2) 当 $f(\alpha) = \frac{13}{5}$, 且 $\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{2\pi}{3}$ 时, 求 $\cos 2\alpha$ 的值.

19. (本小题 12 分)

已知 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 函数 $f(x) = \frac{a^x - a^{-x}}{a^x + a^{-x}} + b$ 在 \mathbf{R} 上是单调递减函数, 且满足下列三个条件

中的两个: ① 函数 $f(x)$ 为奇函数; ② $f(1) = -\frac{3}{5}$; ③ $f(-1) = -\frac{3}{5}$.

(1) 从中选择的两个条件的序号为 _____, 依所选择的条件求得 $a =$ _____, $b =$ _____.

(2) 在(1)的情况下, 关于 x 的方程 $f(x) = m - 4^x$ 在 $x \in [-1, 1]$ 上有两个不等实根, 求 m 的取值范围.

20. (本小题 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 $a, b, c, a = \sqrt{7}, b = 2$, 且 $a \cos C + \frac{\sqrt{3}}{3} c \sin A = b$.

(1) 求 $\angle ABC$ 的正弦值;

(2) BC, AC 边上的两条中线 AD, BE 相交于点 G , 求 $\angle DGE$ 的余弦值.

21. (本小题 12 分)

数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + \frac{1}{2}a_2 + \frac{1}{3}a_3 + \dots + \frac{1}{n}a_n = a_{n-1} - 1, n \in \mathbf{N}^*$, 且 $a_1 = 1$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $S_n = a_1 \cdot a_n + a_2 \cdot a_{n-1} + a_3 \cdot a_{n-2} + \dots + a_n \cdot a_1, b_n = \frac{1}{3S_n}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n ,

求 $T_n < \frac{m}{2024}$ 对任意 $n \in \mathbf{N}^*$ 都成立的最小正整数 m .

(参考公式: $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n-1)(2n+1)}{6}, n \in \mathbf{N}^*$)

22. (本小题 12 分)

设函数 $f(x) = e^x - ax, a \in \mathbf{R}, g(x) = \frac{\cos x - \sin x}{e^x}$.

(1) 讨论 $g(x)$ 在区间 $(0, \pi)$ 上的单调性;

(2) 若 $f(2x) \geq g(x)$ 在 $x \in [0, +\infty)$ 上恒成立, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线