

福建省福州第一中学

2023 届高三第一次调研测试

数学

一、选择题；本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | y = \lg(x+3)\}$, $B = \{x | x \geq 2\}$, 则下列结论正确的是

- A. $-3 \in A$ B. $3 \notin B$ C. $A \cap B = B$ D. $A \cup B = B$

2. 如果复数 $(m^2 - 3m) + (m^2 - 5m + 6)i$ 是纯虚数, 则实数 m 的值为

- A. 0 B. 2 C. 0 或 3 D. 2 或 3

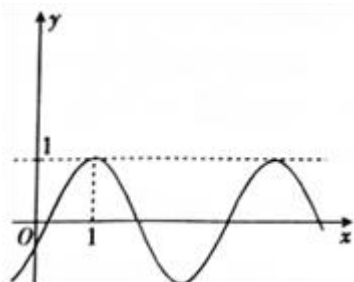
3. 若函数 $f(x)$ 同时满足: (1)对于定义域内的任意 x , 有 $f(x) + f(-x) = 0$; (2)对于定义域内的任意 x_1, x_2 , 当 $x_1 \neq x_2$ 时, 有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$, 则称函数 $f(x)$ 为“理想函数”. 给出下列四个函数: ① $f(x) = x^2$; ② $f(x) = -x^3$; ③

$$f(x) = x - \frac{1}{x}; \quad \text{④ } f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \geq 0 \\ x^2, & x < 0 \end{cases}$$

其中是“理想函数”的序号是

- A. ①② B. ②③ C. ②④ D. ③④

4. 已知函数 $f(x) = \cos(\omega x - \varphi)$ ($0 < \omega < 4, 0 < \varphi < \pi$) 的部分图象如图所示, $f(0) = \cos 2$, 则下列判断正确的是

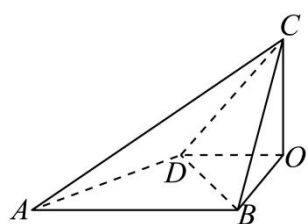


- A. 函数 $f(x)$ 的最小正周期为 4

- B. 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = 6\pi - 1$ 对称
- C. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{\pi}{4} + 1, 0)$ 对称
- D. 函数 $f(x)$ 的图象向左平移 2 个单位得到一个偶函数的图象
5. 设 a, b, c 都是正数, 且 $4^a = 6^b = 9^c$, 则下列结论错误的是 ()

- A. $c < b < a$ B. $ab + bc = ac$ C. $4^b \cdot 9^b = 4^a \cdot 9^c$ D. $\frac{1}{c} = \frac{2}{b} - \frac{1}{a}$

6. 如图, 在四棱锥 $C-ABOD$ 中, $CO \perp$ 平面 $ABOD$, $AB \parallel OD$, $OB \perp OD$, 且 $AB = 2OD = 12$, $AD = 6\sqrt{2}$, 异面直线 CD 与 AB 所成角为 30° , 点 O, B, C, D 都在同一个球面上, 则该球的表面积为 ()



- A. 21π B. 42π C. 48π D. 84π

7. 已知 $\sin(2\alpha - \beta) = -3\sin \beta$, 且 $\alpha - \beta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $\alpha \neq \frac{k\pi}{2}$, 其中 $k \in \mathbb{Z}$, 则 $\frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan \alpha} =$ ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. 设函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 9\ln x$ 在区间 $[a-1, a+1]$ 上单调递减, 则实数 a 的取值范围是

- A. $1 < a \leq 2$ B. $a \geq 4$
- C. $a \leq 2$ D. $0 < a \leq 3$

二、选择题; 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分.

9. 已知 $a, b \in \mathbb{R}$, 则下列不等式成立的是 ()

- A. $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ B. $\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$
- C. $\frac{2ab}{a+b} \leq \frac{a+b}{2}$ D. $ab \leq \frac{a^2+b^2}{2}$

10. 在锐角三角形 $\triangle ABC$ 中, A 、 B 、 C 是其三内角, 则下列一定成立的有 ()

- A. $\sin(A+B) > \sin A + \sin B$ B. $\sin A > \cos B$
C. $\sin B > \cos A$ D. $\sin A + \sin B < 2 \cos C$

11. 在 $\triangle ABC$ 中角 A 、 B 、 C 所对的边分别为 a 、 b 、 c , 能确定 C 为锐角的有 ()

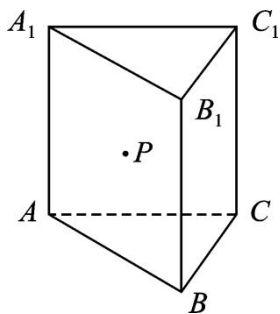
- A. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} > 0$ B. $a^2 + b^2 > c^2$
C. A 、 B 均为锐角, 且 $\sin A > \cos B$ D. $\tan A + \tan B + \tan C > 0$

12. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $a_1 = 2$, $a_3 = 8$ 则 ()

- A. $a_5 = 12$ B. 公差 $d = 3$
C. $S_{2n} = n(6n+1)$ D. 数列 $\left\{ \frac{1}{a_n a_{n+1}} \right\}$ 的前 n 项和为 $\frac{n}{6n+4}$

三、填空题; 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分

13. 如图, 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$, $\angle ABC = 60^\circ$, $AC = 2$, 侧棱长为 $\sqrt{3}$, 点 P 是侧面 $ACCA_1$ 内一点. 当 $|AB| + |BC|$ 最大时, 过 B 、 B_1 、 P 三点的截面面积的最小值为_____.



14. 若函数 $y = \frac{1}{2} \sin \omega x$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{12} \right]$ 上单调递减, 则 ω 的取值范围是_____.

15. 若直线 $y = x + 1$ 和曲线 $y = a \ln x + 2$ 相切, 则实数 a 的值为_____.

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0 \\ \log_2 x, & x > 0 \end{cases}$, 则函数 $y = f[f(x)] + 1$ 的零点个数是_____个.

四、解答题; 本题共 6 个小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 根据下列条件, 解三角形.

(1) $A=60^\circ, c=\sqrt{2}, a=\sqrt{6}$;

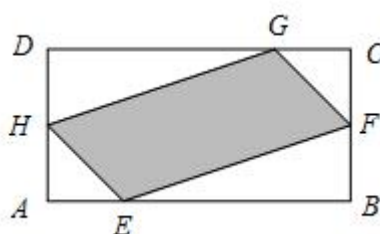
(2) $a=\sqrt{3}, b=\sqrt{2}, B=45^\circ$.

18. 已知函数 $f(x) = 2\sin x \cos x - 2\sqrt{3}\cos^2 x$.

(1) 求函数 $y = f(x)$ 的最小正周期;

(2) 将函数 $y = f(x)$ 的图象右移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位得到 $y = g(x)$ 的图象, 求函数 $y = g(x)$ 的单调递增区间.

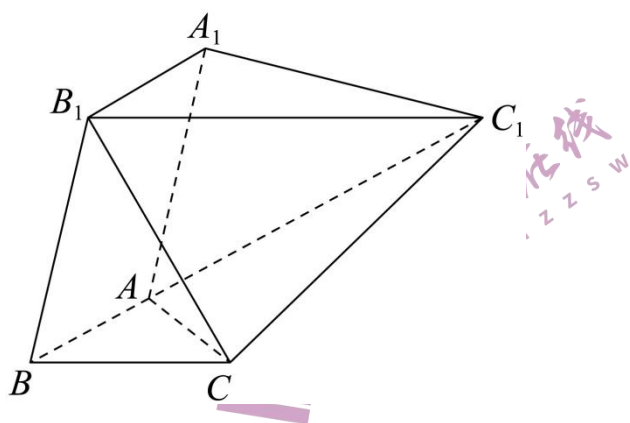
19. 如图, 要在一块矩形空地 $ABCD$ 上开辟一个内接四边形 $EFGH$ 为绿地, 且点 E, F, G, H 都落在矩形的四条边(含顶点)上. 已知 $AB = a (a > 2), BC = 2$, 且 $AE = AH = CF = CG$. 设 $AE = x$, 绿地 $EFGH$ 的面积为 y .



(1) 写出 y 关于 x 的函数关系式 $y = f(x)$, 并写出这个函数的定义域;

(2) 记 $y = f(x)$ 的最大值为 $g(a)$, 求 $g(a)$ 的表达式.

20. 在多面体 $ABCC_1A_1B_1$ 中, 四边形 ABB_1A_1 为菱形, $\angle B_1BA = 60^\circ$, 平面 $ABB_1A_1 \perp$ 平面 ABC , $\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{B_1C_1}$, $AC \perp BC$, $AB \perp B_1C$.



(1) 若 O 是线段 AB 的中点, 证明: 平面 $ABC \perp$ 平面 B_1OC ;

(2) 求二面角 $C_1 - AC - B$ 的正弦值.

21. 已知各项均为正数的两个数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 满足 $a_{n+1}^2 - 1 = a_n^2 + 2a_n, 2a_n = \log_2 b_n + \log_2 b_{n+1} + 1$, 且 $a_1 = b_1 = 1$.

- (1) 求证：数列 $\{a_n\}$ 为等差数列；
- (2) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式；
- (3) 设数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n, T_n , 求使得等式: $2S_m + a_m - 36 = T_i$ 成立的有序数对 $(m, i) (m, i \in \mathbb{N}^*)$.

22. 已知函数 $f(x) = ax^3 + bx + 2$ 在 $x = -2$ 处取得极值 -14.

- (1) 求 a, b 的值；
- (2) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程；
- (3) 求函数 $f(x)$ 在 $[-3, 3]$ 上的最值.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线