试卷类型：A

绝密★启用前

2023年普通高等学校招生全国统一考试

（第二次模拟考试）

理科数学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考场、座位号写在答题卡上，将条形码粘贴在规定区域。本试卷满分150分，考试时间120分钟。

2. 做选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。

3. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

4. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若 $z=1-i$，则 $|z^2-2z+i|=$

A. 5　　B. $\sqrt{5}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 3

2. 设集合 $A=\{x|\ x^2-4\geqslant 0\}$，$B=\{x|0<2x\leqslant b\}$，且 $A\cap B=\{x|\ 2\leqslant x\leqslant 4\}$，则 $b=$

A. -6　　B. -8　　C. 8　　D. 6

3. 已知 $B(9,b)$ 为抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 上第一象限的一点，以点 B 为圆心且半径为12的圆经过 C 的焦点 F，则 $b=$

A. $2\sqrt{3}$　　B. $3\sqrt{2}$　　C. $6\sqrt{2}$　　D. $6\sqrt{3}$

4. 正多面体共有5种，统称为柏拉图体，它们分别是正四面体、正六面体（即正方体）、正八面体、正十二面体、正二十面体. 若连接某正方体的相邻面的中心，就可以得到一个正八面体，已知该正八面体的体积为36，则生成它的正方体的棱长为

A. 8　　B. 6　　C. 4　　D. 3

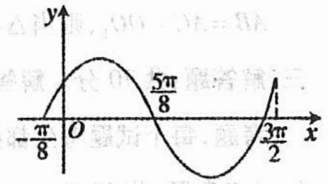
5. 某射手每次射击击中目标的概率均为 $P(0<P<1)$，且各次射击的结果互不影响. 设随机变量 X 为该射手在 n 次射击中击中目标的次数，若 $E(X)=4$，$D(X)=\frac{4}{3}$，则 P 的值为

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{3}{4}$

6. 函数 $f(x)=x^4+2x^3$ 的图象在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为

A. $y=10x-7$　　B. $y=10x+13$　　C. $y=2x+13$　　D. $y=2x-7$

7. 若函数 $f(x)=\cos(\omega x-\frac{\pi}{3})$ 在 $[-\frac{\pi}{8},\frac{3\pi}{2}]$ 的大致图象如下图，则 $f(\frac{\pi}{2})=$



A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 1

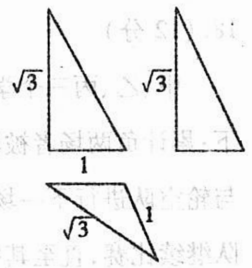
8. $(a+\frac{b^2}{a})(2a+b)^6$ 的展开式中 a^3b^4 的系数为

A. 50　　B. 100　　C. 150　　D. 300

9. 已知 $\alpha\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$，且 $8\sin\alpha-3\cos2\alpha+5=0$，则 $\tan\alpha=$

A. $-\frac{\sqrt{2}}{8}$　　B. $-\frac{\sqrt{2}}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

10. 某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥中最长的棱的长度为



A. $\sqrt{3}$

B. $2\sqrt{3}$

C. $\sqrt{6}$

D. $2\sqrt{6}$

11. 双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$ 的两个焦点为 $F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$，以 C 的虚轴为直径的圆记为 D，过 F_1 作 D 的切线与 C 的渐近线 $y=-\frac{b}{a}x$ 交于点 H，若 $\triangle F_1HO$ 的面积为 $\frac{\sqrt{2}}{4}ac$，则 C 的离心率为

A. $\sqrt{6}$　　B. 2　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{2}$

12. 若 $f(x)=\ln\left|m-\frac{2}{x+3}\right|-n$ 是奇函数，则 $mn=$

A. $-\frac{\ln3}{3}$　　B. $\frac{\ln3}{3}$　　C. $-\frac{\ln6}{6}$　　D. $\frac{\ln6}{6}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}2x+y-2\geqslant 0,\\ x-y-1\leqslant 0,\\ x+y-3\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=2x-y$ 的最大值为__________.

14. 已知$\vec{a}=(1,\sqrt{2})$，$|\vec{b}|=2$，$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为θ，且$|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{13}$，则$\theta=$________.

15. 已知圆C经过点$A(4,2)$和点$B(1,3)$，且圆心在直线$x-2y=0$上，则圆C的标准方程为________.

16. 已知A,B,C为球O的球面上的三个点，$\odot O_1$为$\triangle ABC$的外接圆，若$\odot O_1$的面积为12π，$AB=AC=OO_1$，则当$\triangle ABC$的面积最大时，球O的表面积为________.

三、解答题：共70分。解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共60分。

17.（12分）

已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为T_n，等比数列$\{b_n\}$的前n项和为S_n，$a_1=1$，$b_1=2$，$a_2+b_2=4$.

（1）若$a_3+b_3=13$，且等比数列$\{b_n\}$的公比大于0，求$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

（2）若$S_3=14$，求T_4.

18.（12分）

甲、乙、丙三个学校进行蓝球比赛，各出一个代表队，简称甲队、乙队、丙队. 约定赛制如下：累计负两场者被淘汰；比赛前抽签决定首先比赛的两个队，另一队轮空；每场比赛的胜队与轮空队进行下一场比赛，负队下一场轮空，直至有一队被淘汰；当一队被淘汰后，剩余的两队继续比赛，直至其中一队被淘汰，另一队最终获胜，比赛结束.

经抽签，甲、乙两队首先比赛，丙队轮空. 设甲队与乙队每场比赛，甲队获胜概率为0.5，甲队与丙队每场比赛，甲队获胜概率为0.6，乙队与丙队每场比赛，乙队获胜概率为0.4. 记事件A为甲队输，事件B为乙队输，事件C为丙队输.

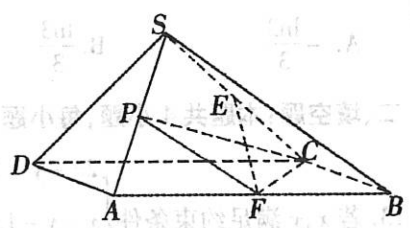
（1）写出用A,B,C表示"乙队连胜四场"的事件，并求其概率；

（2）写出用A,B,C表示"比赛四场结束"的事件，并求其概率；

（3）求"需要进行第五场比赛"的概率.

19.（12分）

如图，四棱锥$S-ABCD$中，侧面$SCD\perp$底面$ABCD$，$AD/\!/BC$，$AD=BC=1$，$SD=SC=\sqrt{2}AD$，$DC=2AD$，E,F分别是SC和AB的中点，$\angle ADC=60°$.



（1）证明：$EF/\!/$平面SAD；

（2）点P在棱SA上，当PF与底面$ABCD$所成角为$30°$时，求二面角$C-PF-A$的正弦值.

20.（12分）

已知定点$M(-2,0)$，$N(-1,0)$，$P(2,0)$，及动点$Q(0,t)(t\neq 0)$，点R是直线MQ上的动点，且$PR\perp NQ$.

（1）求点R的轨迹C的方程；

（2）过点$D(1,0)$的直线与曲线C交于点A,B，试探究：$\triangle MAB$的面积是否存在最大值，若存在，请求出最大值；若不存在，请说明理由.

21.（12分）

设函数$f(x)=ae^{2x}+(1-x)e^x+a\ (a\in R)$.

（1）当$a=\dfrac{e^{-2}}{2}$时，求$g(x)=f'(x)e^{2-x}$的单调区间；

（2）若$f(x)$有两个极值点$x_1,x_2(x_1<x_2)$，① 求a的取值范围；②证明：$x_1+2x_2>3$.

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。并用2B铅笔将所选题号涂黑，多涂、错涂、漏涂均不给分，如果多做，则按所做的第一题计分。

22.［选修4－4：坐标系与参数方程］（10分）

在直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=4t^2,\\ y=4t,\end{cases}$（$t$为参数）. 以坐标原点为极点，$x$轴正半轴为极轴建立极坐标系.

（1）写出C的普通方程；

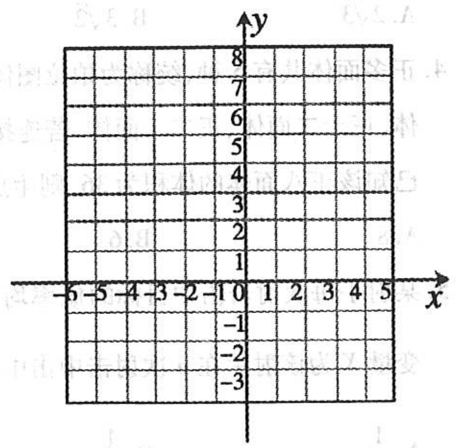
（2）若A,B是C上异于坐标原点O的两动点，且$OA\perp OB$，$OP\perp AB$并与线段AB相交于点P，求点P轨迹的极坐标方程.

23.［选修4－5：不等式选讲］（10分）

已知函数$f(x)=|x-1|$，$g(x)=2|x+2|-|x-1|$.

（1）画出$y=f(x)$和$y=g(x)$的图象；

（2）若$f(x+a)\geqslant g(x)$，求a的值.



2023年普通高等学校招生全国统一考试
（第二次模拟考试）

理科数学答题卡

试卷类型	[A] [B]

贴 条 形 码 区

姓　名 ________

座位号 □□

考生号 □□□□□□□□□

注意事项

1. 答题前，考生将试卷类型(A或B)、姓名、座位号和考生号涂写在答题卡相应位置，并在答题卡背面左上角填写姓名和座位号，认真核对条形码上的姓名、座位号、考生号和文理科类别，贴在规定位置上。
2. 答选择题时，必须使用2B铅笔将对应题目的答案标号涂黑，修改时用橡皮擦干净，再选涂其他答案。
3. 答非选择题时，必须使用0.5毫米的黑色字迹中性笔书写，要求字体工整，笔迹清晰，严格按题号所指示的答题区域作答，超出答题区域书写的答案无效；在试题卷、草稿纸上答题无效。
4. 保持答题卡清洁、完整，严禁折叠，严禁在答题卡上做任何标记，严禁使用涂改液、胶带纸、修正带。

此栏考生禁填　缺考标记 □　缺考考生由监考员贴条形码，并用2B铅笔填涂左边的缺考标记。

选择题
（须用2B铅笔填涂）

填涂样例　正确填涂 ▬　错误填涂

1 [A] [B] [C] [D]
2 [A] [B] [C] [D]
3 [A] [B] [C] [D]
4 [A] [B] [C] [D]
5 [A] [B] [C] [D]
6 [A] [B] [C] [D]
7 [A] [B] [C] [D]
8 [A] [B] [C] [D]
9 [A] [B] [C] [D]
10 [A] [B] [C] [D]
11 [A] [B] [C] [D]
12 [A] [B] [C] [D]

非选择题【必考部分】（须用0.5毫米的黑色字迹中性笔书写）

二、13. ________　14. ________

15. ________　16. ________

三、17.

请在各题规定的矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

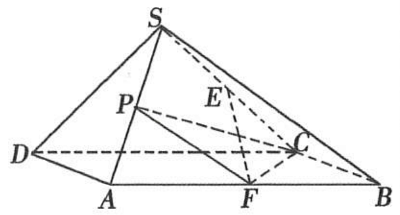
请在各题规定的矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

18.

请在各题规定的矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

请在各题规定的矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

19.



请在各题规定的矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

考生必填：姓名 ______ 座位号 □□

考生务必将姓名、座位号用0.5毫米的黑色字迹中性笔认真填写在书写框内。座位号的每个书写框只能填写一个阿拉伯数字。

请在各题规定的矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

20.

请在各题规定的矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

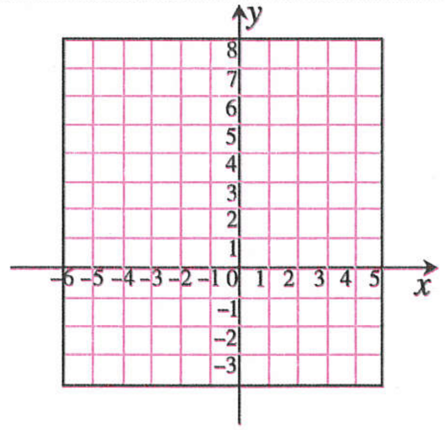
请在各题规定的矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

21.

请在各题规定的矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

非选择题【选考部分】 以下为选考题，每个答题区只允许选答一题，答题前，请考生务必将所选题号用2B铅笔涂黑。

选考题	[22] [23]	请考生从22、23两题中任选一题作答，并用2B铅笔将所选题号涂黑，多涂、错涂、漏涂均不给分，如果多做，则按所做的第一题计分。



请在各题规定的矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！