

## 2019 年全国高中数学联赛模拟试题 (十)

### 一、选择题 (每题 3 分, 共 27 分)

1. 下列各式运算中, 正确的是 ( )

A.  $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

B.  $\sqrt{(-3)^2} = 3$

C.  $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$

D.  $(\frac{3}{a})^2 = \frac{6}{a^2} (a \neq 0)$

2. 一个质地均匀的正方体骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数. 将骰子抛掷两次, 掷第一次, 将朝上一面的点数记为  $x$ , 掷第二次, 将朝上一面的点数记为  $y$ ,

则点  $(x, y)$  落在直线  $y = -x + 5$  上的概率为: ( )

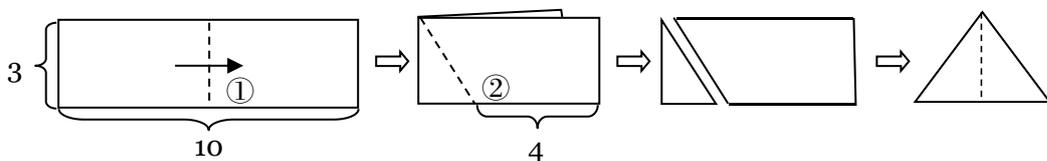
(A)  $\frac{1}{18}$

(B)  $\frac{1}{12}$

(C)  $\frac{1}{9}$

(D)  $\frac{1}{4}$

3. 如图所示, 如果将矩形纸沿虚线①对折后, 沿虚线②剪开, 剪出一个直角三角形, 展开后得到一个等腰三角形. 则展开后三角形的周长是 ( ).



A.  $2 + \sqrt{10}$

B.  $2 + 2\sqrt{10}$

C. 12

D. 18

4. 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a < 0$ ) 过  $A(-2, 0)$ 、 $O(0, 0)$ 、 $B(-3, y_1)$ 、 $C(3, y_2)$  四点, 则  $y_1$  与  $y_2$  的大小关系是 ( ).

A.  $y_1 > y_2$

B.  $y_1 = y_2$

C.  $y_1 < y_2$

D. 不能确定

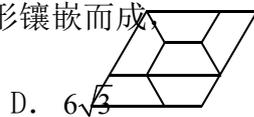
5. 如图, 菱形  $ABCD$  由 6 个腰长为 2, 且全等的等腰梯形镶嵌而成, 则线段  $AC$  的长为 ( ).

A. 3

B. 6

C.  $3\sqrt{3}$

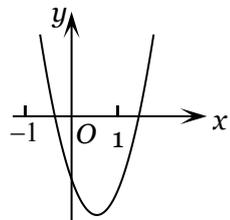
D.  $6\sqrt{3}$



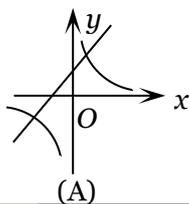
6. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象如图所示, 则一次函数

$y = bx - ac$  与反比例函数  $y = \frac{a-b+c}{x}$  在同一坐标系内的图

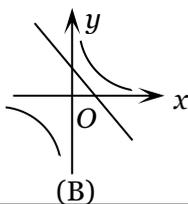
象大致为 ( )



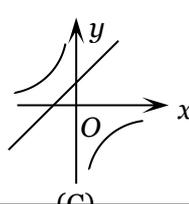
(第 6 题图)



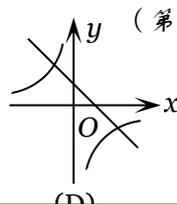
(A)



(B)



(C)



(D)

7、(2010年四川省自贡市).  $y=x^2+(1-a)x+1$  是关于  $x$  的二次函数, 当  $x$  的取值范围是  $1 \leq x \leq 3$  时,  $y$  在  $x=1$  时取得最大值, 则实数  $a$  的取值范围是 ( ).

- A.  $a=5$       B.  $a \geq 5$       C.  $a=3$       D.  $a \geq 3$

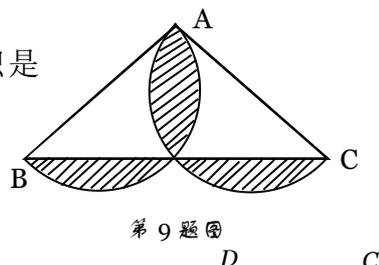
8. 在某次聚会上, 每两人都握了一次手, 所有人共握手 10 次, 设有  $x$  人参加这次聚会, 则列出方程正确的是 ( ).

- A.  $x(x-1)=10$     B.  $\frac{x(x-1)}{2}=10$     C.  $x(x+1)=10$     D.  $\frac{x(x+1)}{2}=10$

9. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $AB=8$ ,  $BC=12$ , 分别以

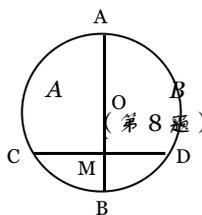
$AB$ 、 $AC$  为直径作半圆, 则图中阴影部分的面积是 ( )

- A.  $64\pi - 12\sqrt{7}$       B.  $16\pi - 32$   
C.  $16\pi - 24\sqrt{7}$       D.  $16\pi - 12\sqrt{7}$



## 二、填空题

10. 如图, 在直径  $AB=12$  的  $\odot O$  中, 弦  $CD \perp AB$  于  $M$ , 且  $M$  是半径  $OB$  的中点, 则弦  $CD$  的长是\_\_\_\_\_ (结果保留根号).



11. 甲、乙、丙、丁四支足球队在世界杯预选赛中的进球数分别为: 9、9、11、7, 则这组数据的: ①众数为\_\_\_\_\_; ②中位数为\_\_\_\_\_; ③平均数为\_\_\_\_\_.

第 10 题图

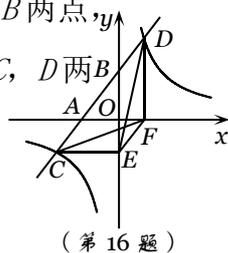
12. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2+kx+1=0$  有两个相等的实数根, 则  $k=$ \_\_\_\_\_.

13. 在平面直角坐标系中, 点  $A_1(1, 1)$ ,  $A_2(2, 4)$ ,  $A_3(3, 9)$ ,  $A_4(4, 16)$ , ..., 用你发现的规律 确定点  $A_6$  的坐标为\_\_\_\_\_.

16. 如图, 一次函数  $y=ax+b$  的图象与  $x$  轴,  $y$  轴交于  $A, B$  两点, 与反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  的图象相交于  $C, D$  两点, 分别过  $C, D$  两点作  $y$  轴,  $x$  轴的垂线, 垂足为  $E, F$ , 连接  $CF, DE$ . 有下列四个结论:

- ①  $\triangle CEF$  与  $\triangle DEF$  的面积相等;    ②  $\triangle AOB \sim \triangle FOE$ ;  
③  $\triangle DCE \cong \triangle CDF$ ;                    ④  $AC=BD$ .

其中正确的结论是\_\_\_\_\_ . (把你认为正确结论的序号都填上)



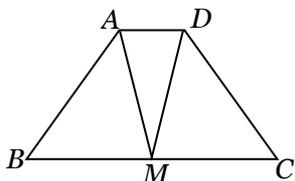
## 三、解答题 (本大题共 4 个小题, 满分 28 分)

15. (1) (2分)先化简,再求值:  $\left[x - \frac{x}{x+1}\right] \div \left[1 + \frac{1}{x^2-1}\right]$ , 其中  $x = \sqrt{3} - 1$ .

(2) 解分式方程: (2分)解方程:  $\frac{1}{x-2} + 3 = \frac{x-1}{2-x}$ .

(3) . (2分)解不等式组  $\begin{cases} \frac{x-2}{3} + 3 < x - 1 \\ 1 - 3(x+1) \geq 6 - x \end{cases}$  ◆ ◆

16、(6分)如图,梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ , 点  $M$  是  $BC$  的中点, 且  $MA = MD$ . 求证: 四边形  $ABCD$  是等腰梯形.



17. (8分)进入防汛期后,某地对河堤进行了加固.该地驻军在河堤加固的工程中出色完成了任务.这是记者与驻军工程指挥官的一段对话:

你们是用9天完成4800米长的大坝加固任务的?

我们加固600米后,采用新的加固模式,这样每天加固长度是原来的2倍.

通过这段对话,请你求出该地驻军原来每天加固的米数.

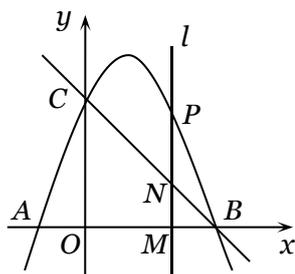
18. (13分)如图,在平面直角坐标系中,直线  $y = -x + 3$  与  $x$  轴、 $y$  轴分别交于点  $B$ 、 $C$ ; 抛物线  $y = -x^2 + bx + c$  经过  $B$ 、 $C$  两点, 并与  $x$  轴交于另一点  $A$ .

(1) 求该抛物线所对应的函数关系式;

(2) 设  $P(x, y)$  是(1)所得抛物线上的一个动点, 过点  $P$  作直线  $l \perp x$  轴于点  $M$ , 交直线  $BC$  于点  $N$ .

①若点  $P$  在第一象限内. 试问: 线段  $PN$  的长度是否存在最大值? 若存在, 求出它的最大值及此时  $x$  的值; 若不存在, 请说明理由;

②求以  $BC$  为底边的等腰  $\triangle BPC$  的面积.



自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注自主招生在线官方微信号：

[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信扫一扫，快速关注