

2020 年高考全国Ⅲ卷真题及答案

全国Ⅲ卷适用地区：云南、广西、贵州、四川、西藏

文科数学试题

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 11\}$ ， $B = \{x | 3 < x < 15\}$ ，则 $A \cap B$ 中元素的个数为
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
2. 若 $\bar{z}(1+i) = 1-i$ ，则 $z =$
A. $1-i$ B. $1+i$ C. $-i$ D. i
3. 设一组样本数据 x_1, x_2, \dots, x_n 的方差为 0.01，则数据 $10x_1, 10x_2, \dots, 10x_n$ 的方差为
A. 0.01 B. 0.1 C. 1 D. 10
4. Logistic 模型是常用数学模型之一，可应用于流行病学领域。有学者根据公布数据建立了某地区新冠肺炎累计确诊病例数 $I(t)$ (t 的单位：天) 的 Logistic 模型： $I(t) = \frac{K}{1 + e^{-0.23(t-53)}}$ ，其中 K 为最大确诊病例数。当 $I(t^*) = 0.95K$ 时，标志

专注名校自主选拔

着已初步遏制疫情，则 t^* 约为 ($\ln 19 \approx 3$)

- A. 60 B. 63 C. 66 D. 69

5. 已知 $\sin \theta + \sin(\theta + \frac{\pi}{3}) = 1$ ，则 $\sin(\theta + \frac{\pi}{6}) =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

6. 在平面内， A, B 是两个定点， C 是动点，若 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 1$ ，则点 C 的轨迹为

- A. 圆 B. 椭圆 C. 抛物线 D. 直线

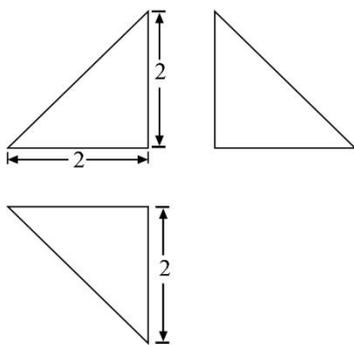
7. 设 O 为坐标原点，直线 $x=2$ 与抛物线 $C: y^2=2px(p>0)$ 交于 D, E 两点，若 $OD \perp OE$ ，则 C 的焦点坐标为

- A. $(\frac{1}{4}, 0)$ B. $(\frac{1}{2}, 0)$ C. $(1, 0)$ D. $(2, 0)$

8. 点 $(0, -1)$ 到直线 $y=k(x+1)$ 距离的最大值为

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

9. 右图为某几何体的三视图，则该几何体的表面积是



- A. $6+4\sqrt{2}$ B. $4+4\sqrt{2}$ C. $6+2\sqrt{3}$ D. $4+2\sqrt{3}$

10. 设 $a=\log_3 2$, $b=\log_5 3$, $c=\frac{2}{3}$ ，则

- A. $a < c < b$ B. $a < b < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

11. 在 $\triangle ABC$ 中， $\cos C = \frac{2}{3}$, $AC=4$, $BC=3$ ，则 $\tan B =$

- A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{5}$ C. $4\sqrt{5}$ D. $8\sqrt{5}$

专注名校自主选拔

12. 已知函数 $f(x) = \sin x + \frac{1}{\sin x}$, 则

- A. $f(x)$ 的最小值为 2
 B. $f(x)$ 的图像关于 y 轴对称
 C. $f(x)$ 的图像关于直线 $x = \pi$ 对称
 D. $f(x)$ 的图像关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \geq 0, \\ 2x-y \geq 0, \\ x \leq 1, \end{cases}$ 则 $z=3x+2y$ 的最大值为_____.

14. 设双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线为 $y = \sqrt{2}x$, 则 C 的离心率为_____.

15. 设函数 $f(x) = \frac{e^x}{x+a}$. 若 $f'(1) = \frac{e}{4}$, 则 $a =$ _____.

16. 已知圆锥的底面半径为 1, 母线长为 3, 则该圆锥内半径最大的球的体积为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

设等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 = 4$, $a_3 - a_1 = 8$.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2) 记 S_n 为数列 $\{\log_3 a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $S_m + S_{m+1} = S_{m+3}$, 求 m .

18. (12 分)

某学生兴趣小组随机调查了某市 100 天中每天的空气质量等级和当天到某公园锻炼的人次，整理数据得到下表（单位：天）：

	锻炼人			
次		[0,200]	(200,400]	(400,600]

专注名校自主选拔

空气质量等级			
1 (优)	2	16	25
2 (良)	5	10	12
3 (轻度污染)	6	7	8
4 (中度污染)	7	2	0

- (1) 分别估计该市一天的空气质量等级为 1, 2, 3, 4 的概率;
- (2) 求一天中到该公园锻炼的平均人次的估计值 (同一组中的数据用该组区间的中点值为代表);
- (3) 若某天的空气质量等级为 1 或 2, 则称这天“空气质量好”; 若某天的空气质量等级为 3 或 4, 则称这天“空气质量不好”. 根据所给数据, 完成下面的 2×2 列联表, 并根据列联表, 判断是否有 95% 的把握认为一天中到该公园锻炼的人次与该市当天的空气质量有关?

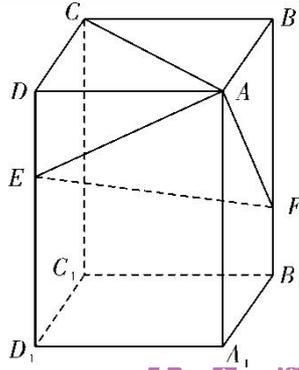
	人次 ≤ 400	人次 > 400
空气质量好		
空气质量不好		

附:
$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

19. (12 分)

如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 E, F 分别在棱 DD_1, BB_1 上, 且 $2DE = ED_1, BF = 2FB_1$. 证明:



(1) 当 $AB = BC$ 时, $EF \perp AC$;

(2) 点 C_1 在平面 AEF 内.

20. (12分)

已知函数 $f(x) = x^3 - kx + k^2$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x)$ 有三个零点, 求 k 的取值范围.

21. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{m^2} = 1 (0 < m < 5)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{15}}{4}$, A, B 分别为 C 的左、右顶点.

(1) 求 C 的方程;

(2) 若点 P 在 C 上, 点 Q 在直线 $x = 6$ 上, 且 $|BP| = |BQ|$, $BP \perp BQ$, 求 $\triangle APQ$ 的面积.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 - t - t^2, \\ y = 2 - t + t^2 \end{cases}$ (t 为参数且 $t \neq 1$),

C 与坐标轴交于 A, B 两点.

(1) 求 $|AB|$;

(2) 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 求直线 AB 的

极坐标方程.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

设 $a, b, c \in \mathbf{R}$, $a+b+c=0$, $abc=1$.

(1) 证明: $ab+bc+ca < 0$;

(2) 用 $\max\{a, b, c\}$ 表示 a, b, c 中的最大值, 证明: $\max\{a, b, c\} \geq \sqrt[3]{4}$.

文科数学试题

文科数学试题参考答案

一、选择题

- | | | | | | |
|------|------|------|-------|-------|-------|
| 1. B | 2. D | 3. C | 4. C | 5. B | 6. A |
| 7. B | 8. B | 9. C | 10. A | 11. C | 12. D |

二、填空题

- | | | | |
|-------|----------------|-------|-----------------------------|
| 13. 7 | 14. $\sqrt{3}$ | 15. 1 | 16. $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$ |
|-------|----------------|-------|-----------------------------|

27

三、解答题

17. 解:

(1) 设 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 则 $a_n = a_1 q^{n-1}$. 由已知得

$$\begin{cases} a_1 + a_1 q = 4, \\ a_1 q^2 - a_1 = 8. \end{cases}$$

解得 $a_1 = 1, q = 3$.

所以 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 3^{n-1}$.

(2) 由 (1) 知 $\log_3 a_n = n - 1$.

$$\text{故 } S_n = \frac{n(n-1)}{2}.$$

由 $S_m + S_{m+1} = S_{m-3}$ 得 $m(m-1) + (m+1)m = (m+3)(m+2)$, 即 $m^2 - 5m - 6 = 0$.

解得 $m = -1$ (舍去), $m = 6$.

18. 解:

(1) 由所给数据, 该市一天的空气质量等级为 1, 2, 3, 4 的概率的估计值如下表:

空气质量等级	1	2	3	4
概率的估计值	0.43	0.27	0.21	0.09

(2) 一天中到该公园锻炼的平均人次的估计值为

$$\frac{1}{100}(100 \times 20 + 300 \times 35 + 500 \times 45) = 350.$$

(3) 根据所给数据, 可得 2×2 列联表:

	人次 ≤ 400	人次 > 400
空气质量好	33	37
空气质量不好	22	8

根据列联表得

$$K^2 = \frac{100 \times (33 \times 8 - 22 \times 37)^2}{55 \times 45 \times 70 \times 30} \approx 5.820.$$

由于 $5.820 > 3.841$, 故有 95% 的把握认为一天中到该公园锻炼的人次与该市当天的空气质量有关.

$-k-1 < -\frac{\sqrt{3k}}{3} < \frac{\sqrt{3k}}{3} < k+1$ 且 $f(-k-1) < 0$, $f(k+1) > 0$, $f(-\frac{\sqrt{3k}}{3}) > 0$. 根据 $f(x)$ 的单调性, 当且仅当 $f(\frac{\sqrt{3k}}{3}) < 0$, 即 $k^2 - \frac{2k\sqrt{3k}}{9} < 0$ 时, $f(x)$ 有三个零点, 解得 $k < \frac{4}{27}$. 因此 k 的取值范围为 $(0, \frac{4}{27})$.

21. 解:

(1) 由题设可得 $\frac{\sqrt{25-m^2}}{5} = \frac{\sqrt{15}}{4}$, 得 $m^2 = \frac{25}{16}$, 所以 C 的方程为

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1.$$

(2) 设 $P(x_p, y_p)$, $Q(6, y_Q)$, 根据对称性可设 $y_Q > 0$, 由题意知 $y_p > 0$.

由已知可得 $B(5, 0)$, 直线 BP 的方程为 $y = -\frac{1}{y_Q}(x-5)$, 所以 $|BP| = y_p \sqrt{1+y_Q^2}$,

$$|BQ| = \sqrt{1+y_Q^2}.$$

因为 $|BP| = |BQ|$, 所以 $y_p = 1$, 将 $y_p = 1$ 代入 C 的方程, 解得 $x_p = 3$ 或 -3 .

由直线 BP 的方程得 $y_Q = 2$ 或 8 .

所以点 P, Q 的坐标分别为 $P_1(3, 1), Q_1(6, 2); P_2(-3, 1), Q_2(6, 8)$.

$|P_1Q_1| = \sqrt{10}$, 直线 P_1Q_1 的方程为 $y = \frac{1}{3}x$, 点 $A(-5, 0)$ 到直线 P_1Q_1 的距离为 $\frac{\sqrt{10}}{2}$, 故

$$\triangle AP_1Q_1 \text{ 的面积为 } \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{10}}{2} \times \sqrt{10} = \frac{5}{2}.$$

$|P_2Q_2| = \sqrt{130}$, 直线 P_2Q_2 的方程为 $y = \frac{7}{9}x + \frac{10}{3}$, 点 A 到直线 P_2Q_2 的距离为 $\frac{\sqrt{130}}{26}$,

$$\text{故 } \triangle AP_2Q_2 \text{ 的面积为 } \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{130}}{26} \times \sqrt{130} = \frac{5}{2}.$$

综上, $\triangle APQ$ 的面积为 $\frac{5}{2}$.

22. 解:

(1) 因为 $t \neq 1$, 由 $2-t-t^2=0$ 得 $t=-2$, 所以 C 与 y 轴的交点为 $(0,12)$; 由 $2-3t+t^2=0$ 得 $t=2$, 所以 C 与 x 轴的交点为 $(-4,0)$.

故 $|AB|=4\sqrt{10}$.

(2) 由(1)可知, 直线 AB 的直角坐标方程为 $\frac{x}{-4} + \frac{y}{12} = 1$, 将 $x = \rho \cos \theta$, $y = \rho \sin \theta$ 代入, 得直线 AB 的极坐标方程

$$3\rho \cos \theta - \rho \sin \theta + 12 = 0.$$

23. 解:

(1) 由题设可知, a, b, c 均不为零, 所以

$$\begin{aligned} ab+bc+ca &= \frac{1}{2}[(a+b+c)^2 - (a^2+b^2+c^2)] \\ &= -\frac{1}{2}(a^2+b^2+c^2) \\ &< 0. \end{aligned}$$

(2) 不妨设 $\max\{a,b,c\} = a$, 因为 $abc=1$, $a=-(b+c)$, 所以 $a > 0, b < 0, c < 0$. 由 $bc \leq \frac{(b+c)^2}{4}$, 可得 $abc \leq \frac{a^3}{4}$, 故 $a \geq \sqrt[3]{4}$, 所以 $\max\{a,b,c\} \geq \sqrt[3]{4}$.



关于我们

自主招生在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站 (<http://www.zizzs.com/>) 和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

关注后获取更多资料：

- 1、回复“2020 高考真题”即可下载 2020 年全国高考真题及答案
- 2、回复“百问百答”，即可获取《强基计划政策百问百答》