

秘密★考试结束前 [考试时间：2020年4月2日 15:00~17:00]

全国大联考 2020 届高三 4 月联考 文科数学试卷

注意事项：

1. 考试前，请务必将考生的个人信息准确的输入在正确的位置。
2. 考试时间 120 分钟，满分 150 分。
3. 本次考试为在线联考，为了自己及他人，请独立完成此试卷，切勿翻阅或查找资料。
4. 考试结束后，本次考试原卷及参考答案将在网上公布。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有

一项是符合题目要求的。

1. 不等式 $1 - \frac{1}{x} > 0$ 成立的充分不必要条件是

- A. $x > 1$ B. $x > -1$ C. $x < -1$ 或 $0 < x < 1$ D. $-1 < x < 1$

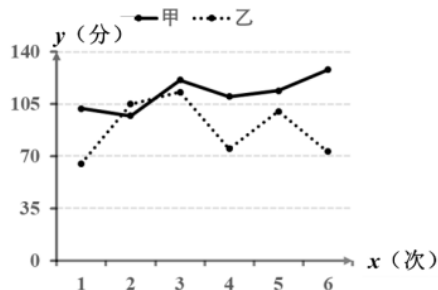
2. 复数 $z = 1 + 2i$ 的共轭复数是 \bar{z} ，则 $z \cdot \bar{z} =$

- A. $\sqrt{3}$ B. 3 C. 5 D. $\sqrt{5}$

3. 甲乙两名同学高三以来 6 次数学模拟考试的成绩统计如下图 1，甲乙两组数据的平均数分别为

$\bar{x}_甲$ 、 $\bar{x}_乙$ ，标准差分别为 $\sigma_甲$ 、 $\sigma_乙$ ，则

- A. $\bar{x}_甲 < \bar{x}_乙$ ， $\sigma_甲 < \sigma_乙$
 B. $\bar{x}_甲 < \bar{x}_乙$ ， $\sigma_甲 > \sigma_乙$
 C. $\bar{x}_甲 > \bar{x}_乙$ ， $\sigma_甲 < \sigma_乙$



D. $\bar{x}_甲 > \bar{x}_乙, \sigma_甲 > \sigma_乙$

4. 设 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 由下列四个命题, 其中正确的是

A. 若 $m \perp \alpha, m \perp n$, 则 $n \parallel \alpha$

B. 若 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$

C. 若 $\alpha \parallel \beta, m \subset \alpha$, 则 $m \parallel \beta$

D. 若 $m \parallel \beta, m \subset \alpha$, 则 $\alpha \parallel \beta$

5. 《九章算术》中“开立圆术”曰：“置积尺数，以十六乘之，九而一，所得开立方除之，

即立圆颈”。“开立圆术”相当于给出了已知球的体积 V , 求球的直径 d 的公式： $d = \left(\frac{16}{9}V\right)^{\frac{1}{3}}$.

若球的半径为 $r=1$, 根据“开立圆术”的方法计算该球的体积为

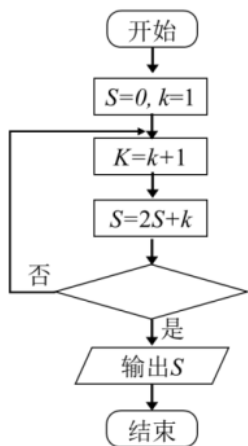
A. $\frac{4}{3}\pi$

B. $\frac{9}{16}$

C. $\frac{9}{4}\pi$

D. $\frac{9}{2}$

6. 若需右边框图输出的值 $S=41$, 则判断框内应填入的条件是



A. $k > 3?$ B. $k > 4?$ C. $k > 5?$ D. $k > 6?$

7. 已知 $a = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{3}}, b = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{3}}, c = \log_3 \pi$, 则 a, b, c 的大小关系为

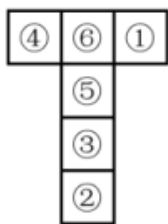
A. $a > b > c$

B. $a > c > b$

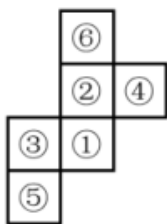
C. $c > a > b$

D. $c > b > a$

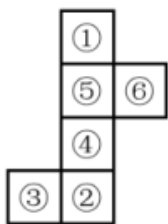
8. 下列各图都是正方体的表面展开图, 将其还原成正方体后, 所得正方体完全一致 (即各面所标序号相对位置相同) 的是



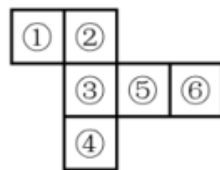
(I)



(II)



(III)



(IV)

- A. (I)和(IV) B. (I)和(III) C. (II)和(III) D. (II)和(IV)

9. 在长为 12cm 的线段 AB 上任取一点 C. 现作一矩形, 邻边长分别等于线段 AC, CB 的长, 则该矩形面积大于 20cm^2 的概率为

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{2}{3}$

10 双曲线 E: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左, 右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 作一条直线与两条渐近线分别相交于 A, B 两点, 若 $\overrightarrow{F_1B} = 2\overrightarrow{F_1A}$, $|F_1F_2| = 2|OB|$, 则该双曲线的离心率为

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. 3

11. 已知直线 $x=t$ 分别与函数 $f(x) = \log_2(x+1)$ 和 $g(x) = 2\log_2(x+2)$ 的图象交于 P, Q 两点, 则

P, Q 两点间的最小距离为

- A. 4 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2

12. 定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(-x) = f(x)$, 且对任意的不相等的实数 $x_1, x_2 \in [0, +\infty)$ 有

$$\frac{f(x_1) \cdot f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0 \text{ 成立, 若关于 } x \text{ 的不等式 } f(2mx - \ln x - 3) \geq 2f(3) - f(-2mx + \ln x + 3) \text{ 在 } x \in [1, 3]$$

恒成立，则实数 m 的取值范围是

- A. $[\frac{1}{2e}, 1 + \frac{\ln 3}{6}]$ B. $[\frac{1}{e}, 2 + \frac{\ln 6}{3}]$ C. $[\frac{1}{e}, 2 + \frac{\ln 3}{3}]$ D. $[\frac{1}{2e}, 1 + \frac{\ln 6}{6}]$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 某班级有 50 名学生，现采取系统抽样的方法在这 50 名学生中抽出 10 名，将这 50 名学生随机编号 1~50 号，并分组，第一组 1~5 号，第二组 6~10 号，...，第十组 46~50 号，若在第三组中抽得号码为 12 号的学生，则在第八组中抽得号码为_____的学生。

14. 某公司计划在 2020 年春季校园双选招聘会招收 x 名女性， y 名男性，若 x, y 满足约束条件

$$\begin{cases} 2x - y \geq 5 \\ x - y \leq 2 \\ x \leq 6 \end{cases}, \text{ 则该公司计划在本次校招所招收人数的最大值为_____。}$$

15. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的偶函数，对任意 $x \in \mathbb{R}$ 都有 $f(x+3) = f(x)$ 且 $f(-1) = 4$ ，则 $f(1)$ 的值为_____。

16. 过抛物线 $C: x^2 = 2py$ ($p > 0$) 的焦点 F 的直线交该抛物线于 A, B 两点，若 $4|AF| = |BF|$ ， O 为坐标原点，则 $\frac{|AF|}{|OF|} =$ _____。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

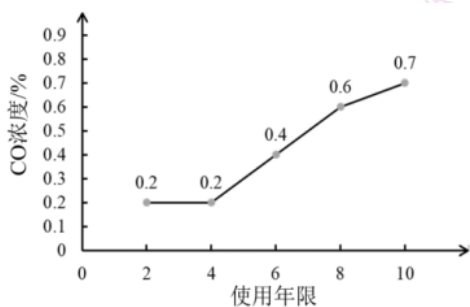
(一) 必考题：(共 60 分)

17. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $c \sin A = \sqrt{3} a \cos C$ 。

(1) 求角 C 的值；

(2) 若 $S_{\triangle ABC} = 2\sqrt{3}$, $a+b=6$, 求 c 的值.

18. (12分) 汽车尾气中含有一氧化碳(CO), 碳氢化合物(HC)等污染物, 是环境污染的主要因素之一, 汽车在使用若干年之后排放的尾气中的污染物会出现递增的现象, 所以国家根据机动车使用和安全技术、排放检验状况, 对达到报废标准的机动车实施强制报废. 某环保组织为了解公众对机动车强制报废标准的了解情况, 随机调查了 100 人, 所得数据制成如下列联表:



(1) 若从这 100 人中任选 1 人, 选到了解机动车强制报废标准的人的概率为 0.6, 问是否有的把握认为“对机动车强制报废标准是否了解与性别有关”?

	不了解	了解	总计
女性	a	b	50
男性	15	35	50
总计	p	q	100

(2) 该环保组织从相关部门获得某型号汽车的使用年限与排放的尾气中 CO 浓度的数据, 并制成如图 7 所示的折线图, 若该型号汽车的使用年限不超过 15 年, 可近似认为排放的尾气中 CO 浓度 $y\%$ 与使用年限 t 线性相关, 试确定 y 关于 t 的回归方程, 并预测该型号的汽车使用 12 年排放尾气中的 CO 浓度是使用 4 年的多少倍.

附：

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} \quad (n=a+b+c+d)$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

参考公式：用最小二乘法求线性回归方程系数公式：

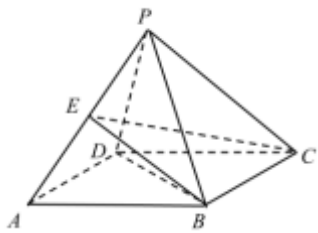
$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}.$$

19. (12分)

如图，四棱锥 P-ABCD 的底面 ABCD 是边长 2 的菱形， $\angle BAD = 60^\circ$ 。已知 PB=PD=2, PA= $\sqrt{6}$

(1) 证明: PC \perp BD

(2) 若 E 为 PA 的中点，求三棱锥 P-BCE 的体积。



20. (12分) 设 F_1, F_2 分别是椭圆 $E: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左、右焦点, 若 P 是该椭圆上的一个动

点, $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2}$ 的最大值为 1.

(1) 求椭圆 E 的方程;

(2) 设直线 $l: x = ky - 1$ 与椭圆交于不同的两点 A, B , 且 $\angle AOB$ 为锐角 (其中 O 为坐标原点), 求 k 的取值范围.

21. (12分) 设 $n \in \mathbb{N}^*$, 函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x^n}$, 函数 $g(x) = \frac{e^x}{x^n}$ ($x > 0$).

(1) 当 $n=1$ 时, 求函数 $y=f(x)$ 的零点个数;

(2) 若函数 $y=f(x)$ 与函数 $y=g(x)$ 的图象分别位于直线 $y=1$ 的两侧, 求 n 的取值集合 A ;

(3) 对于 $\forall n \in A, \forall x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, $x_1 < x_2$, 求 $f(x_1) - g(x_2)$ 的最小值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】(12分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}t \\ y = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$
 以坐标原点为极

点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 圆 C 的极坐标方程为 $\rho = 2\sin\theta$

(1) 判断直线 l 与圆 C 的交点个数

(2) 若圆 C 与直线 l 交于 AB 两点,求线段 AB 的长度 ,

23.【选修 4-5:不等式选讲】(12 分)

已知函数 $f(x)=|x-5|-|x+3|$.

(1) 解不等式 $f(x) \geq x+1$;

(2) 记函数 $f(x)$ 的最大值为 m ,若 $a>0, b>0, e^a \cdot e^{4b} = e^{4ab-m}$,求 ab 的最小值.

自主招生在线创立于 2014 年,致力于提供强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京,旗下拥有网站(www.zizzs.com)和微信公众平台等媒体矩阵,用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长,在全国强基计划、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南,请关注**自主选拔在线**官方微信号:**zizzsw**。



识别二维码,快速关注

温馨提示:

全国中学大联考 2020 届高三下学期模考试题及答案汇总(更新下载中), 点击链接获得

<http://www.zizzs.com/c/202002/42364.html>