

2024 届高三数学试题(文科)

考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:小题按照必修 1,必修 4,必修 5,选修 1-1 第一、三章出题,大题按照高考范围出题。

第 I 卷

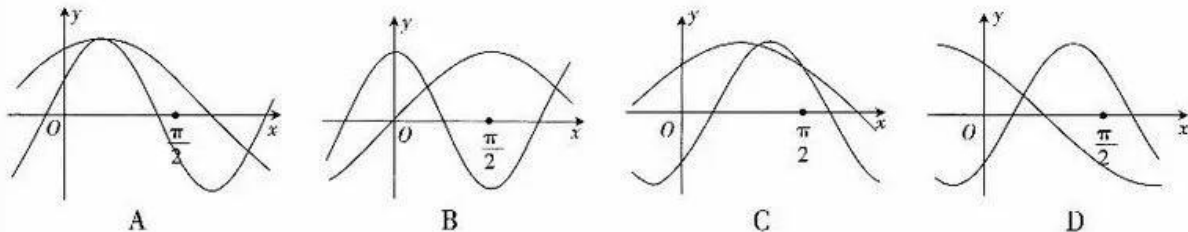
一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{x | x < 2\}$, $B = \{x | 1 < x < 7\}$, 则 $A \cup B =$
 A. $\{x | x < 7\}$ B. $\{x | 1 < x < 2\}$ C. $\{x | x < 2\}$ D. $\{x | 2 < x < 7\}$
2. 已知向量 $\vec{AB} = (m+3, 2m+1)$, $\vec{CD} = (m+3, -5)$, 且 $\vec{AB} \parallel \vec{CD}$, 则 $m =$
 A. ± 1 B. 1 C. ± 2 D. 2
3. 曲线 $y = x^2 - a(x+1)$ 在 $x=1$ 处的切线的斜率大于 1, 则 a 的取值范围是
 A. $(-\infty, 4)$ B. $(-\infty, 3)$ C. $(3, +\infty)$ D. $(4, +\infty)$
4. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y-1 \geq 0, \\ x+y \leq 0, \\ x+3 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = x-y$ 的最小值为
 A. -6 B. -4 C. -2 D. 2
5. 若 $\tan(\alpha-\beta) = 2$, $\tan \beta = 4$, 则 $\frac{7 \sin \alpha - \cos \alpha}{7 \sin \alpha + \cos \alpha} =$
 A. $-\frac{7}{5}$ B. $\frac{7}{5}$ C. $-\frac{5}{7}$ D. $\frac{5}{7}$
6. 已知甲的年龄大于乙的年龄, 则“丙的年龄大于乙的年龄”是“乙和丙的年龄之和大于甲的年龄的两倍”的
 A. 充要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分不必要条件 D. 既不充分也不必要条件
7. 已知 $f(x-5)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 且当 $x \geq m$ 时, $f(x)$ 单调递增, 要确保 $f(x)$ 的零点唯一, 则 m 的值可以为
 A. -4 B. 0 C. -5 D. 5
8. 定义矩阵运算 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax+by \\ cx+dy \end{pmatrix}$, 则 $\begin{pmatrix} \lg 2^{\frac{1}{4}} & \lg 25 \\ \lg 5 & \lg 256 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8^{\frac{2}{3}} \\ 2^{-1} \end{pmatrix} =$
 A. $\begin{pmatrix} \lg 20 \\ 4 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$
 C. $\begin{pmatrix} \lg 20 \\ 2 \lg 50 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \lg 50 \end{pmatrix}$

9. 在四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{DC}$, $|\overrightarrow{AD}|=3$, 对角线 AC, BD 相交于点 O , 若 $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AD}=10$, 则 $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AD}=\underline{\hspace{2cm}}$

- A. 12 B. 10 C. 6 D. 5

10. 在同一直角坐标系 xOy 中, 函数 $f(x)=2\sin(2x+\varphi)$ 与 $g(x)=2\cos(x-\varphi)$ 的部分图象不可能为



11. 某公司计划在 10 年内每年某产品的销售额(单位:万元)等于上一年的 1.2 倍再减去 2. 已知第一年(2022 年)该公司该产品的销售额为 100 万元, 则按照计划该公司从 2022 年到 2031 年该产品的销售总额约为(参考数据: $1.2^{10} \approx 6.19$)

- A. 2135.5 万元 B. 2235.5 万元
C. 2335.5 万元 D. 2435.5 万元

12. 已知 $a + \log_2 a = 4, b + \log_3 b = c + \log_3 c = 3$, 则

- A. $a > c > b$ B. $a > b > c$
C. $b > c > a$ D. $c > a > b$

第 II 卷

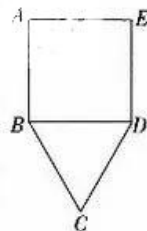
二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 命题“若 $a+b=2$, 则 a, b 不都小于 1”的逆否命题为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 在正项等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3=2$, 则公差 d 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 将曲线 $y=\cos 4x$ 各点的横坐标变为原来的 2 倍, 再将所得曲线向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 得到曲线 $y=f(x)$. 写出曲线 $y=f(x)$ 的一条对称轴的方程: $x=\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 如图, 已知平面五边形 $ABCDE$ 的周长为 12, 若四边形 $ABDE$ 为正方形, 且 $BC=CD$, 则当 $\triangle BCD$ 的面积取得最大值时, $AB=\underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

某工厂的工人生产内径为 28.50 mm 的一种零件, 为了了解零件的生产质量, 在某次抽检中, 从该厂的 1000 个零件中抽出 60 个, 测得其内径尺寸(单位: mm)如下:

28.51 \times 13 28.52 \times 6 28.50 \times 4 28.48 \times 11

28.49 \times p 28.54 \times 1 28.53 \times 7 28.47 \times q

这里用 $x \times n$ 表示有 n 个尺寸为 x mm 的零件, p, q 均为正整数. 若从这 60 个零件中随机抽取 1 个, 则这个零件的内径尺寸小于 28.49 mm 的概率为 $\frac{4}{15}$.

(1)求 p, q 的值.

- (2) 已知这 60 个零件内径尺寸的平均数为 \bar{x} mm, 标准差为 s mm, 且 $s=0.02$, 在某次抽检中, 若抽取的零件中至少有 80% 的零件内径尺寸在 $[\bar{x}-s, \bar{x}+s]$ 内, 则称本次抽检的零件合格. 试问这次抽检的零件是否合格? 说明你的理由.

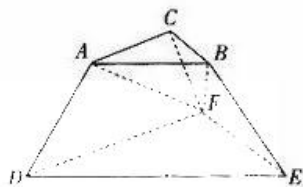
18. (12 分)

如图, 几何体 $ABC-DEF$ 为三棱台.

(1) 证明: $DE \parallel$ 平面 ABF .

(2) 已知平面 $ACFD \perp$ 平面 DEF , $AC \perp BC$, $AC=AD=CF=6$, $BC=3$, $DF=12$, 求三棱台 $ABC-DEF$ 的体积.

参考公式: 台体的体积 $V = \frac{1}{3}h(S_1 + \sqrt{S_1S_2} + S_2)$, 其中 S_1, S_2 分别为台体的上底面面积、下底面面积, h 为台体的高.



19. (12 分)

a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边, 已知 $a \sin(A-B) = (c-b) \sin A$.

(1) 求 A ;

(2) 若 D 在线段 BC 上, $\angle ADC = \frac{\pi}{3}$, $AD=3$, 且 $\triangle ABC$ 的面积 $S=3\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

20. (12 分)

已知函数 $f(x) = (2x-n)e^x$, 其中 n 为正整数.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 设 $f(x)$ 的极值点为 a_n , 求数列 $\{(-1)^n a_n\}$ 的前 n 项和 S_n ;

(3) 证明: $f(x) < xe^{2x}$.

21. (12分)

以坐标原点为对称中心,坐标轴为对称轴的椭圆过点 $C(0, -1), D(-\frac{8}{5}, -\frac{3}{5})$.

(1)求椭圆的方程.

(2)设 P 是椭圆上一点(异于 C, D),直线 PC, PD 与 x 轴分别交于 M, N 两点.证明在 x 轴上存在两点 A, B ,使得 $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{NA}$ 是定值,并求此定值.

(二)选考题:共 10 分.请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系 xOy 中,直线 l_1 的方程为 $y+4=0$,直线 l_2 的方程为 $x+4=0$.以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,圆 M 的极坐标方程为 $\rho^2 - 2\rho\cos\theta - 4\rho\sin\theta = 11$.点 C 的极坐标为 $(4\sqrt{2}, \frac{5\pi}{4})$.

(1)求点 C 的直角坐标与圆 M 的直角坐标方程(化为标准方程);

(2)若 P 为曲线 M 上任意一点,过点 P 作直线 l_1 的垂线,垂足为 A ,过点 P 作直线 l_2 的垂线,垂足为 B ,求矩形 $PACB$ 周长的最大值.

23. [选修 4-5:不等式选讲](10分)

已知 $a+2b+3c=4$.

(1)若 a, b, c 均为正数,证明: $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \geq 9$.

(2)若 a, b, c 均为实数,求 $|\frac{1}{2}a+b| + |c|$ 的最小值.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

