

毕节市 2023 届高三年级诊断性考试 (二)

文科数学参考答案及评分建议

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	C	B	C	C	D	C	D	A	B	B	A

二、填空题

13. $-\frac{1}{3}$

14. $x = -1$

15. -3

16. $\frac{1}{3}$ 或 $\frac{2}{3}$

三、解答题

17. 解：(I) 由 $\frac{S_n}{n} = n+1$ 得 $S_n = n^2 + n$,

当 $n \geq 2$ 时

$$S_{n-1} = (n-1)^2 + (n-1),$$

$$a_n = S_n - S_{n-1} = 2n,$$

当 $n=1$ 时

$$a_1 = S_1 = 2, \text{ 满足 } a_n = 2n,$$

所以数列 $\{a_n\}$ 通项公式为 $a_n = 2n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) 6 分

(II) 由 $a_n \cdot 2^{a_n} = 2n \cdot 2^{2n} = 2n \cdot 4^n$,

$$\therefore T_n = 2 \times 4 + 4 \times 4^2 + 6 \times 4^3 + \dots + 2n \times 4^n$$

$$4T_n = 2 \times 4^2 + 4 \times 4^3 + 6 \times 4^4 + \dots + 2n \times 4^{n+1}, \text{ 两式错位相减得}$$

$$-3T_n = 2 \times 4 + 2 \times 4^2 + 2 \times 4^3 + 2 \times 4^4 + \dots + 2 \times 4^n - 2n \times 4^{n+1} = \frac{8 \times (1-4^n)}{1-4} - 2n \cdot 4^{n+1}$$

$$\text{所以 } T_n = \left(\frac{8}{3}n - \frac{8}{9}\right)4^n + \frac{8}{9} \quad (n \in \mathbb{N}^*) \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

18. 解：(I) 依题意可得： $c = 120 \div 500 \div 10 = 0.024$

又 $\because a, b, c$ 成等差数列，

$\therefore 2b = a + c$ 且 $(0.005 \times 2 + a + b + c) \times 10 = 1$,
解得: $a = 0.036, b = 0.03$ 4 分

(II) 设估计中位数为 t ,
则 $t \in [70, 80)$,

$\therefore (0.005 + 0.036) \times 10 + (t - 70) \times 0.03 = 0.5$,

解得: $t = 73$, 即中位数估计为 73,

估计平均数为:

$55 \times 0.05 + 65 \times 0.36 + 75 \times 0.3 + 85 \times 0.24 + 95 \times 0.05 = 73.8$ 8 分

(III) 5 人中, 将甲、乙分别编号为 1, 2, 其余 3 人编号 3, 4, 5,

从这 5 人中选 3 人帮助 A 的所以可能结果有:

$(1, 2, 3), (1, 2, 4), (1, 2, 5), (1, 3, 4), (1, 3, 5),$
 $(1, 4, 5), (2, 3, 4), (2, 3, 5), (2, 4, 5), (3, 4, 5)$, 共 10 个基本事件,

其中满足条件的有 3 个,

故满足条件的概率为 $\frac{3}{10}$ 12 分

19. (I) 证明: 连接 A_1C_1 交 B_1D_1 于 M , 连接 A_1C , MF

\because 在正方体中, O 为 AC 的中点, E 为 AA_1 的中点

$\therefore EO \parallel A_1C$

同理 $MF \parallel A_1C$

$\therefore MF \parallel EO$

$\because EO \subset$ 平面 BEO

$MF \not\subset$ 平面 BEO

$\therefore MF \parallel$ 平面 BEO

$\because B_1D_1 \parallel BD$

而 $BD \subset$ 平面 BEO

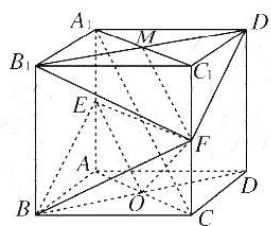
$B_1D_1 \not\subset$ 平面 BEO

$\therefore B_1D_1 \parallel$ 平面 BEO

$\because B_1D_1 \cap MF = M$

$B_1D_1, MF \subset$ 平面 B_1D_1F

\therefore 平面 $B_1D_1F \parallel$ 平面 BEO 6 分



(II) 解: $\because BO \perp AC, BO \perp C_1C$

$AC \cap CC_1 = C, AC, CC_1 \subset$ 平面 OEF

$\therefore BO \perp$ 平面 OEF

\because 正方体棱长为 2, $S_{\triangle OEF} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 1 = \sqrt{2}$

$\therefore V_{F-BEO} = V_{B-OEF} = \frac{1}{3} S_{\triangle OEF} \cdot BO = \frac{1}{3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = \frac{2}{3}$ 12 分

20.解: (I) 设点 $P(x_0, y_0)$, $Q(x, y)$

$$\therefore \overrightarrow{DQ} = 2\overrightarrow{PQ}$$

$$\therefore \begin{cases} x_0 = \frac{1}{2}x \\ y_0 = y \end{cases}$$

$$\therefore x_0^2 + y_0^2 = 1$$

$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

(II) $A(0,1)$, 设 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$

$$\text{由 } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = 0$$

$$\therefore \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = (x_1, y_1 - 1) \cdot (x_2, y_2 - 1) = x_1x_2 + (y_1 - 1)(y_2 - 1) = 0$$

当直线 $l \perp x$ 轴时,

$\triangle MAN$ 为钝角三角形, 且 $\angle MAN < 90^\circ$, 不满足题意.

\therefore 直线 l 的斜率存在.

设直线 l 的方程为: $y = kx + b$

$$\text{由 } \begin{cases} y = kx + b \\ x^2 + 4y^2 = 4 \end{cases}, \text{化简得: } (1 + 4k^2)x^2 + 8kbx + 4b^2 - 4 = 0$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow 64k^2b^2 - 4(1 + 4k^2)(4b^2 - 4) > 0 \Rightarrow b^2 < 1 + 4k^2$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-8kb}{1 + 4k^2}, x_1x_2 = \frac{4b^2 - 4}{1 + 4k^2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} &= x_1x_2 + k^2x_1x_2 + k(b-1)(x_1 + x_2) + (b-1)^2 \\ &= \frac{(1+k^2)(4b^2-4)}{1+4k^2} - \frac{8k^2b(b-1)}{1+4k^2} + \frac{(b-1)^2(1+4k^2)}{1+4k^2} = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore (1+k^2)(4b^2-4) - 8k^2b(b-1) + (b-1)^2(1+4k^2) = 0$$

$$b = -\frac{3}{5}$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 的方程为: } y = kx - \frac{3}{5}, \text{ 恒过点 } (0, -\frac{3}{5}) \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

$$21. (I) \text{ 证明: } \therefore f'(x) = \frac{e^x - (x-1)e^x}{(e^x)^2} + \sin x = \frac{2-x}{e^x} + \sin x$$

当 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 时,

$$2-x > 0, \sin x > 0$$

$$\therefore f'(x) = \frac{2-x}{e^x} + \sin x > 0 \text{ 成立}$$

所以函数 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上单调递增..... 6 分

(II) 当 $x = -\pi$ 时, 不等式显然成立

当 $-\pi < x \leq -\frac{\pi}{2}$ 时, $-1 \leq \sin x < 0$,

所以 $k \leq \frac{x-1-\cos x}{\sin x}$

令 $g(x) = \frac{x-1-\cos x}{\sin x}$,

$g'(x) = \frac{(1+\sin x)\sin x - (x-1-\cos x)\cos x}{\sin^2 x} = \frac{1+\sin x+(1-x)\cos x}{\sin^2 x}$

令 $h(x) = 1 + \sin x + (1-x)\cos x$,

$h'(x) = \cos x - \cos x - (1-x)\sin x = (x-1)\sin x > 0$ 在 $(-\pi, -\frac{\pi}{2}]$ 上成立,

$\therefore h(x)$ 在 $(-\pi, -\frac{\pi}{2})$ 上为单调递增函数,

$\therefore h(x) < h(-\frac{\pi}{2}) = 0$

即 $g'(x) < 0$ 在 $(-\pi, -\frac{\pi}{2})$ 上成立,

$g(x)$ 在 $(-\pi, -\frac{\pi}{2}]$ 上单调递减,

$\therefore g(x)_{\min} = g(-\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} + 1$

$\therefore k \leq \frac{\pi}{2} + 1$ 12 分

22.解: (I) 由题意得:

C_1 的普通方程为 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$

$\therefore \begin{cases} x = \rho \cos \theta \\ y = \rho \sin \theta \end{cases}$

$\therefore C_1$ 的极坐标方程为 $\rho^2(1 + \sin^2 \theta) = 2$

由 $\begin{cases} x = 2 + t \cos \alpha \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数, $0 < \alpha < \pi$)

当 $\alpha = \frac{\pi}{2}$ 时, C_2 的普通方程为: $x = 2$

当 $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ 时, C_2 的普通方程为: $y = (x-2)\tan \alpha$ 5 分

(II) 点 P 在直线 l 上,

将 $\begin{cases} x=2+t\cos\alpha \\ y=t\sin\alpha \end{cases}$ 代入方程: $\frac{x^2}{2}+y^2=1$,

得: $t^2(\cos^2\alpha+2\sin^2\alpha)+4t\cos\alpha+2=0$

由曲线 C_1 与 C_2 只有一个交点, 得: $16\cos^2\alpha-8(\cos^2\alpha+2\sin^2\alpha)=0$

解得: $\cos\alpha=\pm\frac{\sqrt{6}}{3}$

$t=-\frac{4\cos\alpha}{2(\cos^2\alpha+2\sin^2\alpha)}=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$

$\therefore |PM|=|t|=\frac{\sqrt{6}}{2}$ 10分

23.解: (I) $\because a, b, c$ 都是正数 $\therefore \sqrt[3]{abc} \leq \frac{a+b+c}{3} = \frac{1}{3}$, (当且仅当 $a=b=c$ 取“=”)

$\therefore abc \leq \frac{1}{27}$ 5分

(II) $\because a, b, c$ 都是正数 $\therefore b+c \geq 2\sqrt{bc}$, (当且仅当 $b=c$ 取“=”)

$\therefore \frac{\sqrt{a}}{b+c} \leq \frac{\sqrt{a}}{2\sqrt{bc}} = \frac{a}{2\sqrt{abc}}$ (当且仅当 $b=c$ 取“=”)

同理 $\frac{\sqrt{b}}{a+c} \leq \frac{\sqrt{b}}{2\sqrt{ac}} = \frac{b}{2\sqrt{abc}}$ (当且仅当 $a=c$ 取“=”)

$\frac{\sqrt{c}}{a+b} \leq \frac{\sqrt{c}}{2\sqrt{ab}} = \frac{c}{2\sqrt{abc}}$ (当且仅当 $a=b$ 取“=”)

$\frac{\sqrt{a}}{b+c} + \frac{\sqrt{b}}{a+c} + \frac{\sqrt{c}}{a+b} \leq \frac{a}{2\sqrt{abc}} + \frac{b}{2\sqrt{abc}} + \frac{c}{2\sqrt{abc}} = \frac{a+b+c}{2\sqrt{abc}} = \frac{1}{2\sqrt{abc}}$
(当且仅当 $a=b=c$ 取“=”)10分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



自主选拔在线
微信号: zizzsw



自主选拔在线
微信号: zizzsw



自主选拔在线
微信号: zizzsw