

2022 届高三第六次联考理数参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	B	A	C	A	C	C	D	B	D	A	B

1. 【解析】由已知  $M = (0, +\infty), N = \mathbb{R}$ , 故  $M \cap N = M$ , 故选 B.
2. 【解析】若“直线  $a, b$  不相交”不能推出“平面  $\alpha$  与平面  $\beta$  平行”, 若“平面  $\alpha$  与平面  $\beta$  平行”能推出“直线  $a, b$  不相交”, 故选 B.
3. 【解析】设  $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ , 则  $|z + 1| = \sqrt{(a+1)^2 + b^2}, |\bar{z} - 1| = \sqrt{(a-1)^2 + b^2}$ .
4. 【解析】由已知可行域, 可知  $z = 2x + y - 1$  的最大值为 7, 最小值为 3, 故选 C.
5. 【解析】由  $f(x)$  是奇函数可得  $a = -1$ , 经验证符合题意, 故选 A.
6. 【解析】当  $a, b, c$  两两的夹角均为  $0^\circ$  时, 显然  $|a + b + c| = 5$ ; 当  $a, b, c$  两两的夹角均为  $120^\circ$  时,  $|a + b + c| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 2a \cdot b + 2a \cdot c + 2b \cdot c} = 2$ , 故选 C.
7. 【解析】由已知得:  $\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}, \sin 126^\circ = \cos 36^\circ = 1 - 2\sin 18^\circ = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$ , 故选 C.
8. 【解析】基本事件共有:  $(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 6)$  共 15 种, 其中数字和为 8 的基本事件有 2 种, 概率为  $\frac{2}{15}$ , 故选 D.
9. 【解析】四面体  $ABCD$  的体积  $V = \frac{1}{6} AB \cdot BC \cdot CD = 3, AB = 4$ , 故  $BC \cdot CD = \frac{9}{2}$ , 设其外接球的半径为  $R$ , 则  $2R = \sqrt{AB^2 + BC^2 + CD^2} \geq \sqrt{16 + 2BC \cdot CD} = 5, R \geq \frac{5}{2}$ , 故 B.
10. 【解析】由已知得  $f(x) = \sin\left(2x + \frac{5\pi}{4}\right), g(x) = f\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ , 故选 D.
11. 【解析】由已知得  $y = 2^x, y = \log_2 x$  的图象与直线  $y = -x - 1$  的交点横坐标分别为  $a, b$ , 又  $y = 2^x, y = \log_2 x$  的图象关于直线  $y = x$  对称, 且  $y = -x - 1$  与  $y = x$  交点横坐标为  $-\frac{1}{2}$ , 故  $a + b = -1$ , 所以选 A.
12. 【解析】设  $MF_1 = r_1, MF_2 = r_2$ , 由余弦定理得:  $r_1^2 + r_2^2 - r_1 r_2 = 4c^2$ , 又  $r_1 + r_2 = 2a$ , 即

$r_1^2 + r_2^2 + 2r_1r_2 = 4a^2$  解得  $r_1^2 + r_2^2 = \frac{4a^2 - 8c^2}{3}$ ,  $r_1r_2 = \frac{4a^2 - 8c^2}{3}$ , 因为  $r_1^2 + r_2^2 \geq 2r_1r_2$ ,  
 $4a^2 \geq a^2$ , 故  $e \geq \frac{1}{2}$ . 又  $0 < e < 1$ , 所以  $e \in \left[\frac{1}{2}, 1\right)$ , 故选 B.

13. 【解析】抛物线方程化为  $x^2 = \frac{1}{4}y$ , 故焦点坐标为  $\left(0, \frac{1}{16}\right)$ .

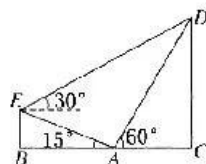
14. 【解析】由已知切点为  $(x_0, e^{x_0})$ ,  $y' = e^x - x$ , 切线斜率为  $k = e^{x_0} - 1 > 1$ , 解得  $x_0 > \ln 2$ , 故  $x_0$  的取值范围是  $(\ln 2, +\infty)$ .

15. 【解析】由三视图可知, 几何体是三棱锥和四棱锥, 故①③④.

16. 【解析】由题意得  $\angle EBA = 45^\circ$ ,  $\angle ADE = 30^\circ$ ,  $AE = \frac{AB}{\cos 15^\circ}$ , 所以  $AD$

$$= \frac{AE \sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{2}AB}{\cos 15^\circ}, \text{ 因此 } CD = AD \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{2} \times 10}{\cos 45^\circ - 30^\circ} \times \sin 60^\circ =$$

$$10(3 - \sqrt{3}).$$



17. 【解析】(1) 由已知得  $a_{n+1} - a_n = 2^n$ ,

$$\text{当 } n \geq 2 \text{ 时, } a_n = a_1 + (a_2 - a_1) + (a_3 - a_2) + \dots + (a_n - a_{n-1}) \dots \dots \dots 2 \text{ 分}$$

$$= 2 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{n-1} = 2^n \dots \dots \dots 4 \text{ 分}$$

又  $a_1 = 2$ , 也满足上式.

$$\text{故 } a_n = 2^n \dots \dots \dots 6 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 由 (1) 可知: } b_n = \log_2 a_n = n, \frac{1}{b_n b_{n+1}} = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \dots \dots \dots 9 \text{ 分}$$

$$T_n = \frac{1}{b_1 b_2} + \frac{1}{b_2 b_3} + \dots + \frac{1}{b_n b_{n+1}} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$$

$$\text{故 } T_n = \frac{n}{n+1} \dots \dots \dots 12 \text{ 分}$$

18. 【解析】(1) 列联表补充如下

	患病	未患病	总计
服药	10	45	55
未服药	20	30	50
总计	30	75	105

.....4分

(2) 根据题意, 10 只未患病的狗中, 有 6 只服药, 4 只未服药, 所以  $\xi$  的值可

1, 2, 3, 4

$$P(\xi=0) = \frac{C_4^4}{C_{10}^4} = \frac{1}{210}, \quad P(\xi=1) = \frac{C_6^1 C_4^3}{C_{10}^4} = \frac{80}{210}, \quad P(\xi=2) = \frac{C_6^2 C_4^2}{C_{10}^4} = \frac{90}{210},$$

$$P(\xi=3) = \frac{C_6^3 C_4^1}{C_{10}^4} = \frac{24}{210}, \quad P(\xi=4) = \frac{C_4^4}{C_{10}^4} = \frac{1}{210}, \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$\xi$  分布列如下:

$\xi$	0	1	2	3	4
$P$	$\frac{1}{210}$	$\frac{80}{210}$	$\frac{90}{210}$	$\frac{24}{210}$	$\frac{1}{210}$

则  $E\xi = 0 \times \frac{1}{210} + 1 \times \frac{80}{210} + 2 \times \frac{90}{210} + 3 \times \frac{24}{210} + 4 \times \frac{1}{210} = \frac{8}{5} = 1.6 \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

19. 【解析】(1) 侧面  $PAB \perp$  底面  $PBC$ ,  $PB \perp BC$ , 所以  $BC \perp$  侧面  $PAB$

又  $PA \subset$  侧面  $PAB$ , 所以  $PA \perp BC \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

又  $PD = DB = DA$ , 所以  $PA \perp AB$

又  $AB \cap BC = B$ , 所以  $PA \perp$  平面  $ABC \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

(2) 以  $A$  为原点, 过点  $A$  作  $BC$  的平行线为  $x$  轴,  $AB, AP$  所在直线分别为  $y, z$  轴,

建立空间直角坐标系, 如图所示. 在直角三角形  $PAB$  中,  $PA = \sqrt{PB^2 - AB^2} = 2\sqrt{3}$ ,

由已知得:  $A(0,0,0), B(0,2,0), C(2,2,0), P(0,0,2\sqrt{3}), D(0,1,\sqrt{3})$ .

$$\overrightarrow{AD} = (0,1,\sqrt{3}), \quad \overrightarrow{AC} = (2,2,0), \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

设平面  $ACD$  的法向量为  $\vec{m} = (x, y, z)$ ,

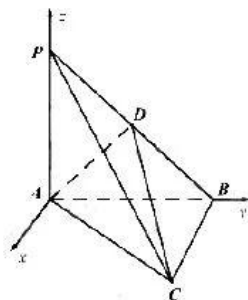
$$\text{则 } \begin{cases} \vec{m} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ \vec{m} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} x+y=0 \\ y+\sqrt{3}z=0 \end{cases}, \text{ 取 } x=\sqrt{3}, \text{ 则 } y=-\sqrt{3}, z=1,$$

$$\text{故 } \vec{m} = (\sqrt{3}, -\sqrt{3}, 1)$$

设平面  $ABD$  的法向量为  $\vec{n} = \overrightarrow{BC} = (2,0,0)$ ,  $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

$$\cos \langle \vec{m}, \vec{n} \rangle = \frac{\vec{m} \cdot \vec{n}}{|\vec{m}| |\vec{n}|} = \frac{2\sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

又二面角  $A-PD-C$  为锐角, 故二面角  $A-PD-C$  的余弦值为  $\frac{\sqrt{21}}{7} \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$



20. 【解析】(1) 由已知设双曲线  $C$  的方程为:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$

由已知得  $\frac{9}{a^2} - \frac{6}{b^2} = 1$  .....

解得  $a^2 = b^2 = 3$ , 故双曲线  $C$  的方程为  $x^2 - y^2 = 3$ . .....5分

(2) 设直线  $l$  的方程为:  $y = m (m \neq 0)$

与  $x^2 - y^2 = 3$  联立解得:  $x = \sqrt{m^2 + 3}$  或  $x = -\sqrt{m^2 + 3}$ , .....7分

不妨设  $A(-\sqrt{m^2 + 3}, m)$ ,  $B(\sqrt{m^2 + 3}, m)$  .....

$AM, BM$  的斜率分别为  $k_{AM} = -\frac{m}{\sqrt{m^2 + 3} + \sqrt{3}}$ ,  $k_{BM} = \frac{m}{\sqrt{m^2 + 3} - \sqrt{3}}$  .....9分

$$k_{AM} k_{BM} = -\frac{m}{\sqrt{m^2 + 3} + \sqrt{3}} \cdot \frac{m}{\sqrt{m^2 + 3} - \sqrt{3}} = -1$$

所以  $AM \perp BM$ , 故以  $AB$  为直径的圆过点  $M$ . .....12分

21. 【解析】(1)  $f(x) = \ln x + mx, m \in R, f'(x) = \frac{1}{x} + m, x > 0$  .....2分

当  $m \geq 0$  时,  $f(x)$  递增区间为  $(0, +\infty)$ ;

当  $m < 0$  时,  $f(x)$  递增区间为  $(0, -\frac{1}{m})$ , 递减区间是  $(-\frac{1}{m}, +\infty)$  .....4分

$$(2) g(x) = f(x) + \frac{1}{2}x^2, g'(x) = \frac{x^2 + mx + 1}{x}$$

当  $-2 \leq m \leq 2$  时,  $g'(x) > 0$ ,  $g(x)$  在  $(0, +\infty)$  递增, 无极值点; .....6分

$$\text{当 } m < -2 \text{ 或 } m > 2 \text{ 时, 由 } g'(x) = 0, \text{ 得 } x_1 = \frac{-m - \sqrt{m^2 - 4}}{2}, x_2 = \frac{-m + \sqrt{m^2 - 4}}{2}$$

若  $m > 2$ , 则  $x_1 < x_2 < 0$ ,  $g(x)$  在  $(0, +\infty)$  递增, 无极值点;

若  $m < -2$ , 则  $x_1 + x_2 = -m, x_1 x_2 = 1$ , 不妨设  $0 < x_1 < 1 < x_2$ .

此时  $g(x)$  有两个极值点  $x_1, x_2$ . .....8分

假设  $x_1, x_2$  恰为  $h(x) = 2 \ln x - ax - x^2$  的两个零点,  $h(x_1) = 0, h(x_2) = 0$

$$\text{故 } a = \frac{2 \ln x_1}{x_1} - x_1 = \frac{2 \ln x_2}{x_2} - x_2.$$



即  $2 \ln x - 1 + \frac{2}{1+x^2} = 0$  即  $2 \ln x - 1 + \frac{2}{1+x^2} = 0$  .....

令  $h(x) = 2 \ln x - 1 + \frac{2}{1+x^2}, x \in (0, 1), h'(x) = \frac{2(1-x^4)}{x(1+x^2)^2} > 0, x \in (0, 1)$ .

故  $h(x) < h(1) = 0$ , 所以满足条件的  $a$  不存在. ....12 分

22. 【解析】(1) 由已知得  $\rho^2 = 2\rho \cos \theta$ , 又  $\rho^2 = x^2 + y^2, \rho \cos \theta = x$  .....

故  $x^2 + y^2 = 2x$ , 曲线  $C$  的直角坐标方程为:  $(x-1)^2 + y^2 = 1$  .....4 分

(2). 由已知直线的参数方程为: 
$$\begin{cases} x = 3 + \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y = 1 + \frac{1}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数})$$
 .....6 分

代入  $(x-1)^2 + y^2 = 1$  整理得:  $t^2 + (2\sqrt{3}+1)t + 4 = 0$

设上方程两根为  $t_1, t_2$ , 则  $t_1 + t_2 = -(2\sqrt{3}+1)$  .....8 分

故点  $M$  对应的参数为:  $t_0 = \frac{t_1 + t_2}{2} = -\left(\sqrt{3} + \frac{1}{2}\right)$ .

由参数  $t_0$  的几何意义可知:  $|PM| = |t_0| = \sqrt{3} + \frac{1}{2}$ . ....10 分

23. 【解析】(1) 当  $a = 2$  时,  $f(x) = |x-2| - |x+1| = \begin{cases} 3, & x < -1 \\ 1-2x, & -1 \leq x \leq 2 \\ -3, & x > 2 \end{cases}$  .....2 分

所以  $f(x) \leq 3$  等价于  $\begin{cases} x < -1 \\ 3 \leq 2 \end{cases}$  ① 或  $\begin{cases} -1 \leq x \leq 2 \\ 1-2x \leq 2 \end{cases}$  ② 或  $\begin{cases} x > 2 \\ -3 \leq 2 \end{cases}$  ③

解①得  $\emptyset$ ; 解②得  $-\frac{1}{2} \leq x \leq 2$ ; 解③  $x > 2$  .....4 分

所以, 原不等式的解集为  $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right)$  .....5 分

(2) 由 (1)  $f(x) = |x-a| - |x+1|$ , 几何意义可知,  $f(x)_{\min} = -|a+1|$  .....7 分

故  $-|a+1| \geq 2a-1$ , 即  $|a+1| + 2a - 1 \leq 0$  .....8 分

当  $a \geq -1$  时, 解得  $a \leq 0$ , 故  $-1 \leq a \leq 0$ ; 当  $a < -1$  时, 解得  $a \leq 2$ , 故  $a < -1$ ;

综合上述, 实数  $a$  的取值范围是  $(-\infty, 0]$  .....10 分

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

